駒澤大学　ゲーム理論B
第3回

早稲田大学高等研究所
上條良夫

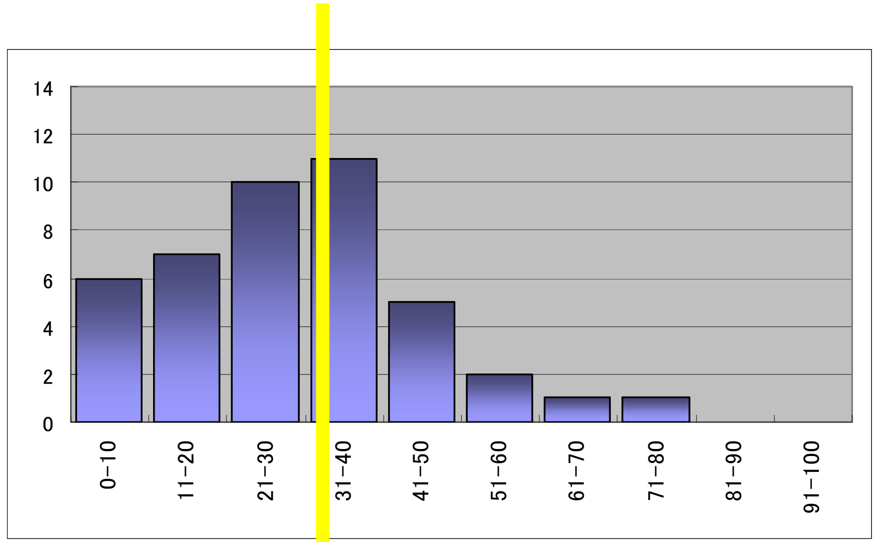
数当てゲーム（前回実施）

- 本日の講義出席者がプレイヤー。
- 出席カードの裏面に、0 ~ 100 の整数を一つだけ記入。
- 表明された全員の数字の平均値 * 0.6 が Winning Number。
- Winning Number に最も近い数字を表明した人が優勝。
- 優勝者の出席点は10点。
- 他の人は、出席点５点。

数当てゲームの結果

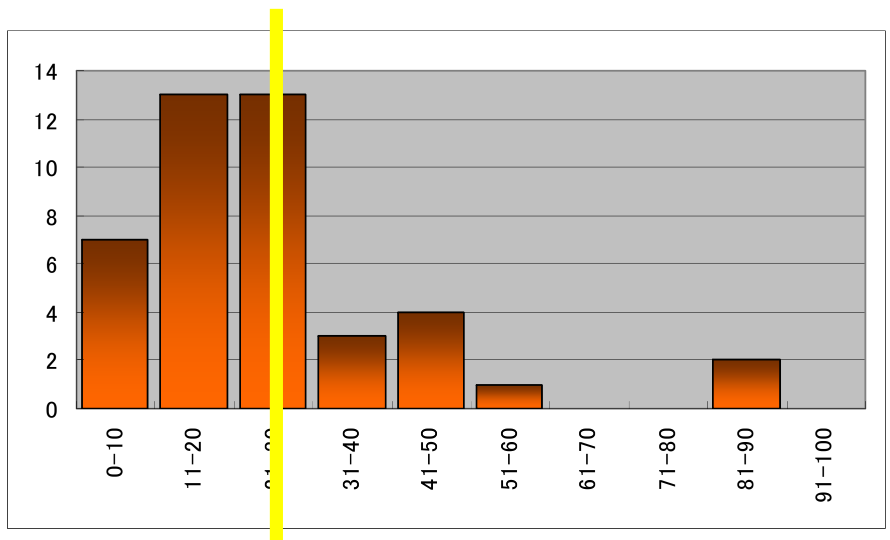
一回目

平均値　30.5
勝者　18
MR9007
MR9211
MG9041



二回目

平均値　26
勝者　15
MB8139
MG8139



講義予定

- 有限回繰り返しゲームと無限回繰り返しゲーム

- 有限回繰り返しゲームを解く
  - 条件付有限回繰り返しゲーム
  - (無条件)有限回繰り返しゲーム

繰り返しゲーム

- 標準形ゲームでは、プレイヤーが同時に意思決定を行い、それぞれが利得を獲得し、それでゲームが終了するような状況を想定した。

- しかしながら、私達が日常的に行うようなゲーム的状況では、意思決定を一度行ったらそれで終わりというときはまれであり、似たようなゲーム的状況に繰り返し直面することのほうがむしろ多いだろう。

- このような同一のゲーム的状況に繰り返し直面する、というような状況も、展開形ゲームを用いることにより分析することが可能である。

- このように、同一の標準形ゲームを繰り返し行うようなゲームを、繰り返しゲームとよぶ。

- 繰り返しゲームは二種類に分類できる。
  - 有限回繰り返しゲーム
    - 条件付繰り返し
    - 無条件繰り返し
  - 無限回繰り返しゲーム

- Game 7.
  - 囚人のジレンマゲーム
  - C (cooperationo) : 協力
  - D (defection): 裏切り

	C	D
C	4, 4	1, 5
D	5, 1	2, 2

ナッシュ均衡は、(D、D)

- 繰り返しゲームの分析により我々が知りたいことは、
  - 同一の標準形ゲームを繰り返すことが、いかにプレイヤーの戦略的状況を変化させ、各回の標準形ゲームでの行動に影響を与えるのか。
  - 囚人のジレンマゲームなどで観察された、残念で少々やっかいな（そして、場合によっては直感に反するかもしれない）結果は、繰り返しゲームを行うという（より日常的な）状況にするとどのように変わるのだろうか。

