駒澤大学　ゲーム理論Ａ
第六回

早稲田大学高等研究所
上條良夫

お知らせ

- 講義スライドは、私のホームページにアップされている。
  - Google で「上條良夫」か「yoshio kamijo」と検索すれば見つかる。
- 第9回講義（6月15日）に中間試験を行う。
  - 内容は標準形ゲームまで
  - 時間は45分程度。持ち込み不可。
- 7月6日の講義は休講の予定。

本日の内容

- 講義の目的：**混合戦略ナッシュ均衡**を求められるようになろう。
- 例１　牛丼屋の価格競争
- 例２　右側通行か左側通行か
- 例３　Windows か Mac か
- 例４　ペナルティキック
- 例５　じゃんけん、変則じゃんけん
- 例６　オークション
- 例７　企業の生産量決定競争
- 例８　公共施設の寄付による建設
- 例９　合理的な豚
- **例１０　ピッチャー対バッター**

不確実性の下での選択

- 確率30%で今日は雨、確率70%で晴れ、の場合、傘を持っていくべきかどうか。
- このような確率的な問題に対しては、合理的プレイヤーは、期待利得を最大化するように選択すると仮定する（**期待効用仮説**）。

	雨（30%）	晴れ(70%)
傘あり	8	5
傘なし	2	10

不確実性の下での選択

- セルの中の数字は、プレイヤーの基数的効用（利得）を表している。
- 期待効用（利得）最大化を仮定する。
  - 傘あり・・・ 8 × 0.3 + 5 × 0.7 = 5.9
  - 傘なし・・・ 2 × 0.3 + 10 × 0.7 = 7.6

	雨（30%）	晴れ(70%)
傘あり	8	5
傘なし	2	10

混合戦略

- これまでの講義は、プレイヤーは複数の選択肢の中からどれか一つの戦略を選択するとしてきた。
- ここで新たに、複数の戦略を、確率的に選択する、というような戦略を扱うことにする。
- このように、確率的に戦略を選ぶような戦略のことを混合戦略(mixed strategy)とよぶ。
- これと対比して、これまで考えてきたようなある手を確実に選択するというような戦略のことを純戦略（純粋戦略）とよぶ。

混合戦略

- 混合戦略の考え方
  - ゲーム開始前に、自分のとる混合戦略を決定する。
  - ゲームが行われるごとに、さいころなどにより自分の戦略を決める。
- 混合戦略を考える際の重要事項
  - 相手と自分とは別々にさいころをふっている。

例4　ペナルティキック

- サッカーのペナルティキック。
- キッカー **K** とゴールキーパー **GK** がいる。
- キッカーは左に蹴るか（**左**）、右に蹴るか（**右**）、を決める。
- ゴールキーパーは（キッカーから見て）左に跳ぶのか（**左**）、右に跳ぶのか（**右**）、を決定する。

- シュートの方向とゴールキーパーのジャンプの方向が一致しているときは、必ずキーパーはシュートを止める。方向が一致しないときは必ずシュートは入る。

- シュートが入ると、キッカーは利得1、ゴールキーパーは利得－1.
- シュートがとめられると、キッカーは利得**－1**、ゴールキーパーは利得1である。

例4　ペナルティキック

- 混合戦略の表現方法。
- プレイヤー1の混合戦略は、(p, 1-p) と表される。
  - 0 <= p<= 1
  - 確率 p で「左に蹴る」を選び、確率 1-p で「右に蹴る」を選ぶ
- 同様に、プレイヤー2の混合戦略を (q, 1-q) と表す。

