駒澤大学　ゲーム理論B
第2回

早稲田大学高等研究所
上條良夫

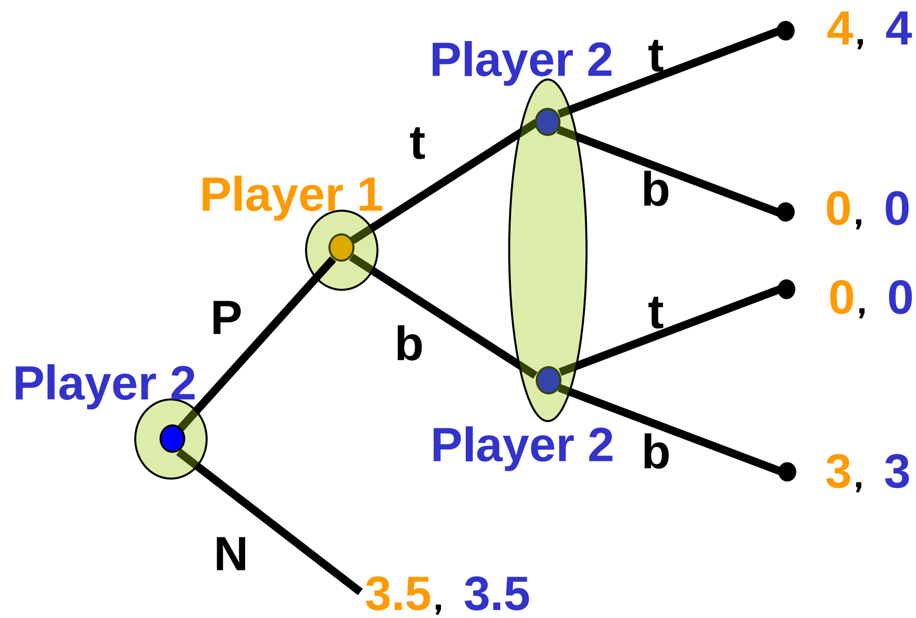
講義予定

- 数当てゲーム
- 囚人のジレンマ
- ナッシュ均衡
- 部分ゲーム完全均衡

復習(1回)

- 標準形ゲームのナッシュ均衡を求める。
- 部分ゲーム完全均衡を求める。

	維持	下げる
維持	0, 0	−20, 30
下げる	30, −20	−10, −10



ナッシュ均衡

- 標準形ゲームでは、プレイヤーが自分の戦略を選ぶ際には、常に相手がどのような戦略を選んでくるのかについて予想する必要がある。

- ナッシュ均衡では、
  - （1） 各プレイヤーは他のプレイヤーの戦略を正確に予想している。（予想の実現）
  - （2） 各プレイヤーは、他のプレイヤーの行動の予想に対して、自分の利得を最大にするような最も好ましい戦略を選んでいる。（最適反応）

- （1）、（2）より、ナッシュ均衡では、すべてのプレイヤーが相手の戦略に対して最適反応している。

ナッシュ均衡

- ナッシュ均衡では、すべてのプレイヤーが相手の戦略に対して最適反応している。
- ナッシュ均衡のもう一つの表現
- ナッシュ均衡からは、誰も自ら戦略を変更しようとはしない。なぜなら、戦略を変更して利得が増加することはないから。

Game 1

	戦略1	戦略2
戦略1	3,　1	2,　2
戦略2	1,　2	1,　1

Game 2

	戦略1	戦略2
戦略1	0,　0	−20,　30
戦略2	30,　−20	−10,　−10

囚人のジレンマ

- 強盗殺人の容疑者A，B が警察で取調べをされている。
- 真相は、A と B が共犯で強盗殺人を犯した。
- 警察は、A と B が強盗を犯した証拠は掴んでいるが、殺人を犯した証拠はない。
- 殺人の罪を立証するには、二人のうちいずれかの自白が必要。

囚人のジレンマ

- 警察は、A と B に次のような話を持ちかけた。
- 二人とも自白をしなければ、二人とも懲役2年。
- お前が自白して、相手が黙秘をすれば、お前の懲役は1年。相手の懲役は10年。
- お前が黙秘をして、相手が自白をすれば、お前の懲役は10年。相手の懲役は1年。
- 二人とも自白をすれば、二人とも懲役5年。
- A と B は話し合うことができず、明日の朝に返事をしなければならない。