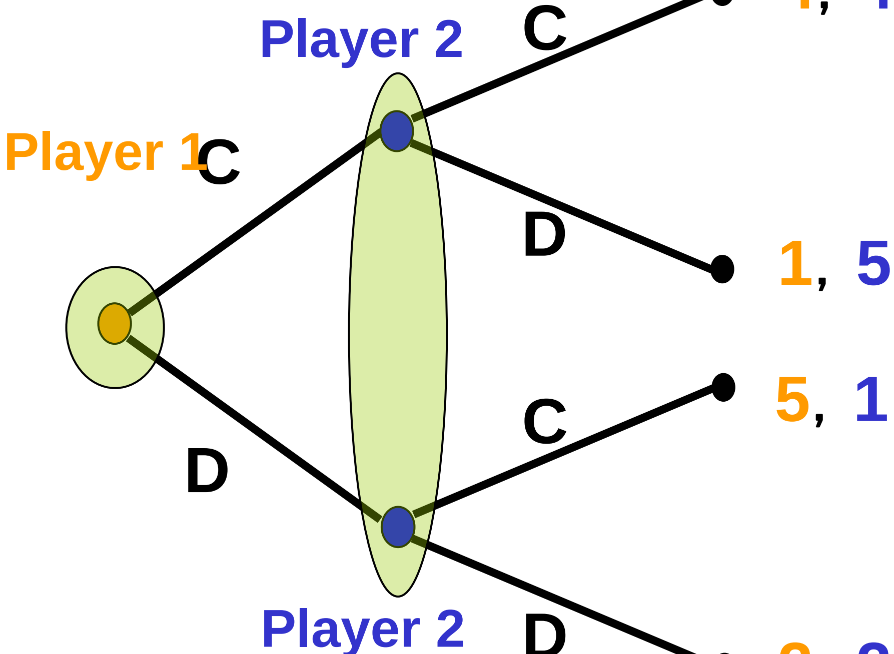
条件付有限回繰り返しゲーム

- 一回目の囚人のジレンマゲームの結果が（*C*, *C*）だったときに限り、囚人のジレンマゲームをもう一回繰り返す。
- ゲーム繰り返した場合には、利得は二回の囚人のジレンマゲームの和である。

