駒澤大学　ゲーム理論B
第10回

早稲田大学高等研究所
上條良夫

これまでの流れ

- **最後通牒ゲーム**の分析
- →　最後通牒できる人が有利
  - ブルワリズム（評判）
  - 担当者不在

- **二段階交互提案ゲーム**の分析
- →　最後に提案できる人（最後通牒できる人）がやはり有利

今日の講義内容

- **無限回交互提案応答ゲーム**

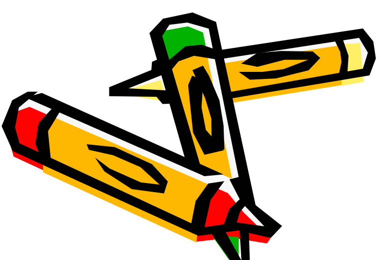
- 無限回なので、最後通牒できるプレイヤーは存在しない。

- それでは、いったい何が交渉力に影響を与えるのか。

プレイヤー1

プレイヤー2

プレイヤー1とプレイヤー2は
ある一定金額（単に **1** とする）
を二人の間で
どのように分配するのか
という点について
交渉を行っている。

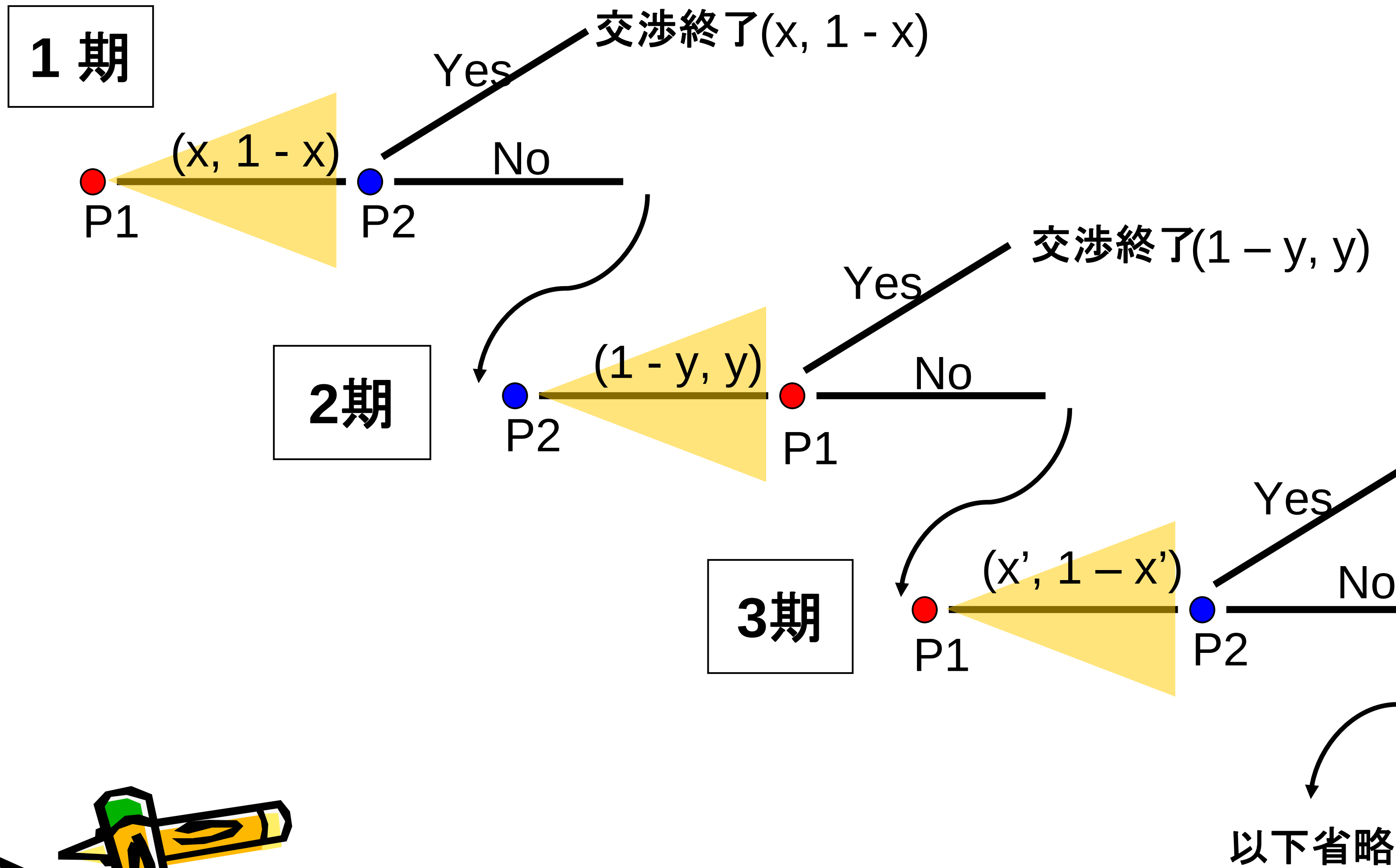




- 交渉は、次のように行われる。
  - 今期(1期)。まずプレイヤー1が分配案を提案し、それに対して、プレイヤー2が、「受け入れる(Y)」か「拒否する(N)」か、を決定する。
  - プレイヤー2が「Y」を選択すれば、そこで交渉は終了。二人は1の分配案どおりに金貨を分ける。
  - プレイヤー2が「N」を選択すると、交渉は次の期へと進む。
  - 次の期(2期)。プレイヤー1とプレイヤー2の役割を入れかえて、同一の交渉を行う。
  - 次の次の期(3期)。プレイヤー1とプレイヤー2の役割を入れかえて(つまり 1期と同じ役割)、同一の交渉を行う。
  - 以下省略
  - ・・・

- 当該状況を展開形ゲームとして表現して、部分ゲーム完全均衡を導出してみよう。
  - ただし、プレイヤー達は総額 1 をどのように分割することも可能。よって、分配案は、
    - (x, 1- x)
    - (1 – y, y)
  - のように表現され、x, y の値は0 以上1以下のどんな実数でもよい。
  - 分析を簡単にするため、**応答するプレイヤーは、yes, no が無差別に場合には、yes を選択すると仮定する。**
  - 分析を簡単にするため、プレイヤーは、同一の状況であれば、同一の行動をとると仮定して分析を行う（**定常性の仮定**）。

- 交互提案応答ゲームの流れ



- 割引因子 δ

- 交渉は早く終わるほうがよい。
  - あとで説明するように、交渉決裂時には双方ともになにももらえないとするならば、ここではδを交渉の継続確率として解釈することも可能。