	黙秘	自白
黙秘	-2, -2	-10, -1
自白	-1, -10	-5, -5

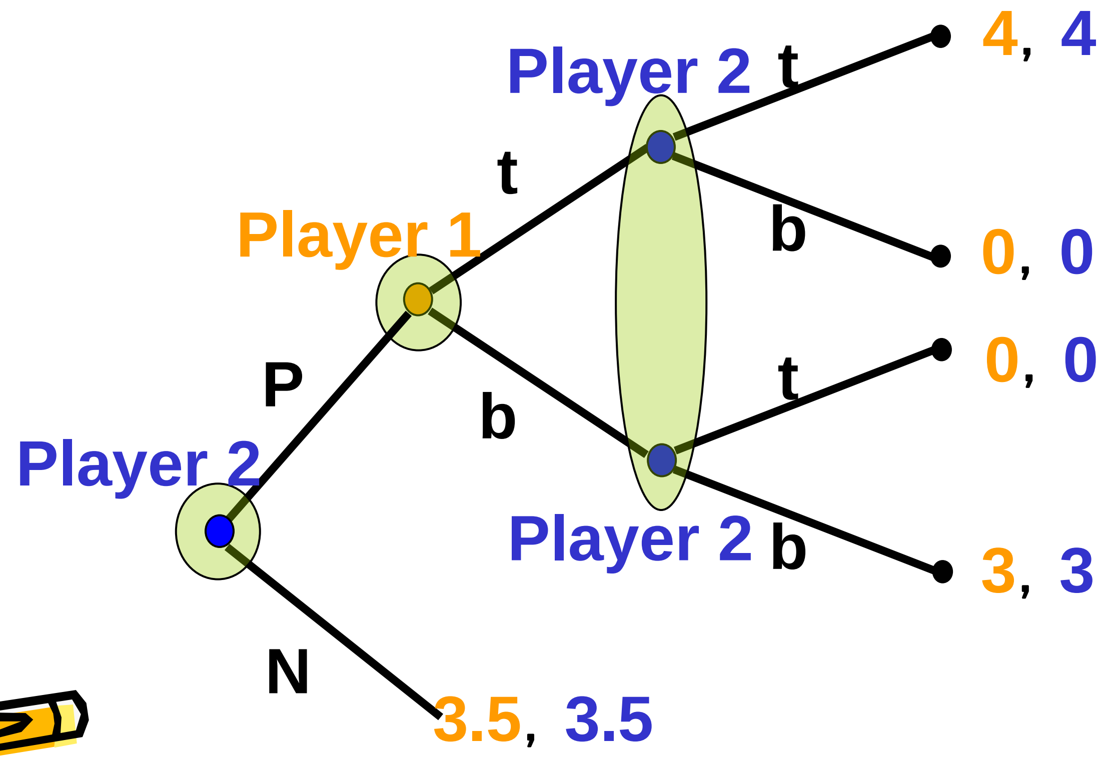
ナッシュ均衡は、（自白、自白）

しかし、（黙秘、黙秘）は（自白、自白）よりも二人にとって好ましい

数当てゲーム

- 本日の講義出席者がプレイヤー。
- 出席カードの裏面に、0 ~ 100 の整数を一つだけ記入。
- 表明された全員の数字の平均値 * 0.6 が Winning Number。
- Winning Number に最も近い数字を表明した人が優勝。
- 優勝者の出席点は10点。
- 他の人は、出席点5点。

展開形ゲーム



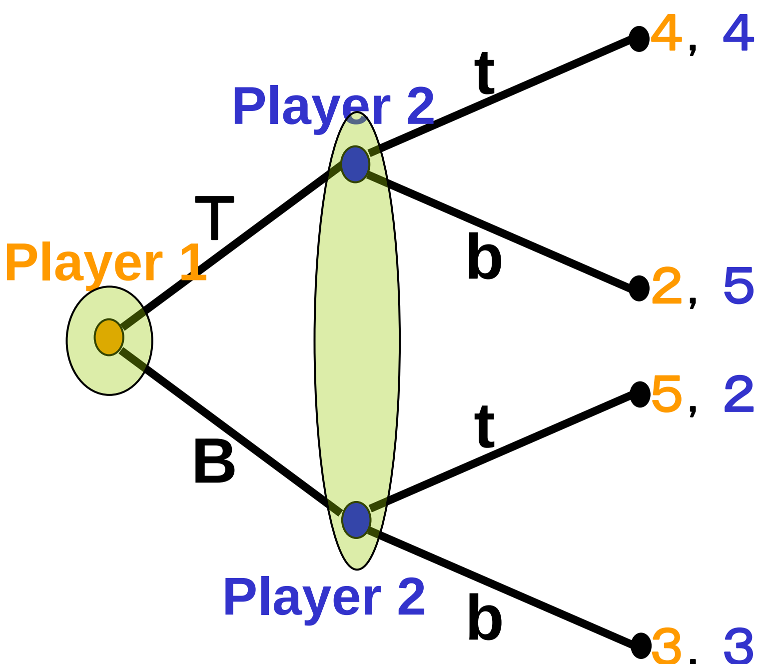
展開形ゲームの戦略と標準形表現

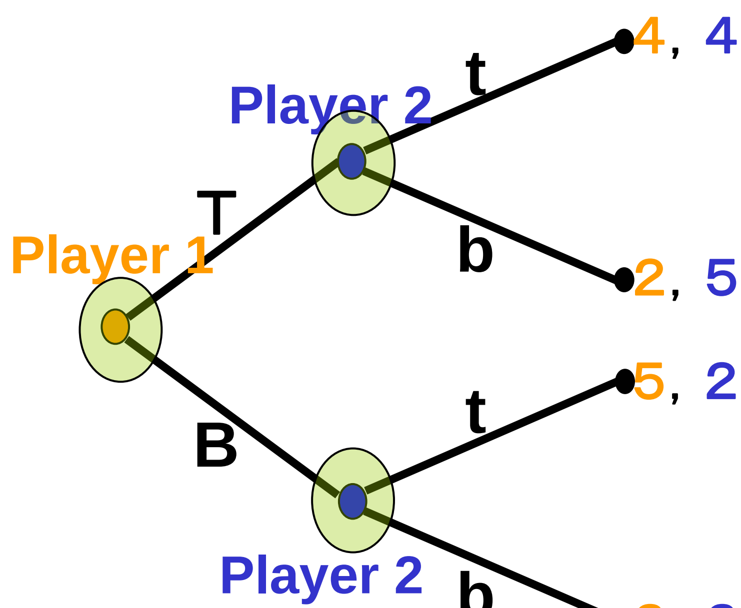
- 展開形ゲームにおいて、各プレイヤーが自分の手番で選ぶ選択肢のことを行動とよぶ。