	C	D
C	4, 4	1, 5
D	5, 1	2, 2

当該状況を、展開形ゲーム
として表現し、
部分ゲーム完全均衡を求めよ。

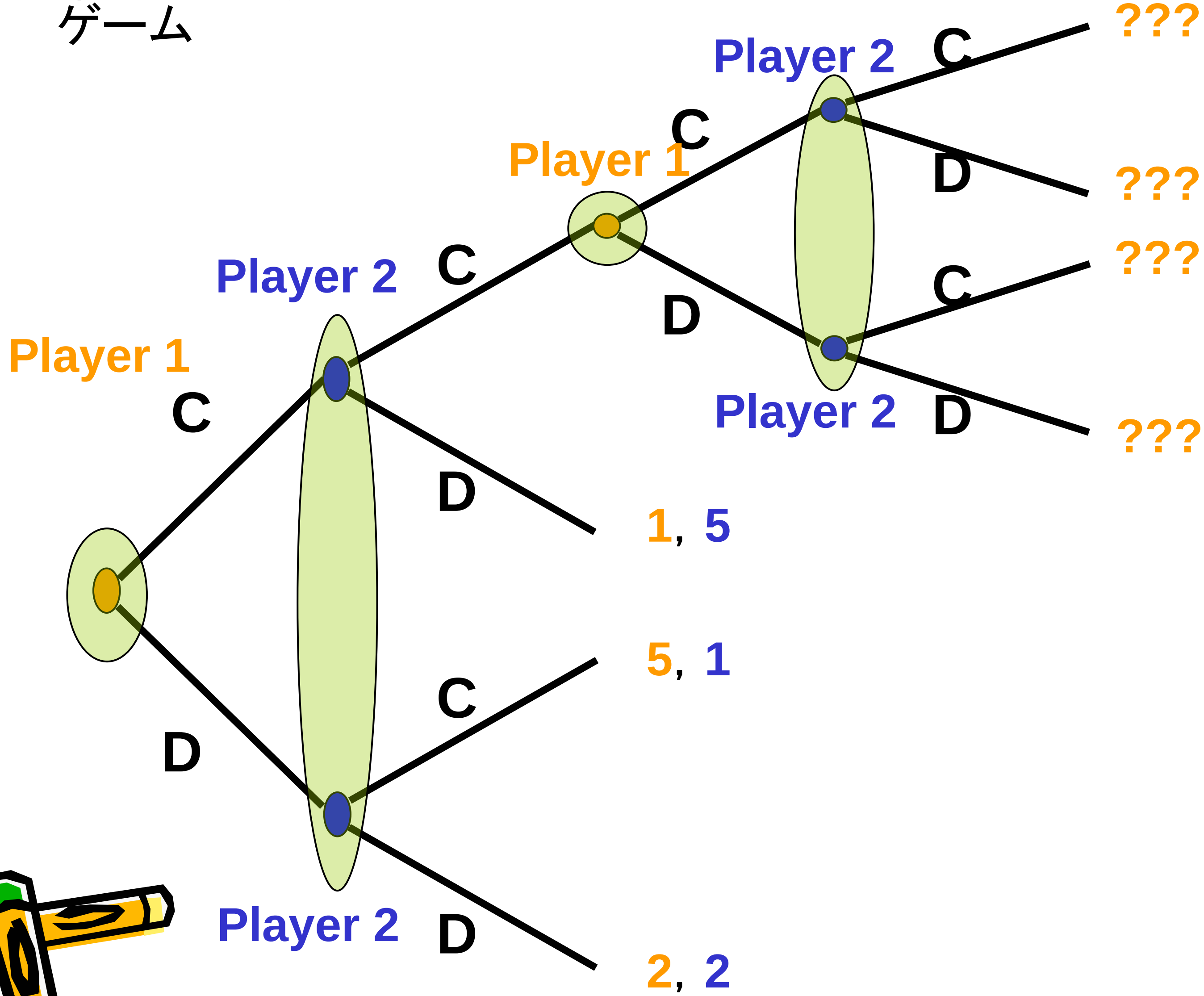
一回目



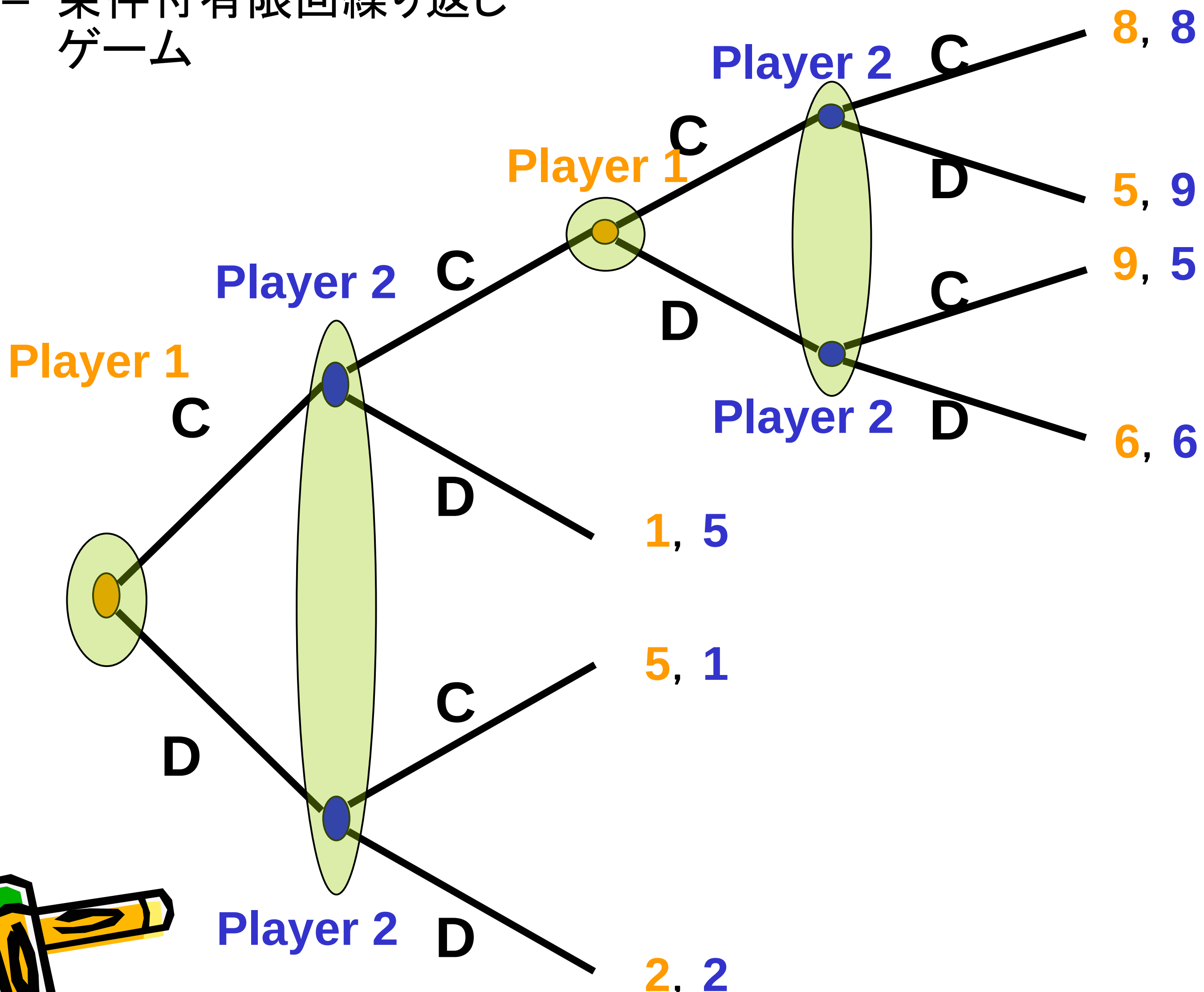
二回目

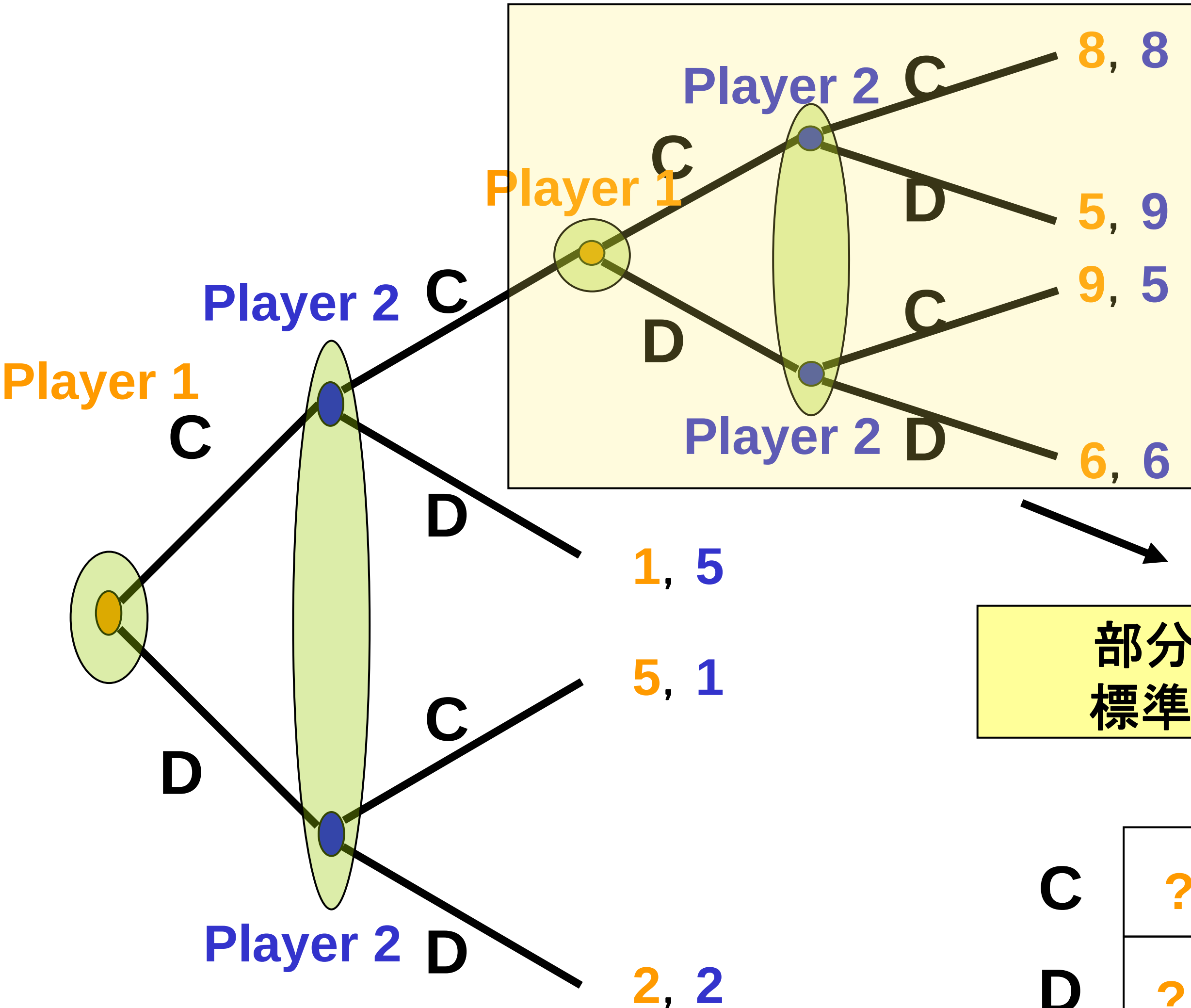
	C	D
C	4, 4	1, 5