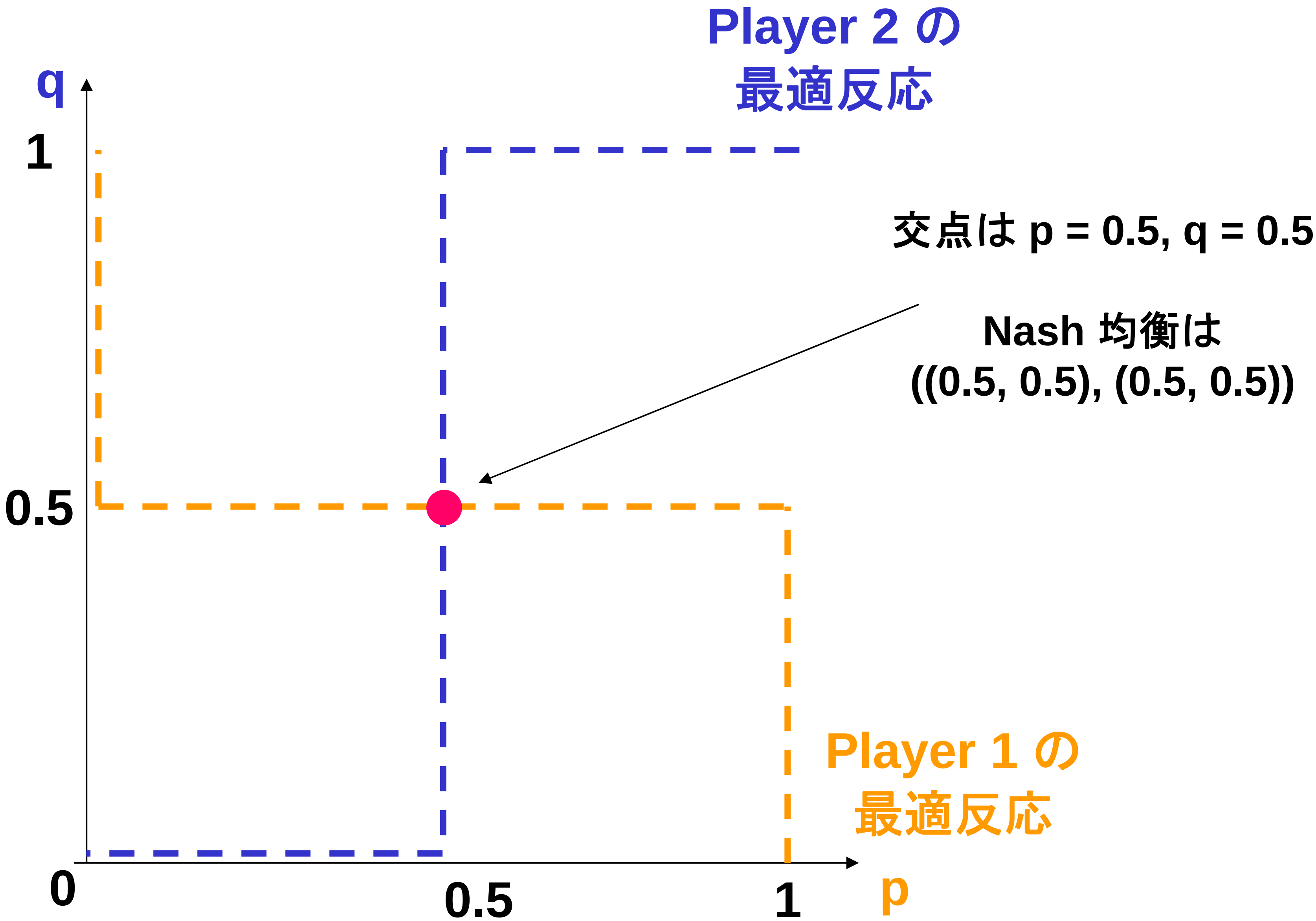
		GK q 左に跳ぶ	GK 1-q 右に跳ぶ
K	p 左に蹴る	−1,　1	1,　−1
K	1-p 右に蹴る	1,　−1	−1,　1