- 今期に交渉終えて x もらうときの利得　x

- 一期後に交渉を終えて x をもらうときの利得　δx

- t 期後に交渉を終えて x をもらうときの利得　$\delta^t x$

部分ゲーム完全均衡

- 交渉は長引けば長引くだけ、双方にとってうれしくないので、合理的なプレイヤーであれば、第一期にプレイヤー1が「プレイヤー2が受け入れられるぎりぎりの提案」を行い、それをプレイヤー2が受け入れることにより、交渉は終了する。

- しかし、プレイヤー2の受け入れられるぎりぎりの水準を計算するには、交渉が第二期まで進んだ際の、第二期でプレイヤー2が獲得できる利得についての情報が必要となる。

- 第二期では、プレイヤー2は、「プレイヤー1が受け入れられるぎりぎりの提案」を行うはずである。このプレイヤー1が受け入れられる水準ぎりぎりを計算するには、交渉が第三期まで進んだ際の、第三期でのプレイヤー1が獲得できる利得についての情報が必要となる。

- 以下、同じような議論が延々と続く。

部分ゲーム完全均衡

- つまり、たとえ交渉が第一期で終了するとしても、すべての部分ゲームについて考慮しなければならない。

- さて、どうしようか。

- ここで、合理的なプレイヤーであるのならば、彼らの行動は「定常的」であるということを新たに仮定する。

- よくよくこのゲームを眺めてみると、第一期から始まる交互提案応答ゲームと、第三期から始まる交互提案応答ゲームは「同一のゲーム」であることがわかる。

部分ゲーム完全均衡

- ならば、第一期のプレイヤー1の分配案と、第三期のプレイヤー1の分配案は完全に同じものであると考えられる。
- 言い換えれば、合理的なプレイヤーであれば、同一の状況においては、同一の行動をするであろう、と考えるのである。（定常性の仮定）
- 部分ゲーム完全均衡のうち、そのような定常性を満足するものに焦点を絞ることにする。
- 定常性を仮定することにより、3期間分の行動だけを考えることにより、部分ゲーム完全均衡を求めることが可能になる。

部分ゲーム完全均衡の導出

- ある部分ゲーム完全均衡について考える。

- 第三期から考える。

- この部分ゲーム完全均衡では、第三期から始まる部分ゲームにおいて、プレイヤー1 が (x’, 1 – x’) を提案し、それがプレイヤー 2 に受け入れられることにより、交渉が終わる、として、第二期の分析に進む。