D	5, 1	2, 2

- Game 8
  - 条件付有限回繰り返しゲーム



- Game 8
  - 条件付有限回繰り返しゲーム

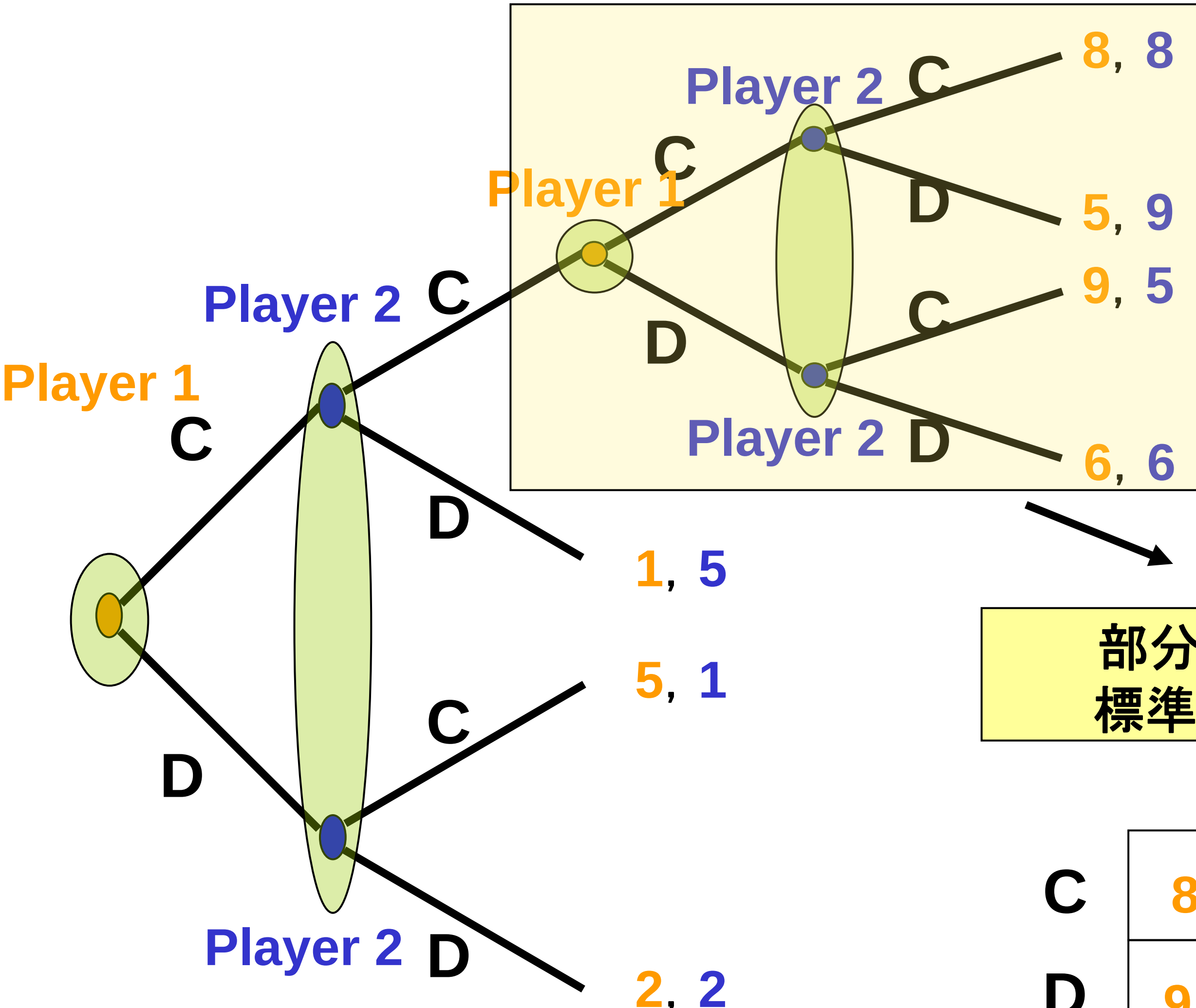




部分ゲームを
標準形に直す

	C	D
C	?, ?	?, ?
D	?, ?	?, ?

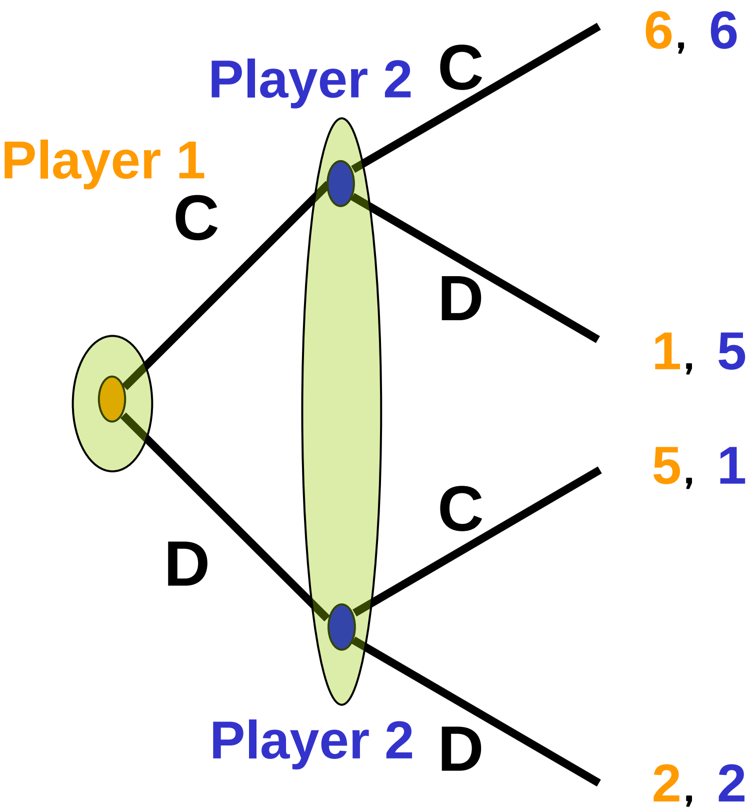
ナッシュ均衡は、???
利得は、???