- では、展開形ゲームにおけるプレイヤーの戦略とはなんだろうか？

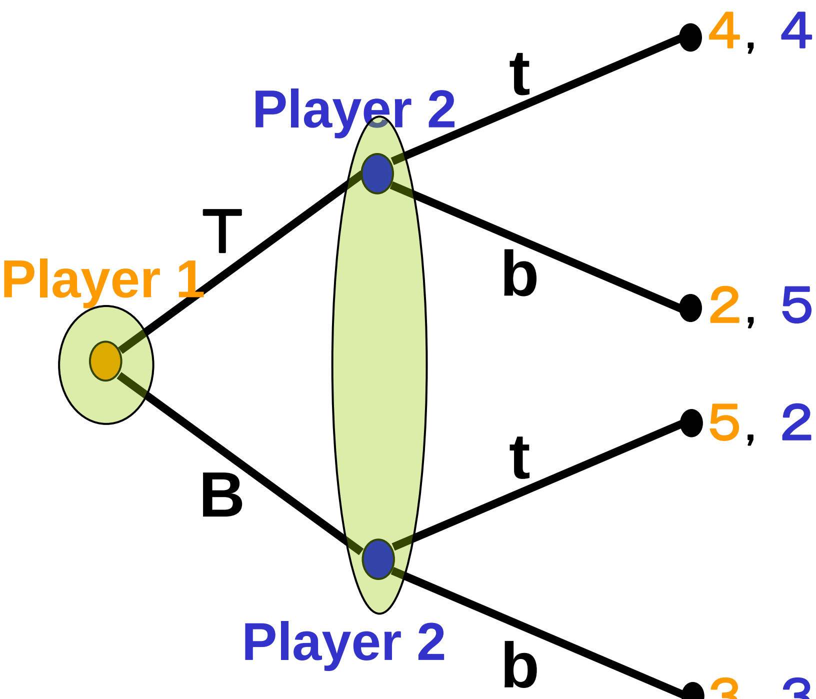
- それは、ゲームを開始する前に決めておく、プレイヤーの行動計画である。

- 左図(Game 3)･･･Player 2 は、Player 1 の選択内容を知らない状態で、自身の行動を決定しなければならない
- 右図(Game 4)･･･Player 2 は、Player 1 の選択内容を知った状態で、自身の行動を決定することができる。





- Game 3におけるプレイヤーの行動計画を考えよう。
  - プレイヤー1は、自分の番(情報集合)で T か B か、を決定する。
  - プレイヤー2は、自分の番(情報集合)で t か b か、を決定する。



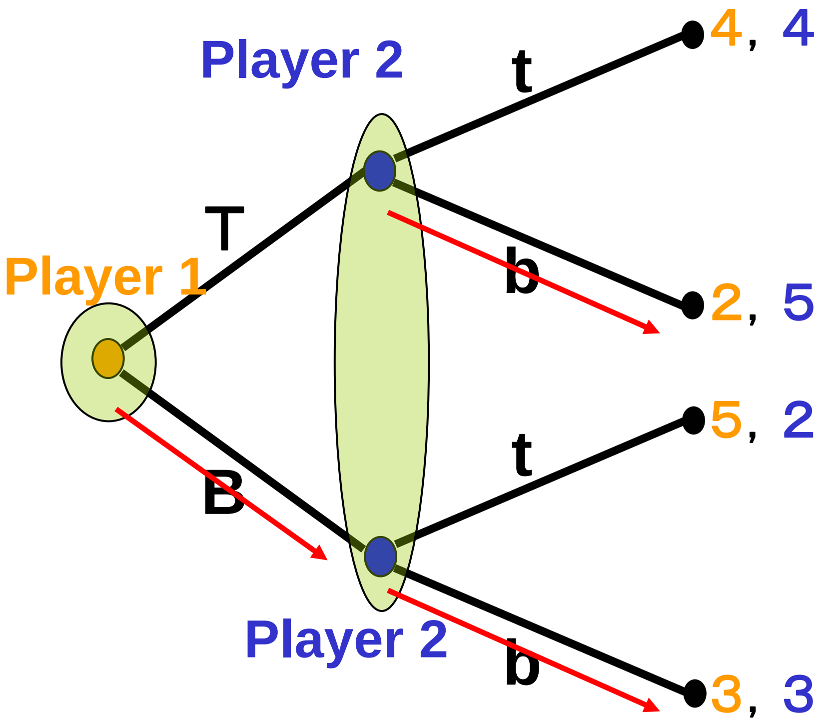
Player 1の戦略集合　{T, B}

Player 1 は、事前に、自分の情報集合が到達したら、Tを選ぶのか、Bを選ぶのかを決定しておく。

Player 2の戦略集合　{t, b}

Player 2 は、事前に、自分の情報集合が到達したら、t を選ぶのか、b を選ぶのかを決定しておく。

- Game 3 を標準形ゲームに書き換える。



Player 2

Player 1	t	b
T	4, 4	2, 5
B	5, 2	3, 3

Nash 均衡は
(B, b)