- （現時点では、x’ がいくつになるのかはわからない）

部分ゲーム完全均衡の導出

- 第二期を考える。
- 第二期から始まる部分ゲームにおいて、プレイヤー2が (1 - y, y) を提案し、それがプレイヤー1に受け入れられることにより、交渉が終わる。
- プレイヤー1が提案を受け入れる条件は、

$$(1-y) \geq$$

- プレイヤー2はプレイヤー1が受け入れられるぎりぎりの提案をするはずなので、

・・・　(1)

- となるはずである。

部分ゲーム完全均衡の導出

- 第二期を考える。

- 第二期から始まる部分ゲームにおいて、プレイヤー2が (1 - y, y) を提案し、それがプレイヤー1に受け入れられることにより、交渉が終わる。

- プレイヤー１が提案を受け入れる条件は、

$$(1-y) \geq \delta x'$$

- プレイヤー2はプレイヤー1が受け入れられるぎりぎりの提案をするはずなので、

$$(1-y) = \delta x' \quad \cdots \quad (1)$$

- となるはずである。

部分ゲーム完全均衡の導出

- 第一期を考える。

- 第一期では、プレイヤー1が (x, 1-x) を提案し、それがプレイヤー2に受け入れられることにより、交渉が終わる。

- プレイヤー2が提案を受け入れる条件は、

$$(1-x) \geq \boxed{\qquad}$$

- ところで、プレイヤー1はプレイヤー2が受け入れられるぎりぎりの提案をするはずなので、

$$\boxed{\qquad\qquad\qquad\qquad} \quad \cdots \quad (2)$$

- となるはずである。

部分ゲーム完全均衡の導出

- 第一期を考える。
- 第一期では、プレイヤー1が (x, 1-x) を提案し、それがプレイヤー2に受け入れられることにより、交渉が終わる。
- プレイヤー2が提案を受け入れる条件は、

$$(1-x) \geq \delta y$$

- ところで、プレイヤー1はプレイヤー2が受け入れられるぎりぎりの提案をするはずなので、

$$(1-x) = \delta y \qquad \cdots \quad (2)$$

- となるはずである。

部分ゲーム完全均衡の導出

- つまり、x, y, x' は条件 (1), (2) を満足する。

$$(1-y)=\delta x' \qquad \cdots \quad (1)$$

$$(1-x)=\delta y \qquad \cdots \quad (2)$$

- 定常性より、x = x' なので、これを使って条件を書き換えると、

$$\cdots \quad (1')$$

$$(1-x)=\delta y \qquad \cdots \quad (2)$$

- これを満足するような x, y を求めればよい。

部分ゲーム完全均衡の導出

- つまり、x, y, x’ は条件 (1), (2) を満足する。

$$(1-y)=\delta x' \qquad \cdots \quad (1)$$
$$(1-x)=\delta y \qquad \cdots \quad (2)$$

- 定常性より、x = x’ なので、これを使って条件を書き換えると、

$$(1-y)=\delta x \qquad \cdots \quad (1')$$
$$(1-x)=\delta y \qquad \cdots \quad (2)$$

- これを満足するような x, y を求めればよい。

部分ゲーム完全均衡の導出

1 期

$$x = \frac{1}{1+\delta} \qquad 1 - x = \frac{\delta}{1+\delta}$$

2 期

$$1 - y = \frac{\delta}{1+\delta} \qquad y = \frac{1}{1+\delta}$$

- 0<δ<1なので、第一期に提案できるプレイヤー１のほうが有利である。
- ただし、δ→1 とすると（待つことのデメリットが小さくなると）、先に提案できることのアドバンテージは消失していく。

交互提案ゲームの部分ゲーム完全均衡

- 第1期（第3期、第5期、…）
- 提案者（P1）. (4) を提案する。
- 応答側(P2). 提案内容 (x, 1 - x) に対して、
  - x ≦ (5) のとき Yes
  - x ＞ (6) のとき No

- 第2期(第4期、第6期, …)
- 提案者(P2). (7) を提案する。
- 応答者(P1). 提案内容 (1-y, y) に対して、
  - y ≦ (8) のとき Yes
  - y ＞ (9) のとき No