部分ゲームを
標準形に直す

	C	D
C	8, 8	5, 9
D	9, 5	6, 6

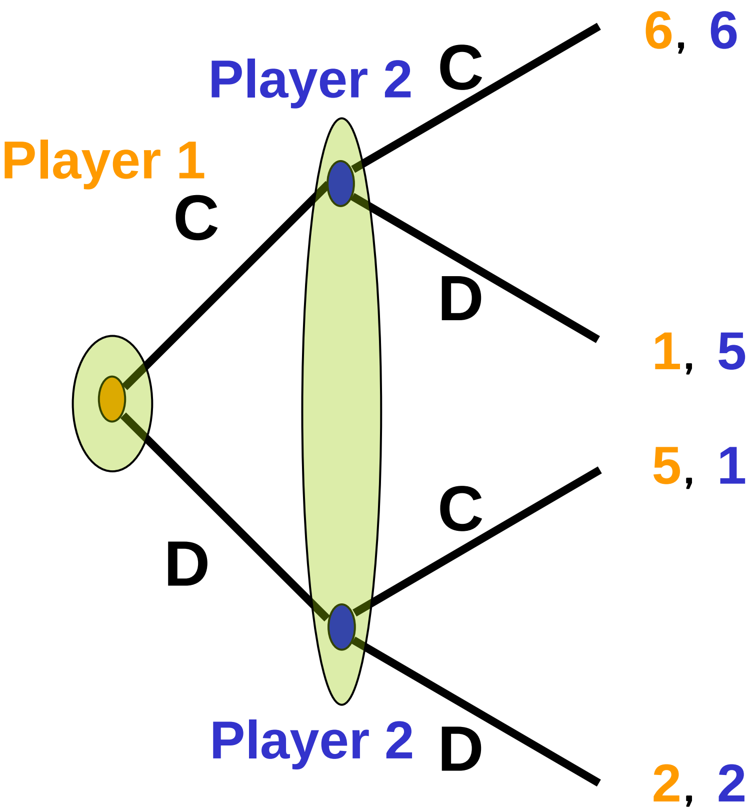
ナッシュ均衡は、(D、D)
利得は、(6, 6)



部分ゲームを(6,6)で
縮約したゲームを作る。

	C	D
C	8, 8	5, 9
D	9, 5	6, 6

ナッシュ均衡は、(D、D)
利得は、(6, 6)

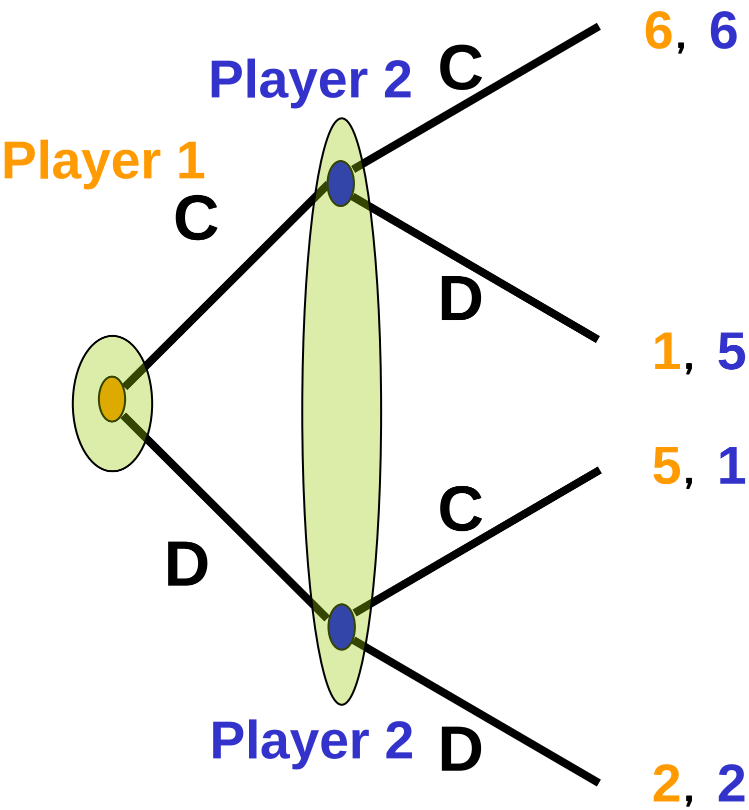


縮約したゲームを
標準形に直す

	C	D
C	?, ?	?, ?
D	?, ?	?, ?

ナッシュ均衡は、
???, ???

部分ゲーム完全均衡は、
???, ???



縮約したゲームを
標準形に直す

	C	D
C	6, 6	1, 5
D	5, 1	2, 2

ナッシュ均衡は、
(C、C), (D、D)

部分ゲーム完全均衡は、
(CD、CD), (DD、DD)

有限回繰り返しゲーム

- 条件付有限回繰り返しゲームの分析より、第一回目のゲームで (C,C) が実現する余地があることがわかった。
- しかし、（分析者が付け加えた）条件それ事態が、ゲームの結果を(C,C) の実現に誘導している、ともいえる。
- では、条件がない場合はどうなるのか。

