駒澤大学　ゲーム理論Ａ
第8回

早稲田大学高等研究所
上條　良夫

お知らせ

- 講義スライドは、私のホームページにアップされている。
  - Google で「上條良夫」か「yoshio kamijo」と検索すれば見つかる。
- 第9回講義（6月15日）に中間試験を行う。
  - 内容は標準形ゲームまで
  - 時間は45分程度。持ち込み不可。
- 7月6日の講義は休講の予定。
- **定期試験は7月27日火曜日の3限（13:00 ~ 14:00）**

本日の内容

- 講義の目的:**戦略空間が連続な**標準形ゲームのナッシュ均衡を求めよう。
- 例１　牛丼屋の価格競争
- 例２　右側通行か左側通行か
- 例３　Windows か Mac か
- 例４　ペナルティキック
- 例５　じゃんけん、変則じゃんけん
- 例６　オークション
- **例７　企業の生産量決定競争**
- **例８　公共施設の寄付による建設**
- 例９　合理的な豚
- 例１０　ピッチャー対バッター

例7　企業の生産量決定競争

- **企業1** と **企業2** が同一の財を生産し、同一の市場で販売している。
- 企業1、2ともに財1単位を生産するのに**2**の費用がかかる（**限界費用**は2）。
- 企業1、2は同時に生産量 **q1**, **q2** を決定する。生産量は 0 以上の実数であればなんでもいい。
- 財一単位の販売価格は、市場の**逆需要関数** **$P = 10 - q1 - q2$** で決定される。
- 企業の利潤は、財の販売収入から製造費用を引いた額である。利得は利潤と一致する。

- このゲームのナッシュ均衡は、実は、ゲーム理論が生まれるずっと前にクールノーの考えたクールノー均衡と一致することが知られている。

- クールノー・ナッシュ均衡とよばれる。

- クールノー均衡とは、互いに相手の生産量を所与として、利潤の最大化をしているような状態をいう。（つまり、生産量を戦略変数として、互いに最適反応を取り合っている状態のこと）

クールノー・ナッシュ均衡の導出

- 企業1の最適反応を導出する。

$$\pi_1(q_1, q_2) = (10 - q_1 - q_2)q_1 - 2q_1$$

$$= -(q_1)^2 + (10 - 2 - q_2)q_1$$

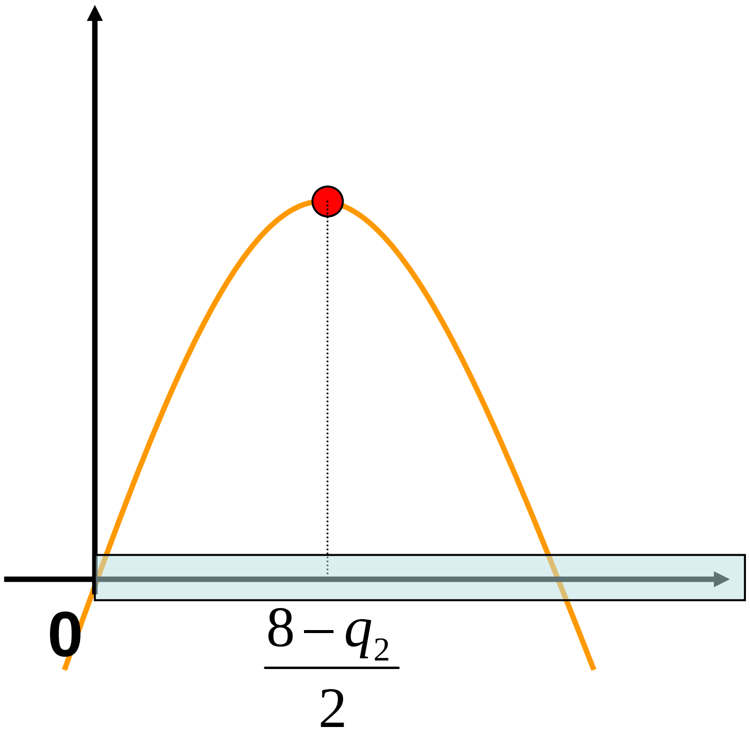
$$= -\left(q_1 - \frac{8 - q_2}{2}\right)^2 + \left(\frac{8 - q_2}{2}\right)^2$$

