駒澤大学　ゲーム理論Ａ中間テスト　解答

早稲田大学高等研究所
上條良夫

	s_1	s_2
s_1	3, 6	1, 1
s_2	2, 2	4, 3

Table 1: ゲーム (a)

	s_1	s_2	s_3
s_1	2, 0	4, 6	3, 8
s_2	4, 5	6, 6	4, 3
s_3	3, 3	5, 2	5, 1

Table 2: ゲーム (b)

問題１　下の利得行列を持つゲーム (a), (b) について各設問に答えなさい。ただし，この問題では純粋戦略だけを考える。

(a) の解答

	s_1	s_2
s_1	3, 6	1, 1
s_2	2, 2	4, 3

Table 1: ゲーム (a)

- プレイヤー１の、プレイヤー２の戦略s1, s2に対する最適反応に印をつける。
- プレイヤー２の、プレイヤー１の戦略s1, s2に対する最適反応に印をつける。
- よってナッシュ均衡は、
  (s1, s1), (s2,s2)
  の二つである。

(b) の解答

- ①　プレイヤー１の s1 は s2 (or s3) に支配されるので、s1 を消去。
-

	s_1	s_2	s_3
s_1	2, 0	4, 6	3, 8
s_2	4, 5	6, 6	4, 3
s_3	3, 3	5, 2	5, 1

Table 2: ゲーム (b)

(b) の解答

	s_1	s_2	s_3
s_1	2, 0	4, 6	3, 8
s_2	4, 5	6, 6	4, 3
s_3	3, 3	5, 2	3, 1

Table 2: ゲーム (b)

- ①　プレイヤー１の s1 は s2 (or s3) に支配されるので、s1 を消去。
- ②　プレイヤー２の s3 は s1 (or s3) に支配されるので、s3 を消去。

(b) の解答

	s_1	s_2	s_3
s_1	2, 0	4, 6	3, 8
s_2	4, 5	6, 6	4, 3
s_3	3, 3	5, 2	3, 1

Table 2: ゲーム (b)

- ①　プレイヤー１の s1 は s2 (or s3) に支配されるので、s1 を消去。
- ②　プレイヤー２の s3 は s1 (or s3) に支配されるので、s3 を消去。
- ③　プレイヤー１の s3 は s2 に支配されるので、s2 を消去。

(b) の解答

	s_1	s_2	s_3
s_1	2, 0	4, 6	3, 8
s_2	4, 5	6, 6	4, 3
s_3	3, 3	5, 2	3, 1

Table 2: ゲーム (b)

- ①　プレイヤー１の s1 は s2 (or s3) に支配されるので、s1 を消去。
- ②　プレイヤー２の s3 は s1 (or s3) に支配されるので、s3 を消去。
- ③　プレイヤー１の s3 は s2 に支配されるので、s2 を消去。
- ④　プレイヤー２の s1 は s2 に支配されるので、s1 を消去。

	s_1	s_2	s_3
s_1	2, 0	4, 6	3, 8
s_2	4, 5	6, 6	4, 3
s_3	3, 3	5, 2	3, 1

Table 2: ゲーム (b)

(b) の解答

- ①　プレイヤー１の s1 は s2 (or s3) に支配されるので、s1 を消去。
- ②　プレイヤー２の s3 は s1 (or s3) に支配されるので、s3 を消去。
- ③　プレイヤー１の s3 は s2 に支配されるので、s2 を消去。
- ④　プレイヤー２の s1 は s2 に支配されるので、s1 を消去。
- よって、残された戦略の組みは (s2, s2) である。

	s_1	s_2
s_1	$-60,\ 60$	$0,\ 0$
s_2	$0,\ 0$	$-30,\ 30$

Table 3: ゲーム (c)

問題２　以下の利得行列を持つゲーム (c) について各設問に答えなさい。ただし，この問題では混合戦略を考え，Player 1 が戦略 s1 をとる確率を p, Player 2 が戦略 s1 をとる確率を q とする.

- (1) Player 2 が s1 を確率 q で選択しているときの，Player 1 の最適反応を q を用いて表せ.
- (2) Player 1 が s1 を確率 p で選択しているときの，Player 2 の最適反応を p を用いて表せ.
- (3) Player 1, 2 の最適反応を解答欄の図に記入せよ.
- (4) ナッシュ均衡をすべて求めよ.