有限回繰り返しゲーム

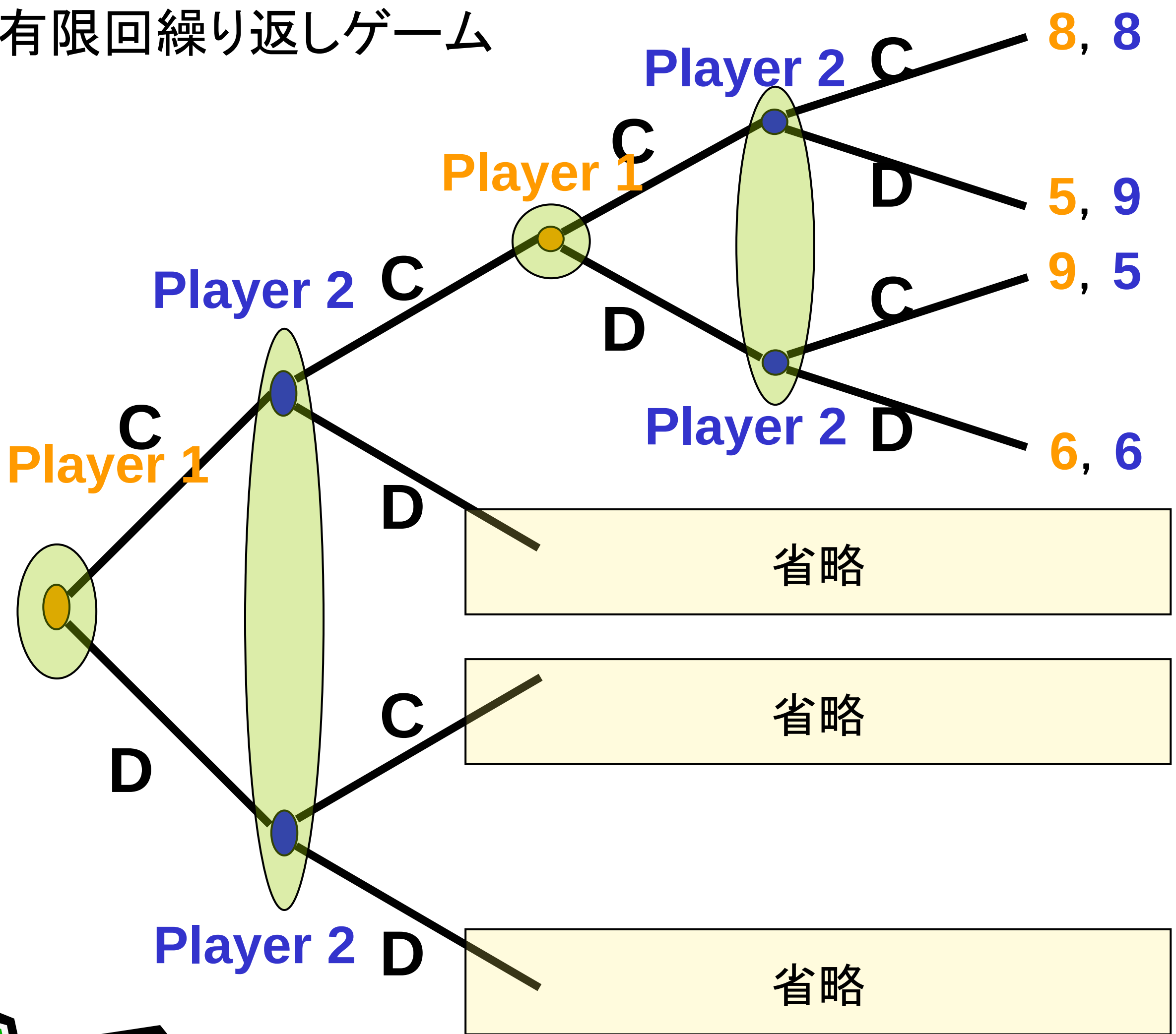
- 囚人のジレンマゲームを、一回目の結果にかかわらず、2回繰り返すケースを考える。