- 企業1の利潤は、q1 に関して上に凸な放物線であり、最大値は、q1 が0以上であるという条件を無視すれば

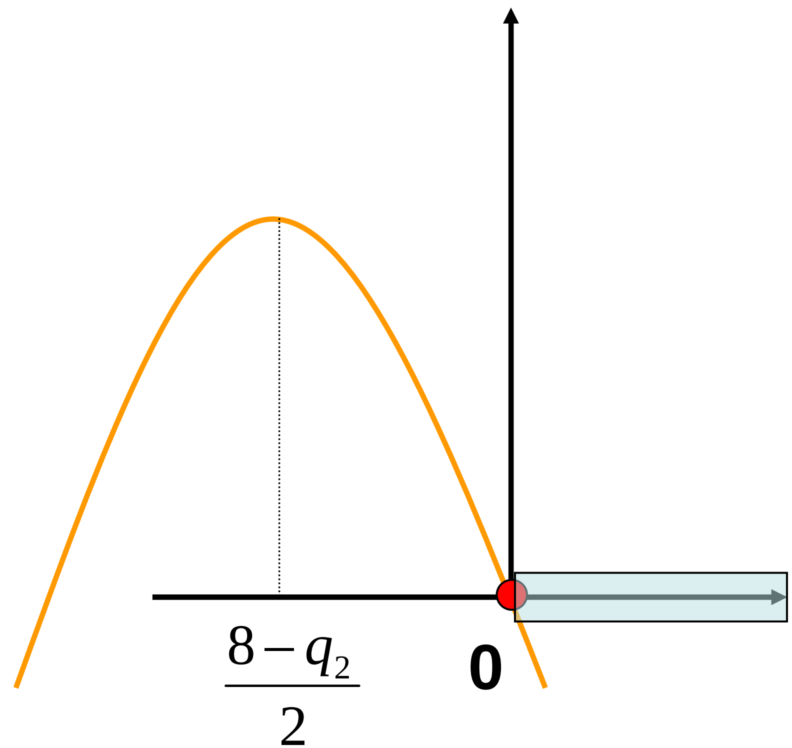
$$q_1 = \frac{8 - q_2}{2}$$

- で与えられる。

$8 - q_2 \geq 0$

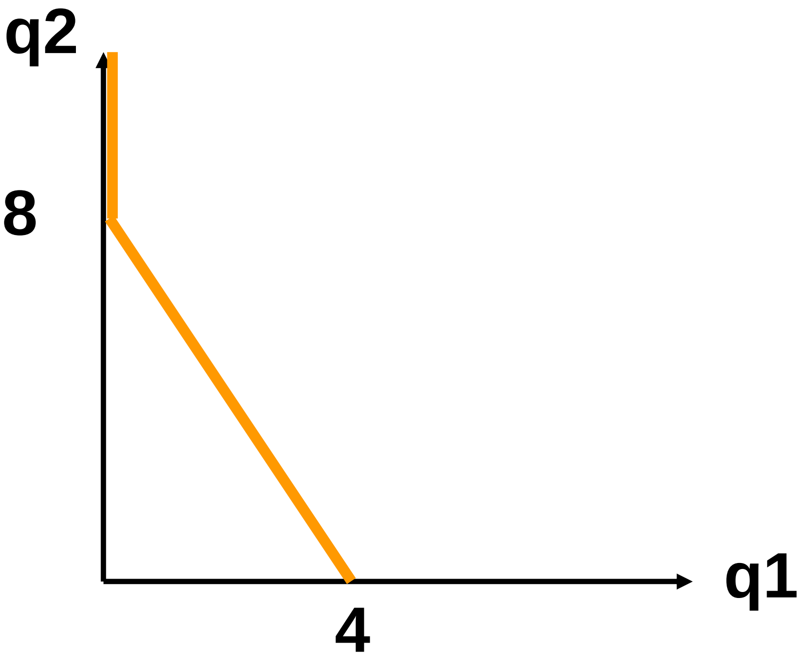


$8 - q_2 < 0$



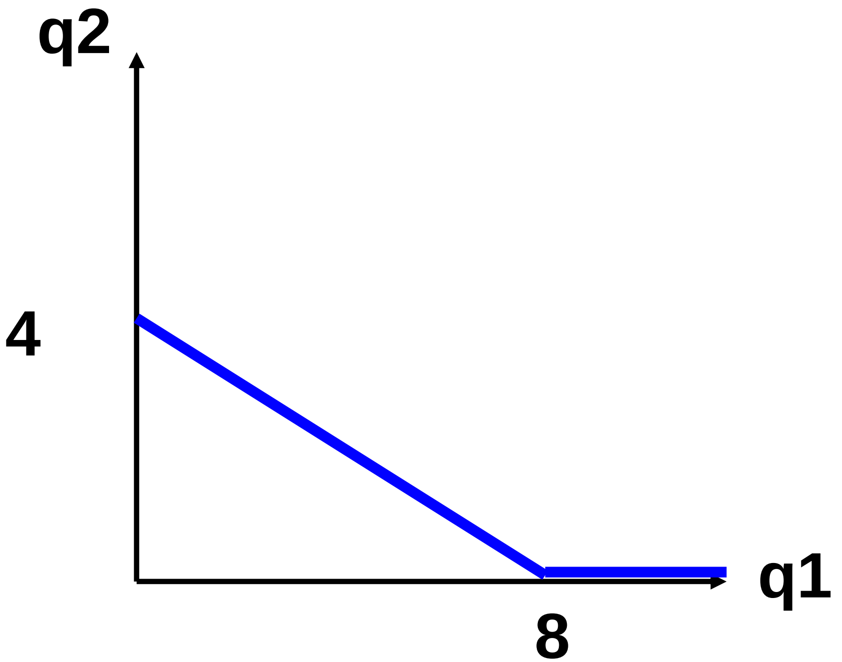
- 企業1の最適反応(反応関数)は、

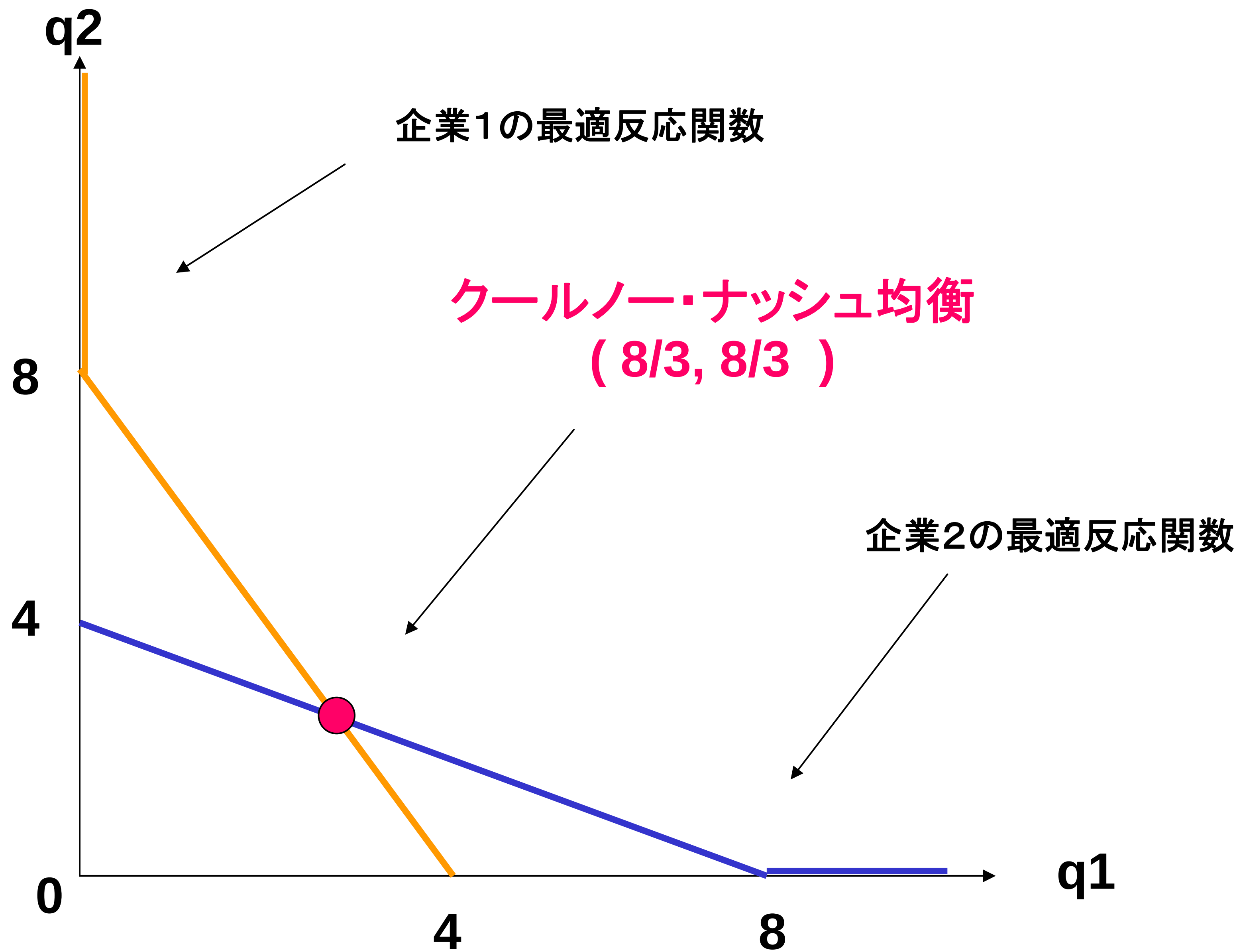
$$q_1 = \begin{cases} \dfrac{8-q_2}{2} & 8 \geq q_2 \\ 0 & 8 < q_2 \end{cases}$$



- 企業2の最適反応（反応関数）は、