- Nash 均衡の導出
  - 純戦略のときと同じように、相手戦略に対する最適反応を考えていく。
- 混合戦略の場合は次のように考えていけばよい。
  - プレイヤー1の最適反応を考える
  - プレイヤー2の混合戦略 (q, 1-q) に対して、プレイヤー1は「左に蹴る」を取るべきか「右に蹴る」をとるべきかをチェックしていく。
  - 当然、プレイヤー1の最適反応は q の値に応じて変化する。よって、プレイヤー1の最適反応は q に関する関数として表現できる。

- 同じように、プレイヤー2の最適反応は、p に関する関数として表現できる。

- プレイヤー1とプレイヤー2の最適反応関数を、横軸を p, 縦軸を q とするグラフに書き込み、二つの最適反応関数の交点を求める。

- この交点では、互いに相手戦略に対する最適反応となっており、それゆえ、**交点が表す戦略の組がNash 均衡**である。


Player 2 の
最適反応
q
1
0.5
0
0.5
1
p
交点は p = 0.5, q = 0.5
Nash 均衡は
((0.5, 0.5), (0.5, 0.5))
Player 1 の
最適反応

例2　右側通行か左側通行か

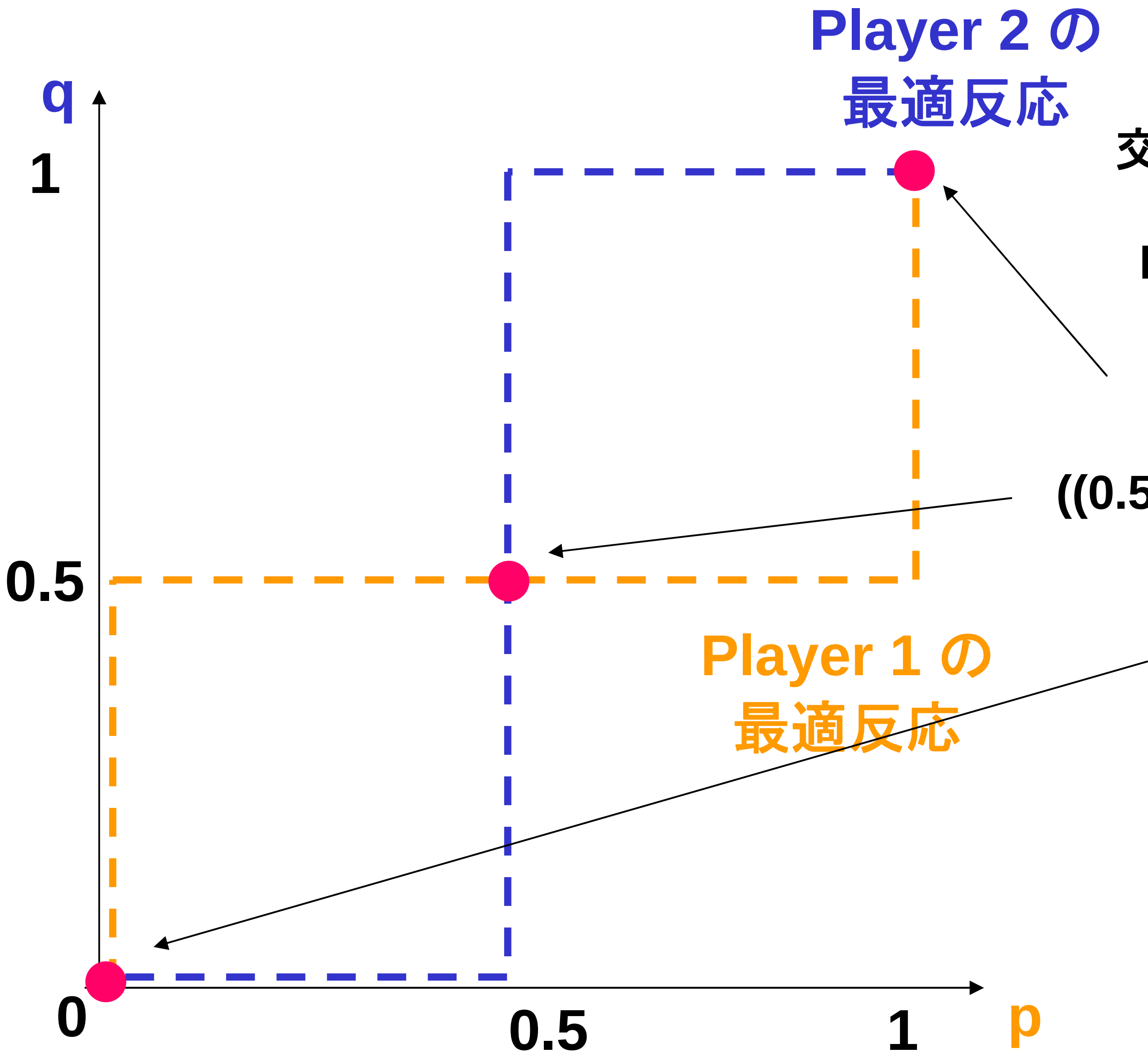
- 一本道を東に進む **E** と西に進む **W** がいる。
- それぞれ道路の右側を走るか（**右側通行**）、あるいは左側を走るか（**左側通行**）、を決める。