- 各回の囚人のジレンマゲームを行うときには、プレイヤーは同時かつ独立に意思決定を行うが、過去に相手が取った行動（と、当然自分の行動も）は観察することができる。

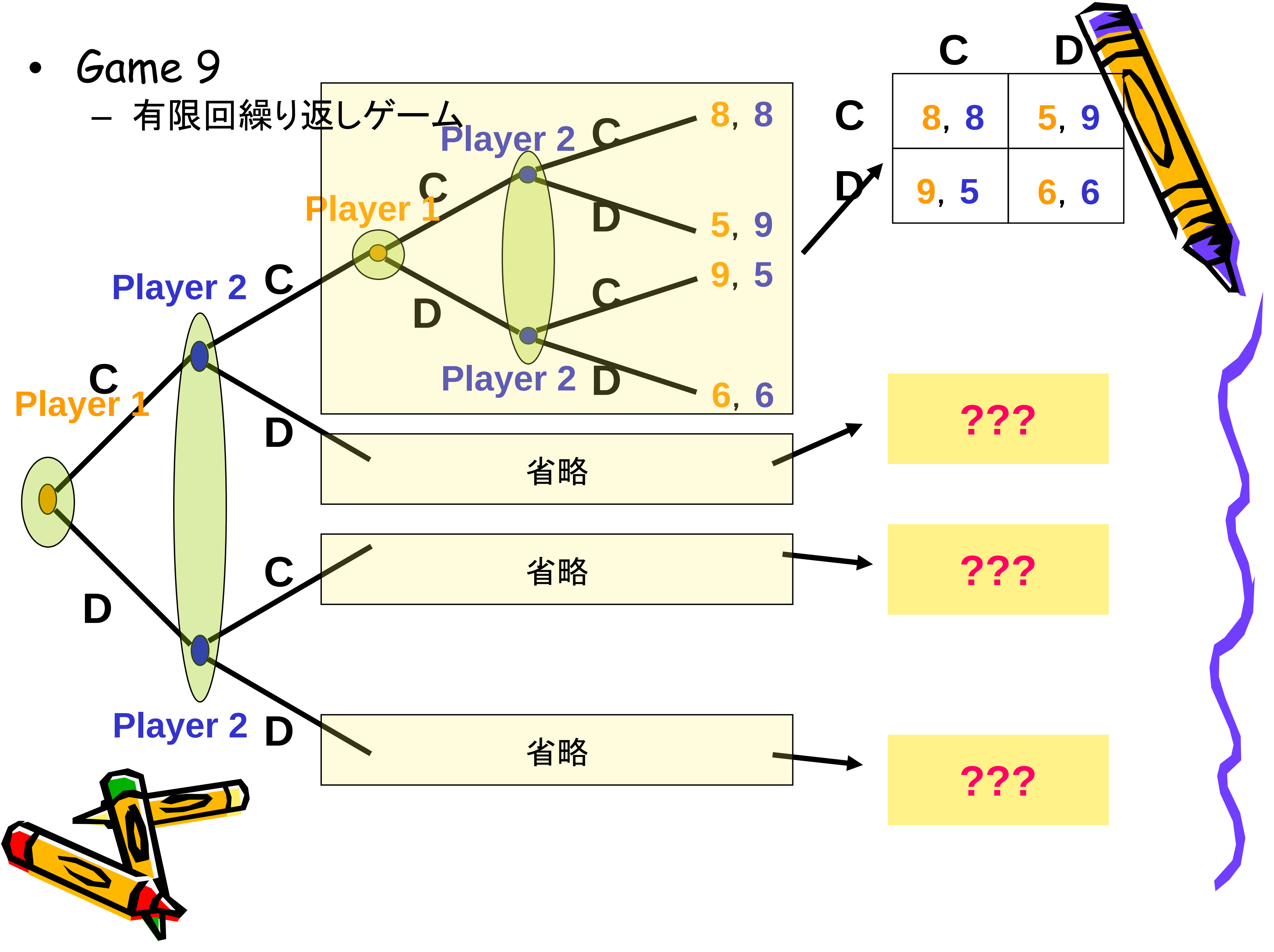
	C	D
C	4, 4	1, 5
D	5, 1	2, 2

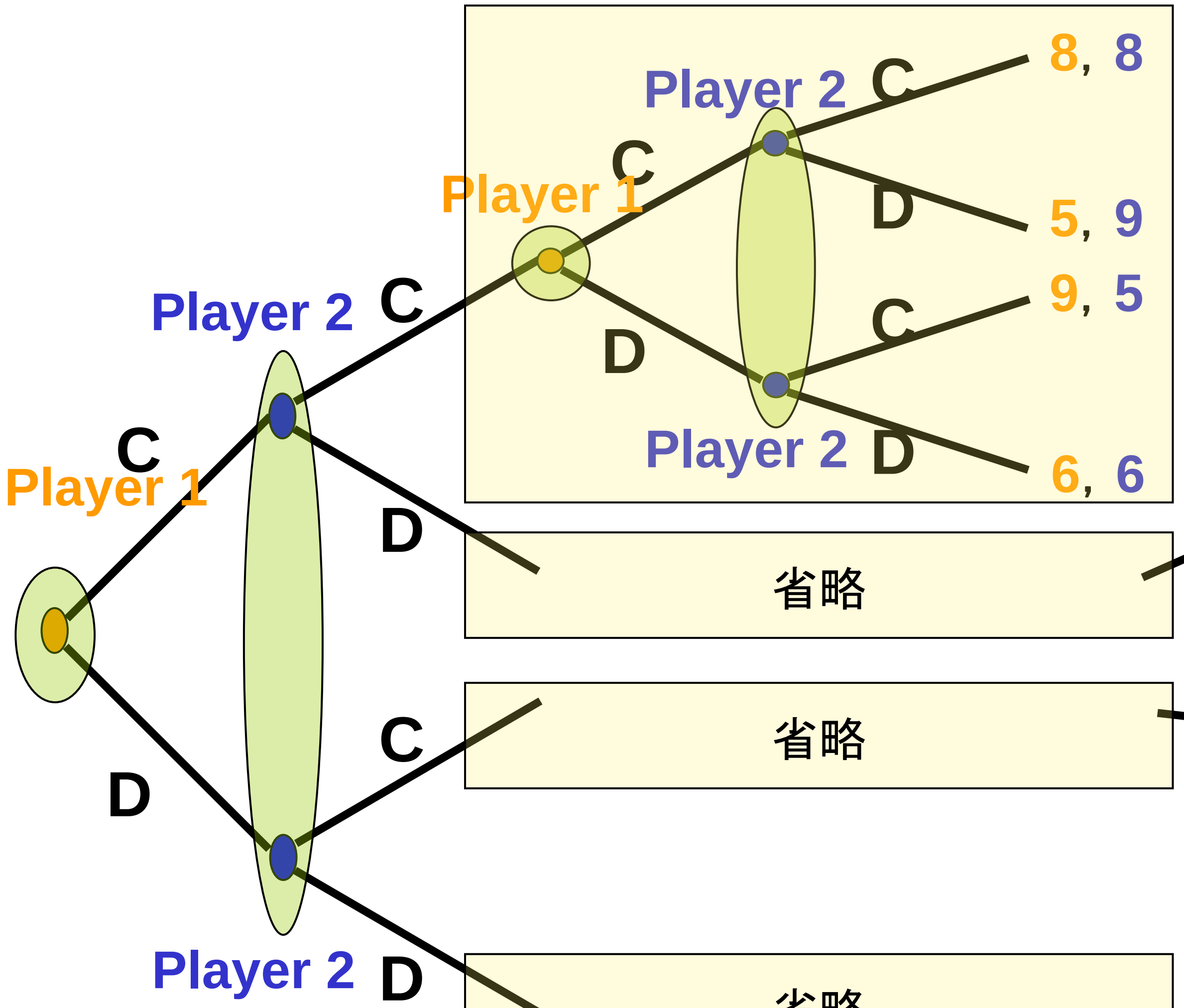
**当該状況を、展開形ゲーム
として表現し、
部分ゲーム完全均衡を求めよ。**

- Game 9
  - 有限回繰り返しゲーム



- Game 9
  - 有限回繰り返しゲーム





	C	D
C	8，8	5，9
D	9，5	6，6

	C	D
C	5，9	2，10
D	6，6	3，7

	C	D
C	9，5	6，6
D	10，2	7，3

	C	D
C	6，6	3，7
D	7，3	4，4

4つの部分ゲームがあるが
すべて Nash 均衡は
(D, D)