(1) の解答

		q	1-q
		s_1	s_2
p	s_1	$-60,\ 60$	$0,\ 0$
1-p	s_2	$0,\ 0$	$-30,\ 30$

Table 3: ゲーム (c)

- プレイヤー１の期待利得は、

$$p\times(q\times(-60)+(1-q)\times 0)+(1-p)\times(q\times 0+(1-q)\times(-30))$$

- これを p についてまとめると、

$$p\times(-90q+30)+30q-30$$

$$p\times\boxed{(-90q+30)}+30q-30$$

- これを最大化する p の値を考えればよい。ただし、p の値は 0 以上 1 以下である。
- ここで、p の係数 (-90q+30) の符号に注目する。

- もし (-90q+30) が正の値であれば、期待利得は p＝ 1 で最大化される。
- もし (-90q+30) が負の値であれば、期待利得は p＝ 0 で最大化される。
- もし (-90q+30) が0であれば、期待利得は p の値に依存しない。

(1) の解答

$$p \times \boxed{(-90q+30)} + 30q - 30$$

- これを最大化する p の値を考えればよい。ただし、p の値は 0 以上 1 以下である。
- ここで、p の係数 (-90q+30) の符号に注目する。
- よって、Player 1 の最適反応は、

$$p = \begin{cases} 1 & \text{if } -90q+30>0 \\ 0 & \text{if } -90q+30<0 \\ any(\text{任意}) & \text{if } -90q+30=0 \end{cases}$$

(1) の解答

$$p \times \boxed{(-90q+30)} + 30q - 30$$

- これを最大化する p の値を考えればよい。ただし、p の値は 0 以上 1 以下である。
- ここで、p の係数 (-90q+30) の符号に注目する。
- 簡単にすると、

$$p = \begin{cases} 1 & if q < 1/3 \\ 0 & if q > 1/3 \\ any(\text{任意}) & if q = 1/3 \end{cases}$$

(1) の解答

		q	1-q
		s_1	s_2
p	s_1	$-60,\ 60$	$0,\ 0$
1-p	s_2	$0,\ 0$	$-30,\ 30$

Table 3: ゲーム (c)

- プレイヤー2の期待利得は、

$$q\times(p\times(60)+(1-p)\times 0)+(1-q)\times(p\times 0+(1-p)\times(30))$$

- これを q についてまとめると、

$$q\times(90p-30)-30p+30$$

(2) の解答

$$q \times \boxed{(90p - 30)} + 30p + 30$$

- これを最大化する q の値を考えればよい。ただし、q の値は 0 以上 1 以下である。
- ここで、q の係数 (90p-30) の符号に注目する。

- もし (90p-30) が正の値であれば、期待利得は q=1 で最大化される。
- もし (90p-30) が負の値であれば、期待利得は q=0 で最大化される。
- もし (90p-30) が0であれば、期待利得は q の値に依存しない。

(2) の解答

$$q \times \boxed{(90p - 30)} - 30p + 30$$

- これを最大化する q の値を考えればよい。ただし、q の値は 0 以上 1 以下である。
- ここで、q の係数 (90p-30) の符号に注目する。
- よって Player 2 の最適反応は、

$$q = \begin{cases} 1 & if\ 90p - 30 > 0 \\ 0 & if\ 90p - 30 < 0 \\ any(\text{任意}) & if\ 90p - 30 = 0 \end{cases}$$

(2) の解答

$$q \times \boxed{(90p - 30)} - 30p + 30$$

- これを最大化する q の値を考えればよい。ただし、q の値は 0 以上 1 以下である。
- ここで、q の係数 (90p-30) の符号に注目する。
- 簡単にすると

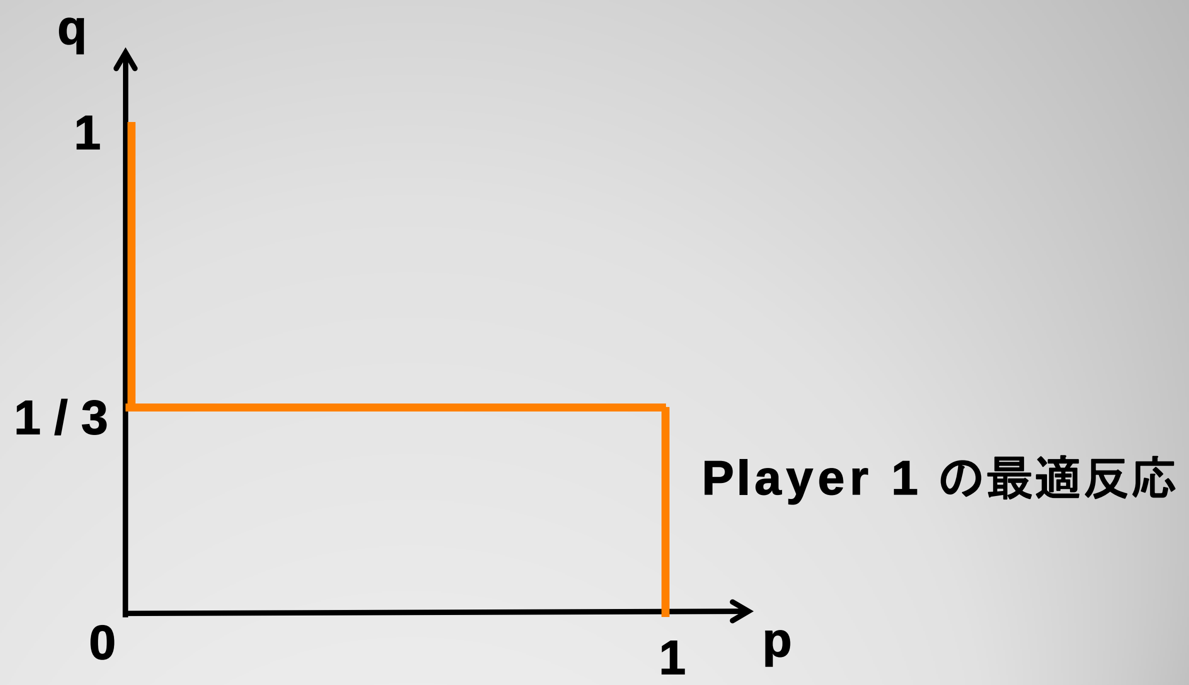
$$q = \begin{cases} 1 & if\, p > 1/3 \\ 0 & if\, p < 1/3 \\ any(\text{任意}) & if\, p = 1/3 \end{cases}$$