$$q_2 = \begin{cases} \dfrac{8 - q_1}{2} & 8 \geq q_1 \\ 0 & 8 < q_1 \end{cases}$$




q2
企業1の最適反応関数
クールノー・ナッシュ均衡
(8/3, 8/3)
8
4
企業2の最適反応関数
0
4
8
q1

- クールノー･ナッシュ均衡

$$\left(\frac{8}{3}, \frac{8}{3}\right)$$

- このときの各企業の利潤

$$\pi_1^* = \pi_2^* = \frac{64}{9}$$

例8　公共施設の寄付による建設

- 住民1、住民2、…、住民n が住む町で、全員が利用できる公共施設を寄付により建設しようとしている。
- 各住民の寄付に回せる最大金額は10であるとする。
- 各住民は同時に寄付金額を決定する。**住民1、住民2、…、住民n** の寄付金額を、$c_1, c_2, \ldots, c_n$ とする。
- 全員の寄付額の合計が高いほどよりよい公共施設が建設され、公共施設から得られる満足度は、利得換算すると、(全員の寄付額の合計額)×0．5である。
- 支払った寄付額は、その額がマイナスの利得となる。
- 最終的な利得は、公共施設から得られる利得から自身の寄付額を引いた値である。

- 住民1、住民2、…、住民n の寄付金額を、**$c_1, c_2, \ldots, c_n$** とする。

- このときの、住民 1 の利得は、

$$-c_1 + 0.5\sum_{i=1}^{n} c_i = -0.5c_1 + 0.5\sum_{i=2}^{n} c_i$$

- よって、住民 1 の最適反応は、**常に $c_1=0$** とすることである。

- つまり、住民1 にとって、「何も貢献しない」が支配戦略である。

- このことが全員に当てはまる。

今後の流れ

- これで標準形ゲームは終わり。

- 次回は中間試験を行う。試験時間は45分程度。問題数は4題ほど。

- 次週以降は、展開形ゲームを行う。