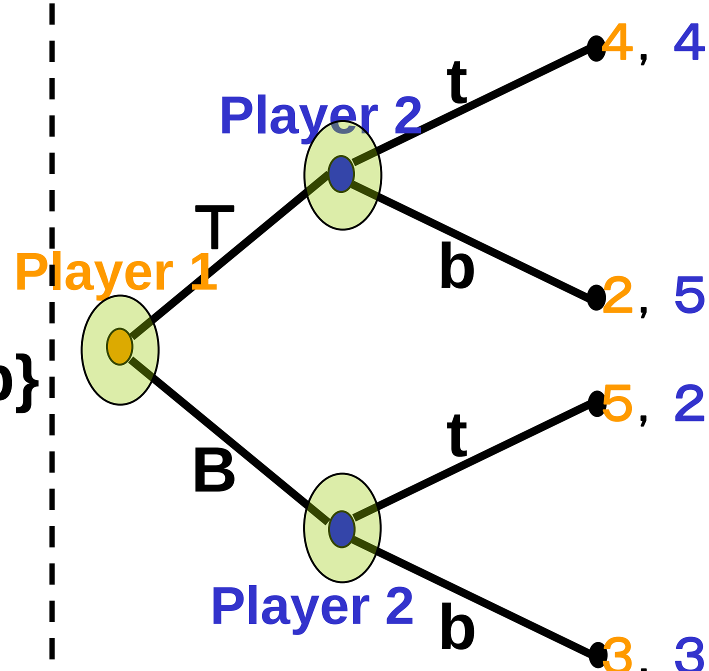
- Game 4 のプレイヤーの行動計画を考えよう
  - プレイヤー1は、自分の番(情報集合)で T か B か、を決定する。
  - プレイヤー2は、上の情報集合で t か b か、下の情報集合で t か b か、を決定する。

Player 1の戦略集合 {T, B}

Player 1 は、事前に、自分の情報集合が到達したら、Tを選ぶのか、Bを選ぶのかを決定しておく。

Player 2の戦略集合 {tt, tb, bt, bb}

Player 2 の行動計画は、
上の情報集合だったら t or b
下の情報集合だったら t or b
というもの
2*2 = 4 なので、4通りの行動計画がある。
つまり、四種類の戦略がある。



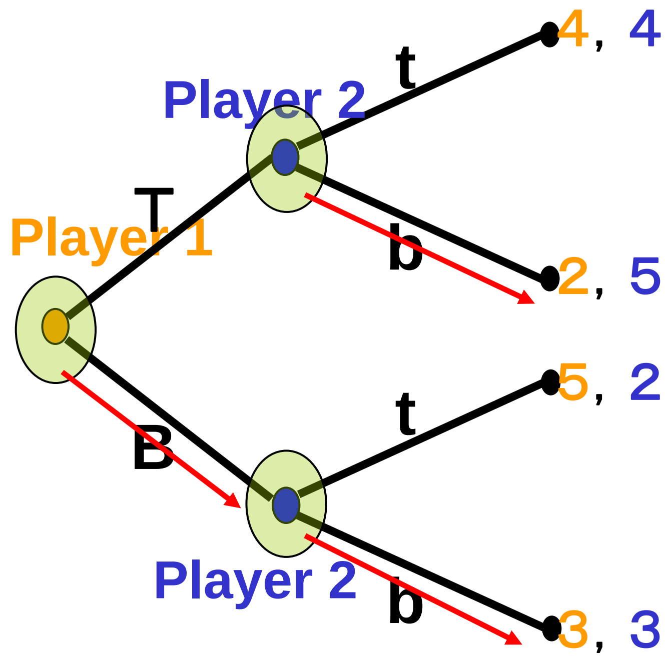
- Game 4 を標準形ゲームに書き換える。
  - プレイヤー2の戦略に注意。

Player 2

	tt	tb	bt	bb
T	4, 4	4, 4	2, 5	2, 5
B	5, 2	3, 3	5, 2	3, 3

Player 1

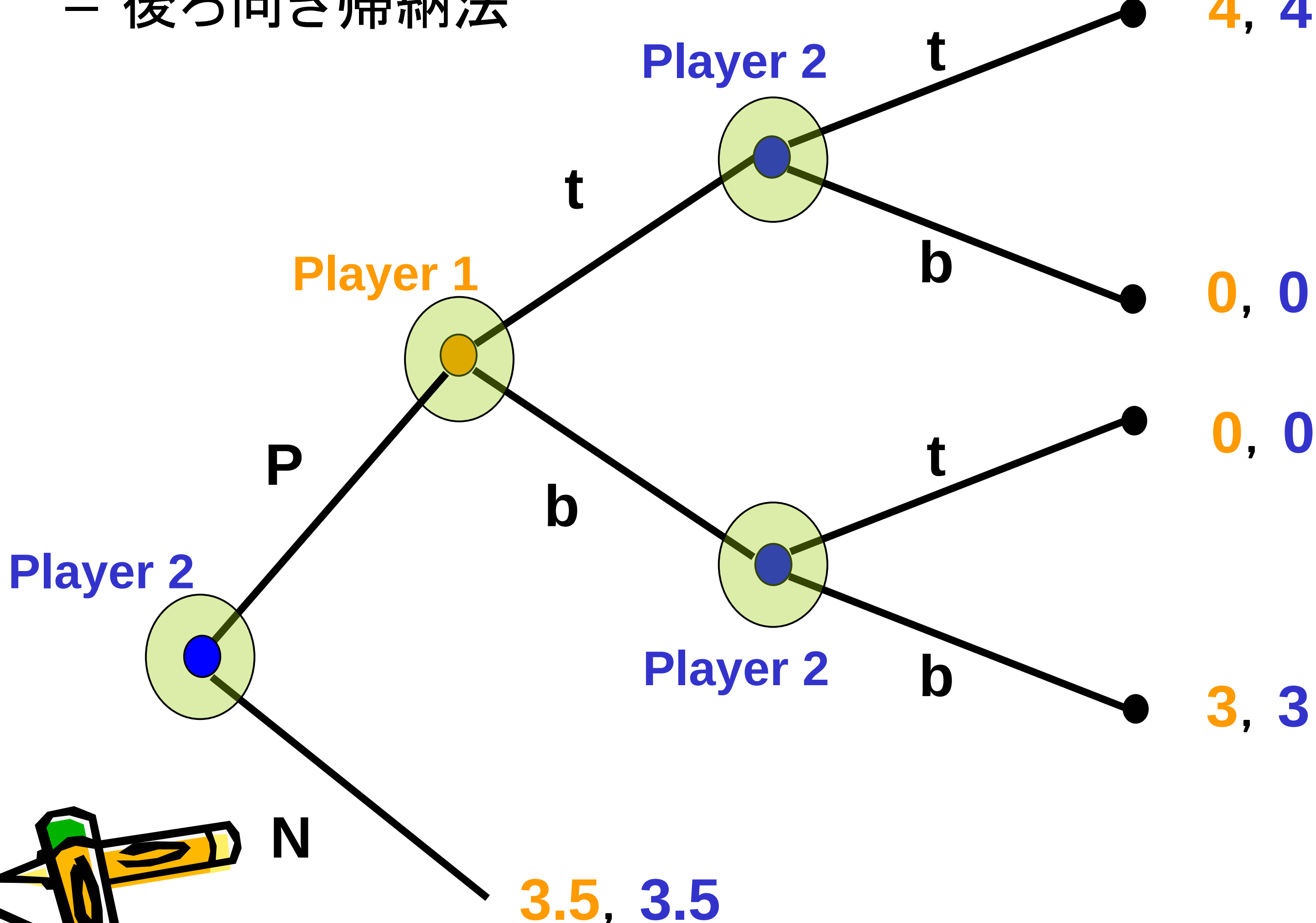
Nash 均衡は (B, bb)