(2) の解答

- Player 1 の最適反応

$$p = \begin{cases} 1 & if q < 1/3 \\ 0 & if q > 1/3 \\ any(任意) & if q = 1/3 \end{cases}$$

- をグラフに描きこむ。

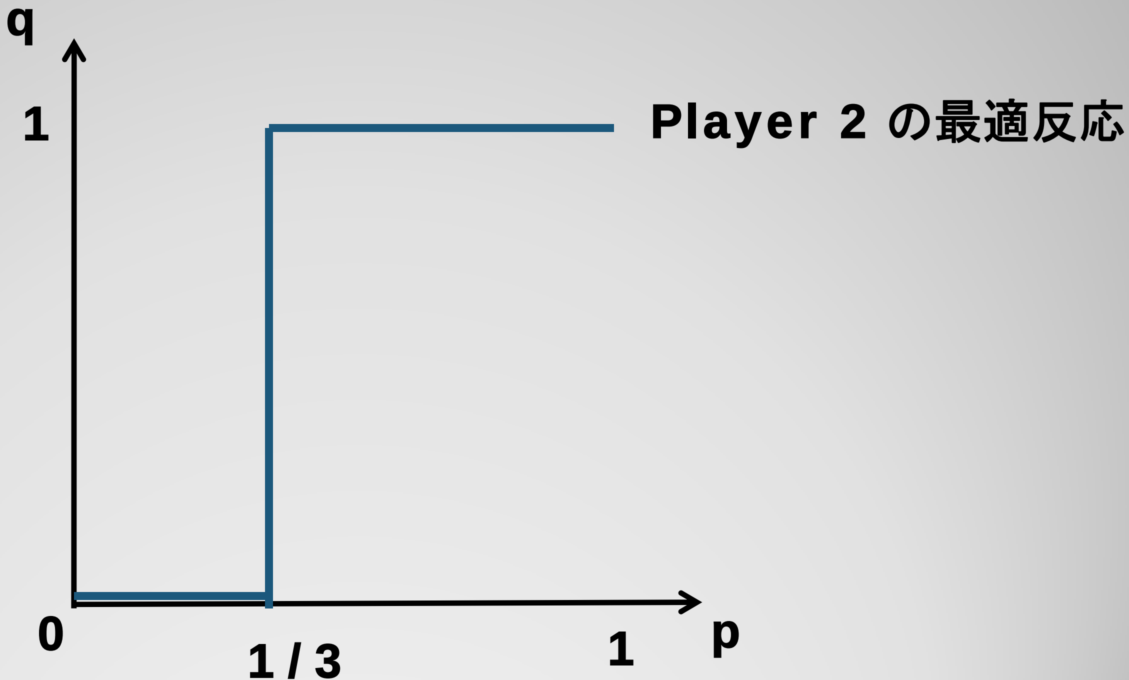


(3) の解答

- Player 2 の最適反応

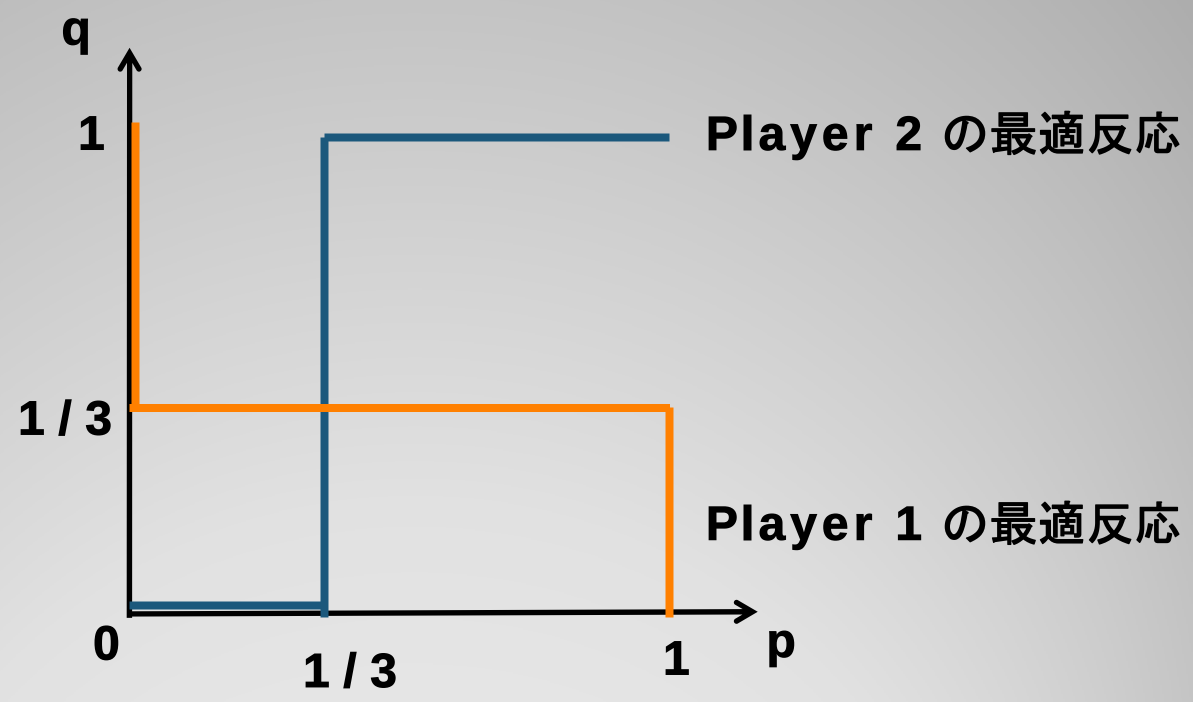
$$q = \begin{cases} 1 & if\, p > 1/3 \\ 0 & if\, p < 1/3 \\ any(\text{任意}) & if\, p = 1/3 \end{cases}$$

