

# 駒澤大学 ゲーム理論A 第五回

早稲田大学高等研究所  
上條良夫

# 本日の内容

- 講義の目的: **支配戦略と弱支配戦略**を理解しよう。  
**支配される戦略の繰り返し消去**をできるようにしよう。
- ナッシュ均衡とは
- **例1 牛丼屋の価格競争**
- 例2 右側通行か左側通行か
- 例3 Windows か Mac か
- 例4 ペナルティキック
- **例5 じゃんけん、変則じゃんけん**
- **例6 オークション**
- 例7 企業の生産量決定競争
- 例8 公共施設の寄付による建設
- **例9 合理的な豚**

# 支配される戦略

- 相手が何をとってくるのか、そんなことはいくら考えてもわからない(場合が多い)。
- しかし、自分の利得をよく見てみれば、選択することが非合理的な戦略が存在する場合がある。

# 支配される戦略

- あなたのある戦略（戦略  $s$ ）が、
  - 相手がどんな戦略を選んだときにも、
  - あなたの他の戦略（戦略  $t$ ）よりも低い利得をもたらすとき、
  - 戦略  $s$  は**支配される戦略**である。
  - また、戦略  $t$  は戦略  $s$  を**支配する戦略**である。
- 合理的なプレイヤーであれば、支配される戦略を選ぶことはない。

# 支配戦略

- あなたの戦略  $s$  が、あなたの他の戦略をすべて支配するような戦略であるとき、戦略  $s$  を**支配戦略**とよぶ。
- 合理的なプレイヤーであれば、支配戦略を選ぶはずである。

# 例1 牛丼屋の価格競争

- 隣接した二つの牛丼屋 **M** と **Y** がある。
- それぞれ明日の価格を、今日と同じ価格にするのか(**維持**)、あるいは価格を下げるのか(**下げる**)、で悩んでいる。
- 両者とも「維持」を選べば、両者とも明日の収益は今日と同じになる、**0%増加**)。
- 一方だけが「下げる」を選べば、その店の収益は**30%増加**する。「維持」を選んだ店の収益は**20%減少**である。
- 両者とも「下げる」を選べば、収益は**10%減少**である。

# 例1 牛丼屋の価格競争

|   |     |         |          |
|---|-----|---------|----------|
|   |     | Y       |          |
|   |     | 維持      | 下げる      |
| M | 維持  | 0, 0    | -20, 30  |
|   | 下げる | 30, -20 | -10, -10 |