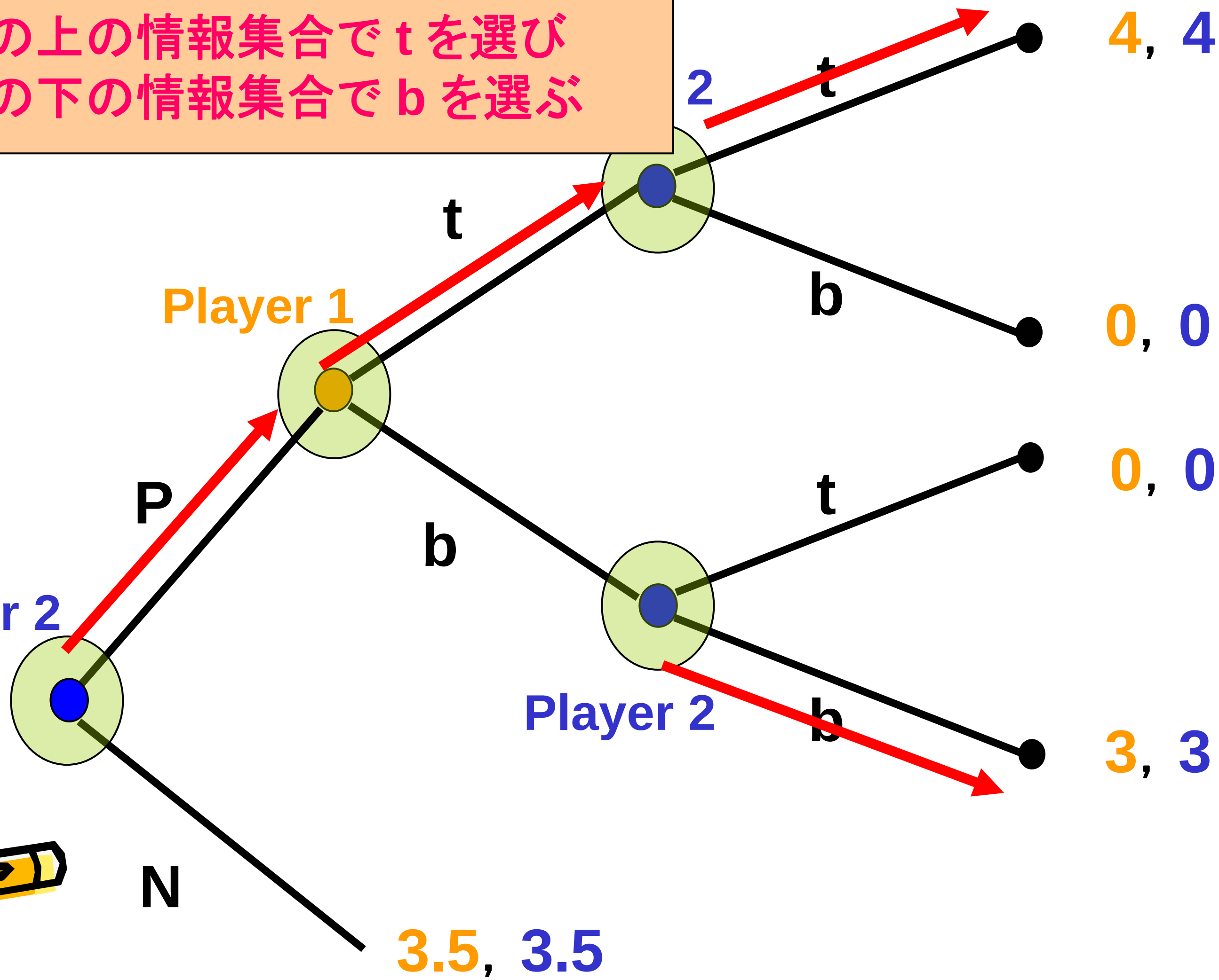
部分ゲーム完全均衡

- 「信憑性の無い脅し」均衡を排除するための、展開形ゲームにおける新しい均衡概念。
- といっても、基本的には Nash 均衡のアイデアと同じ。
- ポイントは、Nash 均衡であることを、すべての部分ゲームにおいて要請することである。