交互提案応答ゲームの部分ゲーム完全均衡

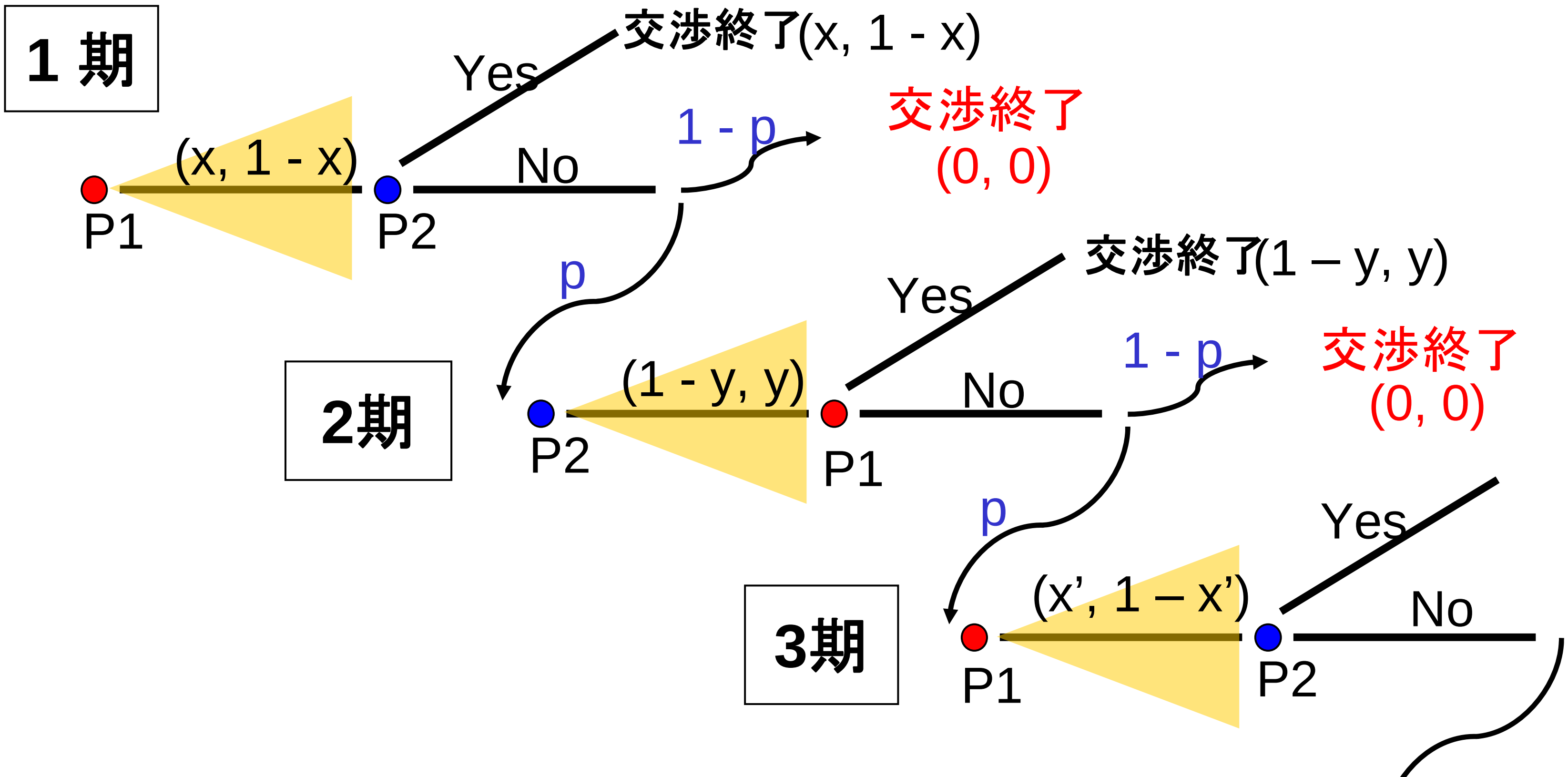
- 第1期（第3期、第5期、…）
- 提案者（P1）. $(1/(1+\delta), \delta/(1+\delta))$を提案する。
- 応答側(P2). 提案内容 $(x, 1-x)$ に対して、
  - $x \leqq 1/(1+\delta)$ のとき Yes
  - $x > 1/(1+\delta)$ のとき No

- 第2期(第4期、第6期, …)
- 提案者(P2). $(\delta/(1+\delta), 1/(1+\delta))$を提案する。
- 応答者(P1). 提案内容 $(1-y, y)$ に対して、
  - $y \leqq 1/(1+\delta)$ のとき Yes
  - $y > 1/(1+\delta)$ のとき No

δの解釈について

- ここでのモデルでは、交渉決裂時には双方ともに何も得ないと仮定したうえで、δを交渉の継続確率として解釈することも可能。
- 各プレイヤーの目的は**期待利得最大化**。
- 先ほどと同じように考えると、結局 (1), (2) 式と同じ式を得ることになる。
- つまり、均衡行動はこのようにδを解釈した場合にも変わらない。

- 確率 p で交渉が継続するケース



p: 交渉の継続確率
確率 (1-p) で交渉が決裂する。