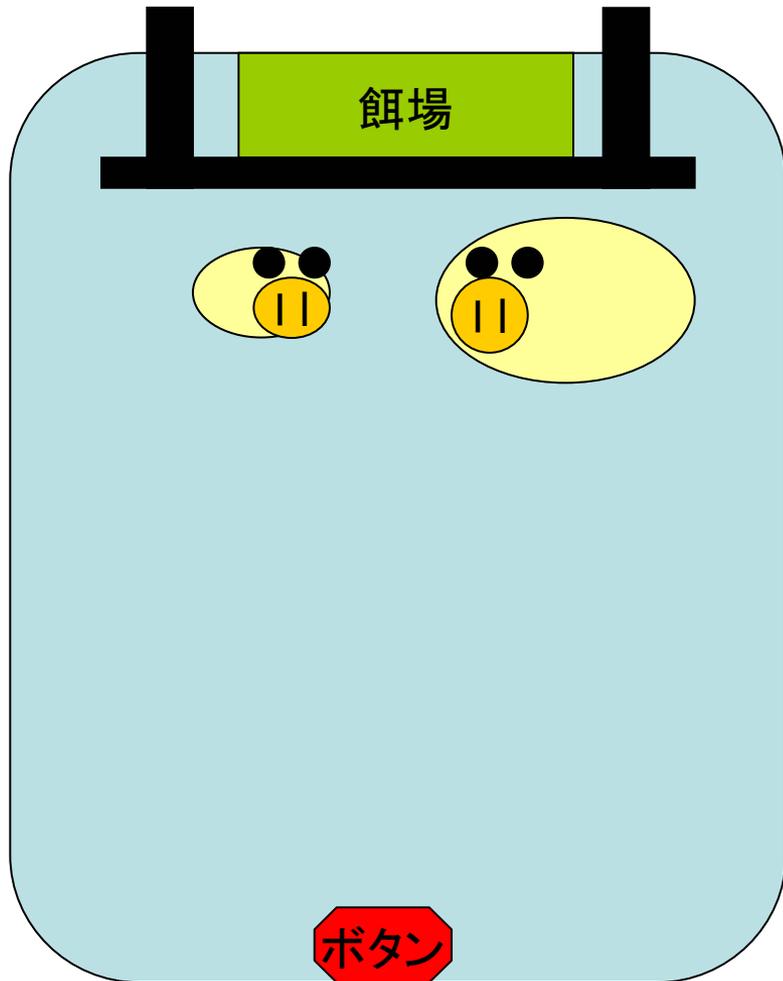
# 支配される戦略の繰り返し消去

- 相手が何をとってくるのか、そんなことはいくら考えてもわからない。
- いいえ、そんなことはありません。
- 相手も自分と同じような合理的なプレイヤーであれば、相手は支配されるような戦略は選ばないはず。

# 支配される戦略の繰り返し消去

- もし、相手に支配される戦略や支配戦略があるのなら、相手の選ぶ戦略はある程度予想できる。
- それを踏まえて、自分にとって望ましい戦略を選ぼう。

# 合理的な豚

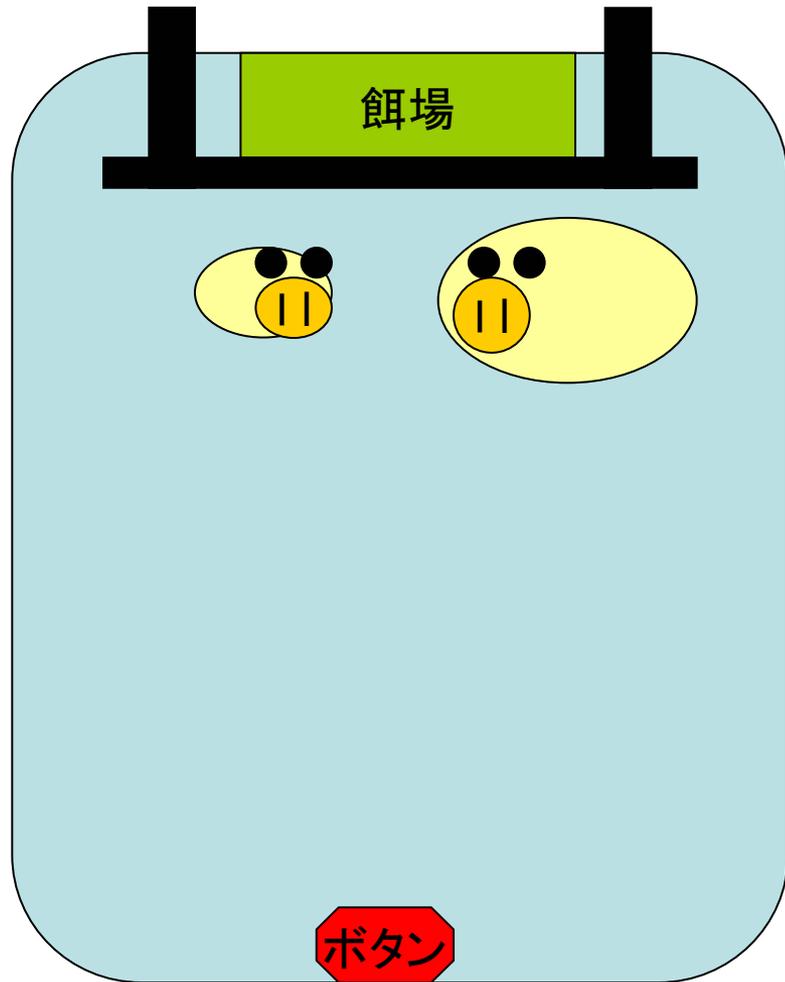


- 大豚と子豚が檻で囲まれた餌場の前にいる。
- どちらかの豚が餌場の反対側にあるボタンを押すと檻が外され餌場のえさを食べることができるようになる。
- 大豚は子豚に比べて走るのも早ければ、食べるのも早い。
- 二匹の豚は、「餌場の前で待つ」か「ボタンを押しに行く」か、決めなければならない。