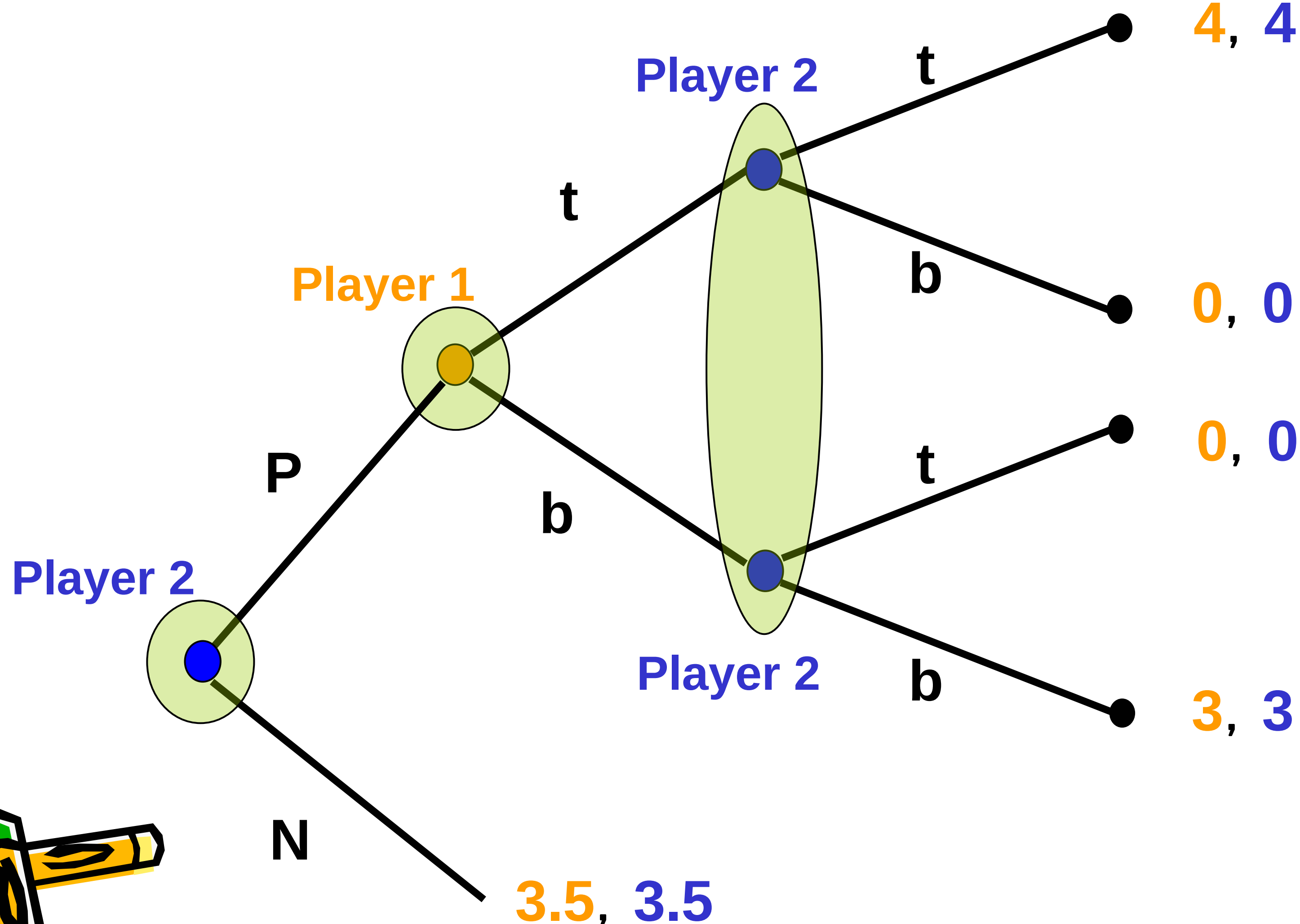
- Game 5
  - 完全情報ゲーム
  - 後ろ向き帰納法



部分ゲーム完全均衡は、
Player 1 は t を選ぶ
Player 2 は最初の情報集合で P を選び
二回目の上の情報集合で t を選び
二回目の下の情報集合で b を選ぶ