つまり、第一回の
結果に関わりなく、二回目の
囚人のジレンマゲーム
の結果は (D, D) である

これは、標準形ゲームでは、
プレイヤーの利得に定数を加える
ことにより新しいゲームを作っても
Nash 均衡は変化しない
という性質のため。

(C,C) のあと
の部分ゲーム

	C	D
C	8, 8	5, 9
D	9, 5	$\boxed{6, 6}$

(C,D) のあと
の部分ゲーム

	C	D
C	5, 9	2, 10
D	6, 6	$\boxed{3, 7}$

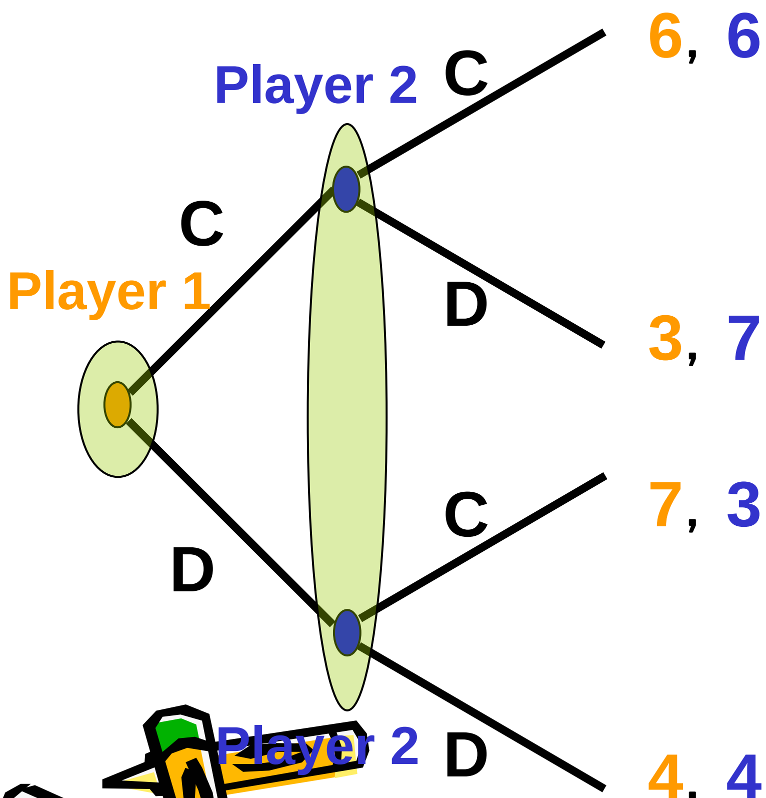
(D,C) のあと
の部分ゲーム

	C	D
C	9, 5	6, 6
D	10, 2	$\boxed{7, 3}$

(D,D) のあと
の部分ゲーム

	C	D
C	6, 6	3, 7
D	7, 3	$\boxed{4, 4}$

部分ゲームをナッシュ均衡
利得で置き換えて、
縮約したゲームを作る



(C,C) のあとの部分ゲーム

	C	D
C	8, 8	5, 9
D	9, 5	6, 6

(C,D) のあとの部分ゲーム

	C	D
C	5, 9	2, 10
D	6, 6	3, 7

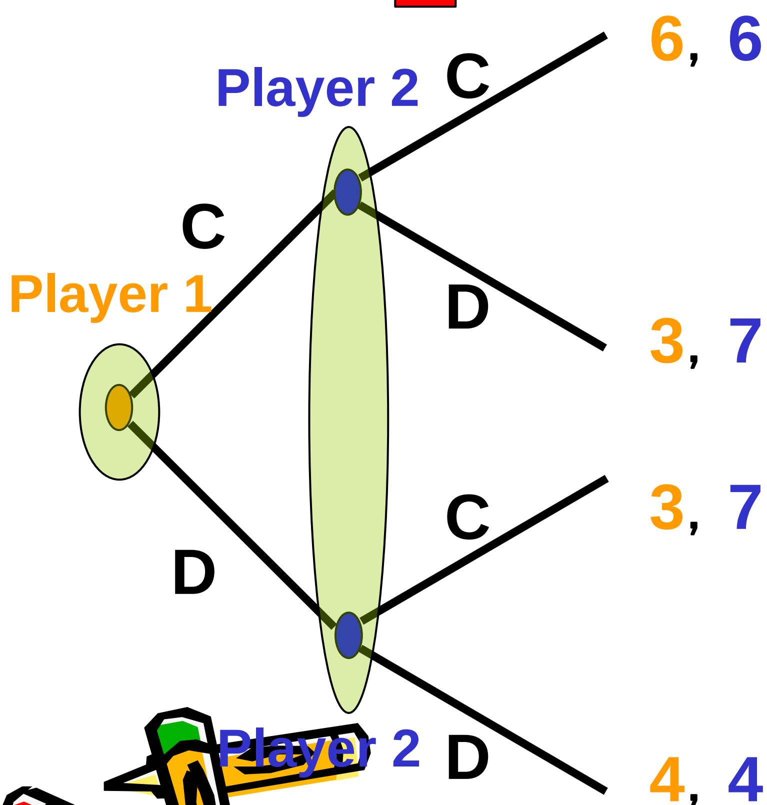
(D,C) のあとの部分ゲーム

	C	D
C	9, 5	6, 6
D	10, 2	7, 3

(D,D) のあとの部分ゲーム

	C	D
C	6, 6	3, 7
D	7, 3	4, 4

	C	D
C	6, 6	3, 7
D	7, 3	4, 4



つまり、第一ステージの
Nash 均衡も
(D, D)

部分ゲーム完全均衡は、

Player 1 は第一ステージでは D を選択
Player 1 は第二ステージでは
第一ステージの結果が(C, C) のときは D を選ぶ
第一ステージの結果が(C, D) のときは D を選ぶ
第一ステージの結果が(D, C) のときは D を選ぶ
第一ステージの結果が(D, D) のときは D を選ぶ

Player 2 も同じ

部分ゲーム完全均衡は、

(DDDDD, DDDDD)

である。

- 囚人のジレンマゲームの二回繰り返しゲームの分析からわかったこと
  - 結局、毎回 (D, D) が達成されるだけ

- なぜだろうか？
  - 二回目（最終回）の囚人のジレンマゲームを考えると、一回目の囚人のジレンマゲームの結果が何であれ（これまで実現した利得がなんであれ）、それが囚人のジレンマゲームと同じ構造を持つことは変わらない。
  - これにより、結局、二回目（最終回）の囚人のジレンマゲームでは、(D, D) だけが Nash 均衡である。
  - このことを踏まえると、結局一回目（前の回）の囚人のジレンマゲームの結果は、二回目（次の回）の囚人のジレンマゲームの結果には影響を与えない。
  - よって、一回目（その前の回）の囚人のジレンマゲームでも（D,D）が達成されるのである。

- 実は、このような結論は、最終回が存在する限りいつでも成立してしまう。

- 言い換えれば、囚人のジレンマゲームを10回、100回、1000回と繰り返しても、毎回 (D,D) が実現し続ける、ということになるのである。

- 例えば、100回繰り返す場合を考えると、100回目のゲーム、99回目のゲーム、98回目のゲーム、. . . . 、と考えていき、結局 (D, D) が実現し続けることになる。

- さて、このような思考方法は、本当に我々が長期的な関係にある相手(配偶者、家族、友人、長期的な契約相手、ビジネスパートナー)に対して意思決定をする際に用いている思考方法を近似しているといえるのだろうか?

- 無限回繰り返しゲーム(最終回の存在しないゲーム)のほうが適切である

連絡事項

- 11月9日は授業アンケートを実施する
- 次回は「無限回繰り返しゲーム」の講義を行う。
- 講義資料は、ホームページにアップする。