# 合理的な豚

- 二匹とも「待つ」を選ぶと、二匹ともえさを食べる  
ことができない。
  - (子豚の利得、大豚の利得) = (0、0)
- 大豚が「ボタンを押す」を選び、子豚が「待つ」を選  
ぶと、半分は子豚が食べもう半分は大豚が食べる。
  - (5、4)
- 大豚が「待つ」を選び、子豚が「ボタンを押す」を選  
ぶと、すべてのえさを大豚が食べてしまう。
  - (-1、10)
- 二匹とも「ボタンを押す」を選ぶと、大部分は大豚が  
食べる。
  - (1、7)

# 合理的な豚



- 合理的な豚たちは何を選択するだろうか？
- 子豚にとって、「待つ」が支配戦略。
- かしこい大豚は、子豚が「待つ」を選択することを予想して、自分で「ボタン」を押しに行く。
- つまり、一見大豚のほうが有利な状況であるが、不利な子豚のほうが戦略上は有利なのである。

# 弱支配

- あなたのある戦略(戦略  $s$ )が、
  - 相手がどんな戦略を選んだときにも、
  - あなたの他の戦略(戦略  $t$ )よりも高い利得をもたらすことがなく、
  - 相手がある戦略を選んだときには、
  - 戦略  $t$  よりも低い利得をもたらすとき、
  - 戦略  $s$  は弱く支配される戦略である。
  - また、戦略  $t$  は戦略  $s$  を弱支配する戦略である。
- 合理的なプレイヤーであれば、弱支配される戦略を選ぶことはないだろう。

# 例5 じゃんけん、変則じゃんけん

- **K** と **S** がじゃんけんをする。
  - じゃんけんの手は、「**グー**」、「**チョキ**」、「**パー**」のみ。
  - 負けたほうが勝ったほうに一万円を払う。
  - あいこの場合は何もなし。
  - 勝者の利得は**1**、敗者の利得は**-1**。
- 
- 以下のような変則じゃんけんを考えよう。
  - 「**グー**」、「**チョキ**」、「**パー**」の勝ち負けは同じ。
  - 「**グー**」であいこの場合は **K** の勝ち
  - 「**チョキ**」であいこの場合は **S** の勝ち。
  - 「**パー**」であいこの場合は **S** の勝ち。

## 例6 オークション(イングリッシュオークション)

- プレイヤー1とプレイヤー2がとある絵画の競り上げ式のオークションに参加している。
- プレイヤー1は絵画の価値を利得換算で100と考えている。
- プレイヤー2は絵画の価値を利得換算で80と考えている。
- この数字をそれぞれの絵画に対する評価値とよぶ。
- プレイヤーはオークションに参加する前に、金額がいくらになるまでオークションに参加するのかを決定する。
- 簡単化のため、選択肢は、自分の評価値いっぱいまで参加するか(Full)、評価額の半額まで参加するか(Half)、のいずれかである。
- 参加者が一人になるまで絵画の価格は値上がり、一人になったときの価格で最後の一人に絵画は売却される。
- 最終的な利得は、絵画から得られる利得から支払い金額を引いたものである。絵画を購入しない場合は利得0である。

# 例6' オークション(封印入札第二価格オークション)

- プレイヤー1とプレイヤー2がとある絵画の封印入札第二価格オークションに参加している。
- プレイヤー1は絵画の価値を利得換算で100と考えている。
- プレイヤー2は絵画の価値を利得換算で80と考えている。
- この数字をそれぞれの絵画に対する評価値とよぶ。
- プレイヤーはオークション主に、絵画に対して支払える最高金額を書いた紙を封筒に入れて渡す。
- 簡単化のため、選択肢は、自分の評価値どおりに記入する(Full)、評価額の半額を記入する(Half)、のいずれかである。
- 絵画は最も高い金額を表明した人に、二番目に高い金額で売却される。
- 最終的な利得は、絵画から得られる利得から支払い金額を引いたものである。絵画を購入しない場合は利得0である。

# 例6 オークション(イングリッシュオークション、 封印入札第二価格オークション)

プレイヤー2  
評価値80

Full

Half

Full

20, 0

60, 0

プレイヤー1  
評価値100

Half

0, 30

60, 0

# 次回講義

- 混合戦略と混合戦略ナッシュ均衡。