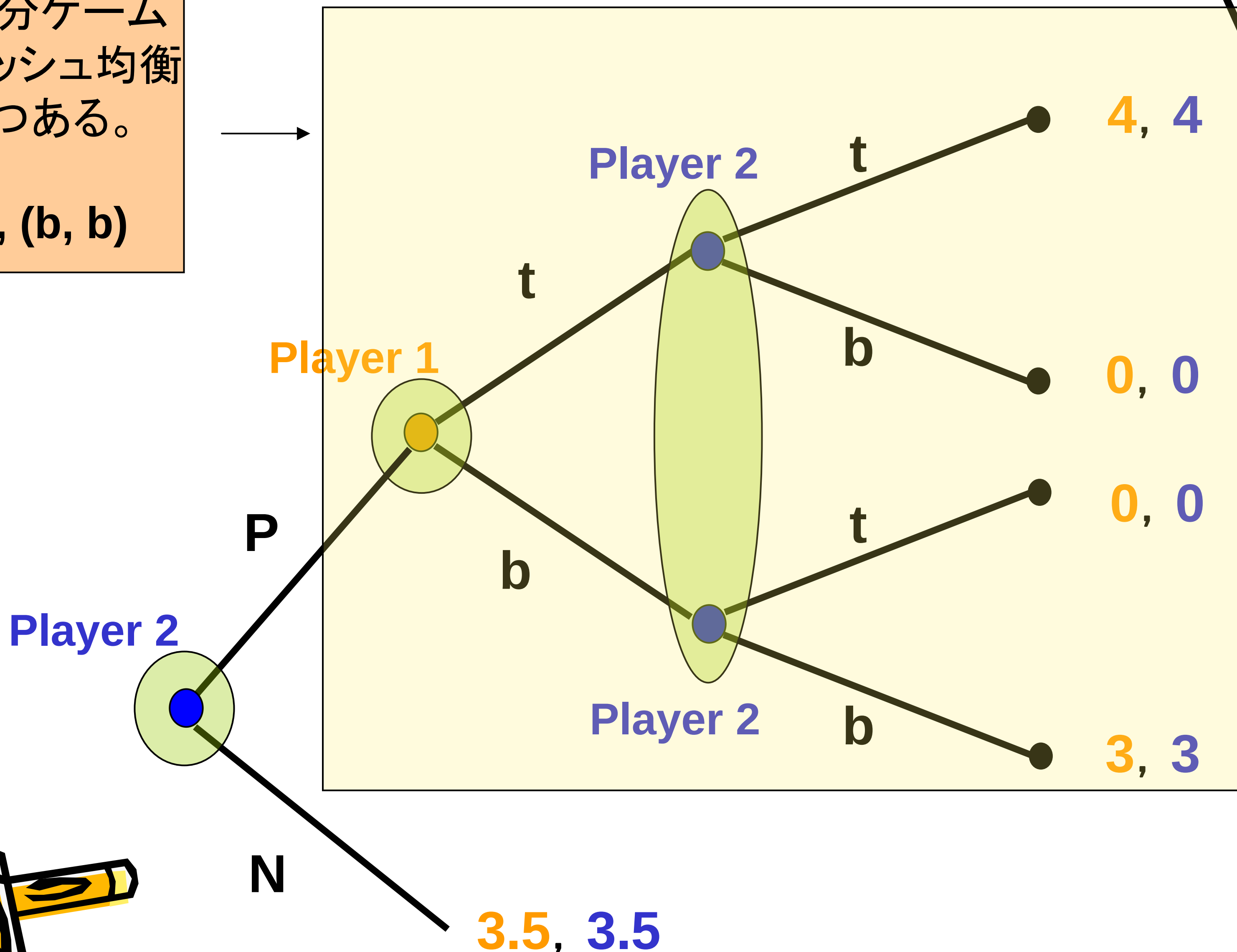


- Game 6
  - 完全情報ゲームではない
  - 後ろ向き帰納法は使えない



この部分ゲーム
にはナッシュ均衡
が二つある。

(t, t), (b, b)