- をグラフに描きこむ。



(3) の解答

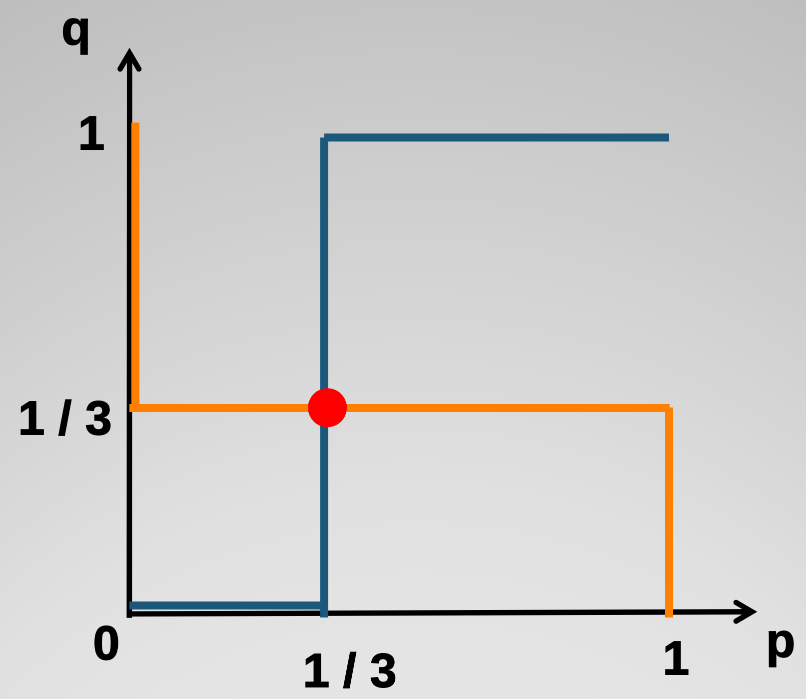
- Player 1 の最適反応と Player 2 の最適反応を同時に書き込むと、



(3) の解答

(4) の解答

- Player 1 の最適反応と Player 2 の最適反応を同時に書き込むと、



- 交点では,p=1/3, q=1/3 である。よって混合戦略ナッシュ均衡は、
- ((p,1-p),(q,1-q)) = ((1/3,2/3),(1/3,2/3))