- 両者とも「右側通行」を選べば、スムーズに道を進め、**1の利得** である
- 両者とも「左側通行」を選べば、スムーズに道を進め、**1の利得** である。

- 一方が「右側通行」を選べ、もう一方が「左側通行」を選んでいる場合には、両者ともすれ違う際に危険が伴い、**0の利得** である。

例2　右側通行か左側通行か

		W	
		q 右側通行	1-q 左側通行
E	p　右側通行	1，　1	0，　0
	1-p　左側通行	0，　0	1，　1



交点は三つある

Nash 均衡は

((1,0), (1,0))

((0.5, 0.5), (0.5, 0.5))

((0,1), (0,1))

例3　Windows か Mac か

- 職場の同僚のWindows 好きの **W** と Macintosh 好きの **M** がいる。
- それぞれ職場で用いるパソコンを購入するのに、Windows 機を購入するか(**w**)、あるいはMacintosh機を購入するのか(**m**)、で悩んでいる。

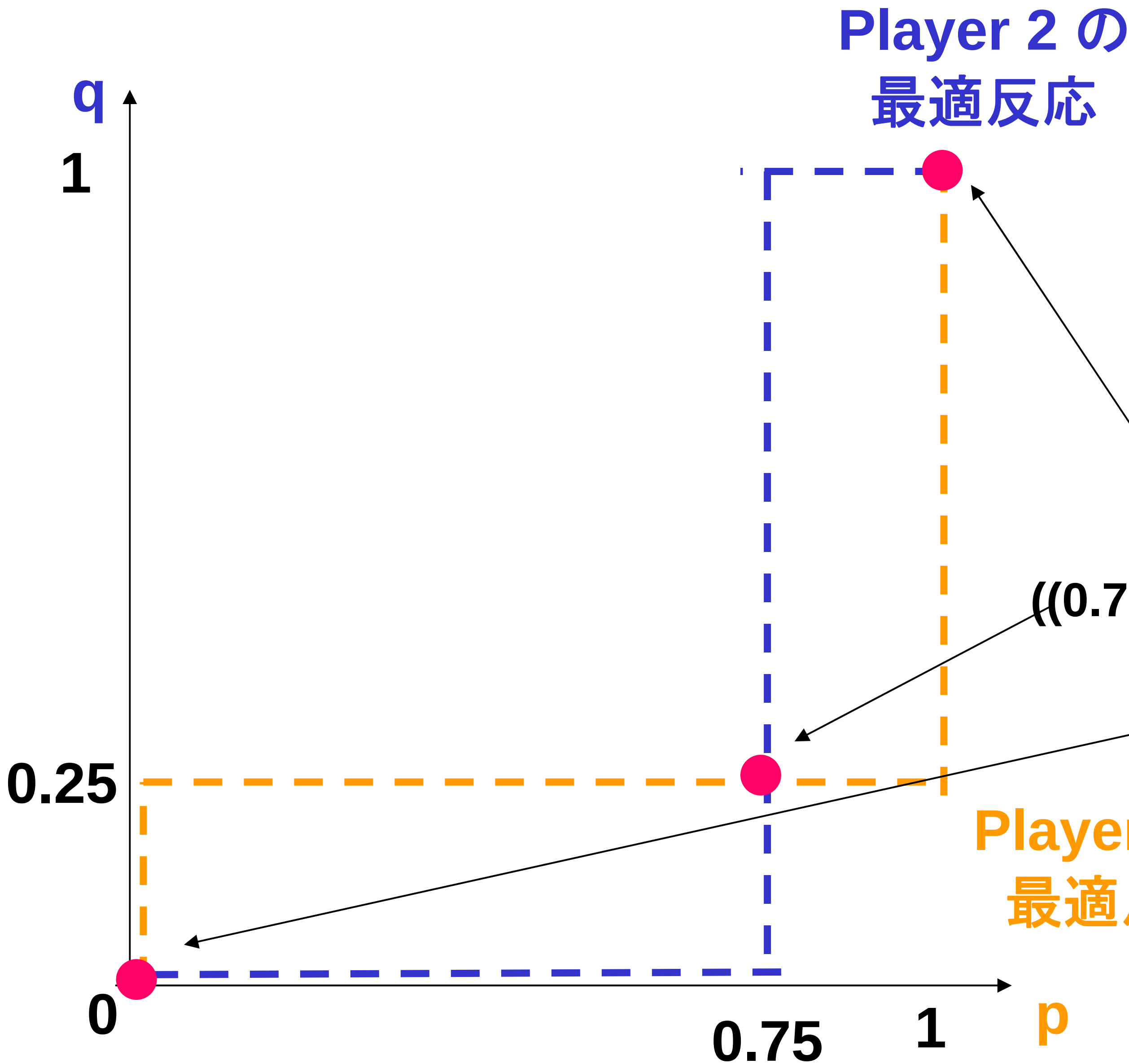
- 両者が同じ機種のパソコンを用いると、仕事がスムーズになり、利得に換算すると2に相当する。
- その一方で、両者が異なる機種を用いると、余計な手間がかかり、利得に換算すると0である。

- 自分の好きな機種を用いると仕事の能率が上がり、これは利得に換算すると1である。
- 自分の好きではない機種を用いると仕事の能率が上がらず、利得に換算すると0である。