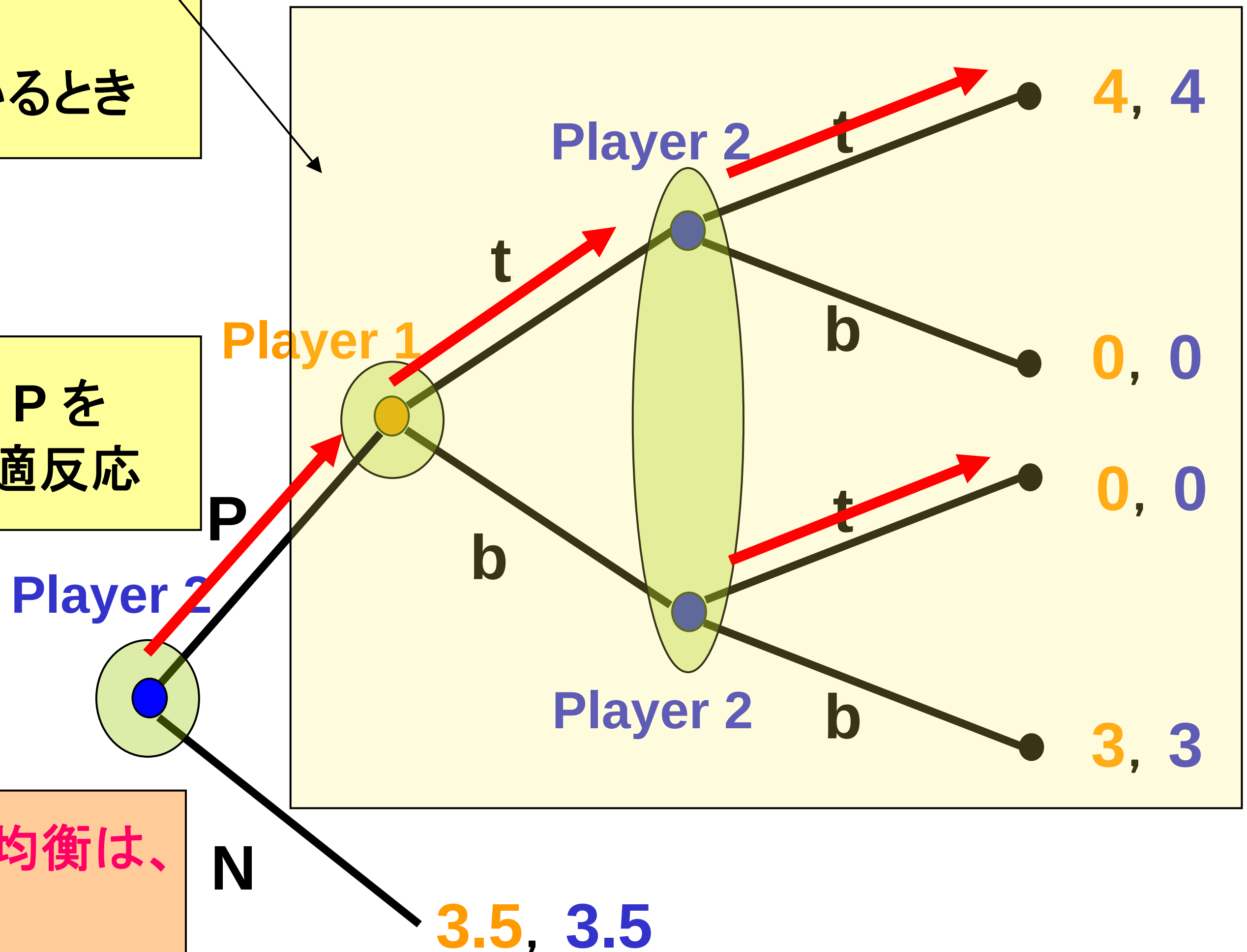


部分ゲームの
ナッシュ均衡
(t, t)
が選ばれているとき

Player 2 は P を
選ぶことが最適反応

部分ゲーム完全均衡は、

（t, Pt）

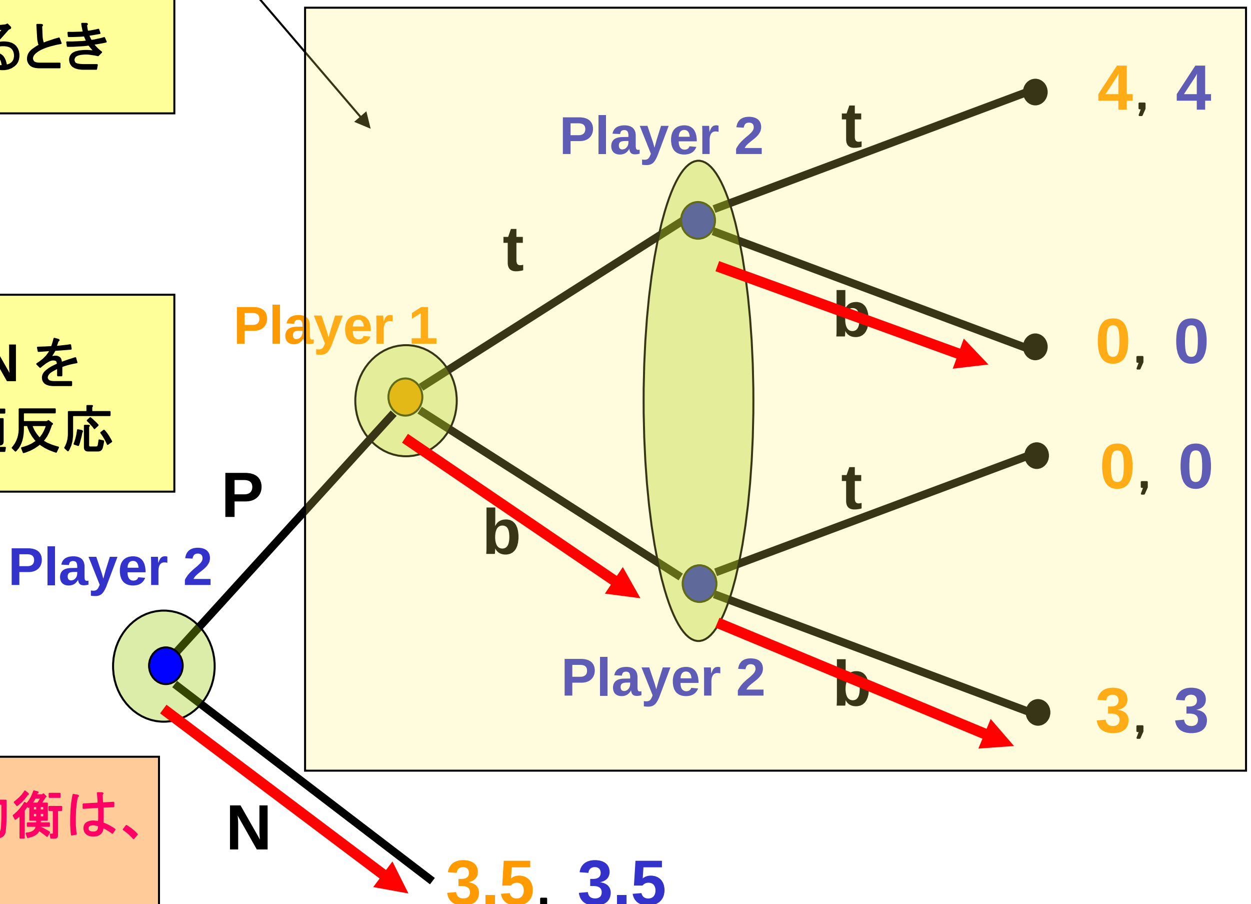


部分ゲームの
ナッシュ均衡
(b, b)
が選ばれているとき

Player 2 は N を
選ぶことが最適反応

部分ゲーム完全均衡は、

（b, Nb）



連絡事項

- 11月9日は授業アンケートを実施する

- 次回は「繰り返しゲーム」の講義を行う。