- 最終的な利得は、二つの要因から得られる利得の合計で決まる。

例3　Windows か Mac か

		M: q Win	M: 1-q Mac
W	p Win	3,　2	1,　1
W	1-p Mac	0,　0	2,　3



交点は三つある

Nash 均衡は

((1,0), (1,0))

((0.75, 0.25), (0.25, 0.75))

((0,1), (0,1))

例１０ ピッチャー対バッター

- 野球でのピッチャー **P** とバッターの **B** の対決について考えよう。
- ピッチャーはストレート(**S**) か、あるいはカーブ(**C**)、を投げるかで悩んでいる。
- バッターはストレート(**S**) にやまをはるのか、あるいはカーブ(**C**)にやまをはるのかで悩んでいる。

- バッターのやまがはずれたときは、ヒットを打てる確率はゼロである。
- バッターのやまが当たったときには、
  - ピッチャーがストレートを投げていれば、ヒットを打てる確率は６０％である。
  - カーブを投げていれば、ヒットを打てる確率は３０％である。

- バッターの利得は、ヒットを打てる確率である。ピッチャーの利得は、ヒットを打たれる確率のマイナスである。

例１０　ピッチャー対バッター

		B	
		q S	1-q C
P	p　S	-60,　60	0,　0
	1-p　C	0,　0	-30,　30

次回講義

- クールノー均衡と公共財供給ゲームのナッシュ均衡を求める。