

駒澤大学 ゲーム理論A

第四回

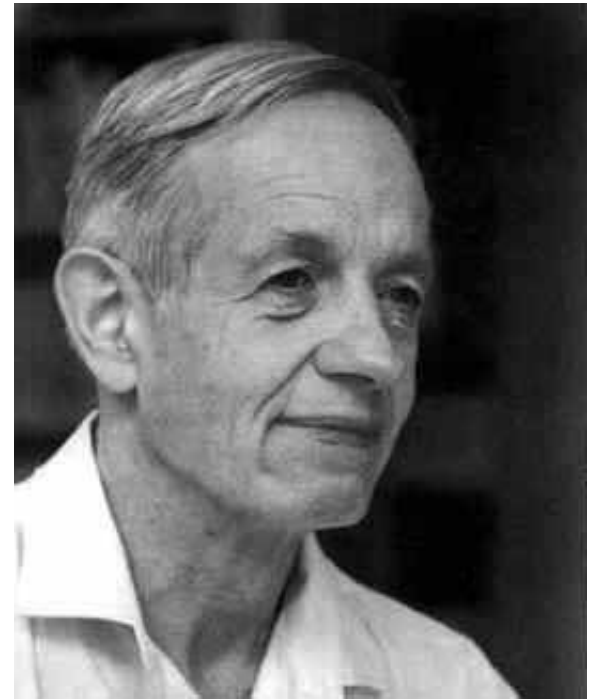
早稲田大学高等研究所
上條良夫

本日の内容

- 講義の目的: 利得行列で表現される標準形ゲームのナッシュ均衡を求めよう。
- ナッシュ均衡とは
- 例1 牛丼屋の価格競争
- 例2 右側通行か左側通行か
- 例3 Windows か Mac か
- 例4 ペナルティキック
- 例5 じゃんけん、変則じゃんけん
- 例6 オークション
- 例7 企業の生産量決定競争
- 例8 公共施設の寄付による建設

ナッシュ均衡

- 標準形ゲームが何度も何度もプレイされる状況を想定し、それぞれのプレイヤーがどのような戦略に落ち着くのかを考えてみよう。
- もし、それぞれの戦略の選択に終着点が存在するのならば、そこでは、誰もが実際に表明された他のプレイヤーの戦略に対して後悔を持たないはずである。
- なぜなら、他のプレイヤーの戦略を観察した後に後悔したプレイヤーには、戦略を変更する誘因があるからである。



ナッシュ均衡

- 標準形ゲームでは、プレイヤーが自分の戦略を選ぶ際には、常に相手がどのような戦略を選んでくるのかについて**予想**する必要がある。
- ナッシュ均衡では、
 - (1) 各プレイヤーは他のプレイヤーの戦略を**正確に予想**している。**(予想の実現)**
 - (2) 各プレイヤーは、他のプレイヤーの行動の予想に対して、**自分の利得を最大**にするような最も好ましい戦略を選んでいる。**(最適反応)**
- (1)、(2)より、ナッシュ均衡では、**すべてのプレイヤーが相手の戦略に対して最適反応**している。

ナッシュ均衡

- ナッシュ均衡では、すべてのプレイヤーが相手の戦略に対して最適反応している。
- ナッシュ均衡のもう一つの表現
- ナッシュ均衡からは、誰も自ら戦略を変更しようとはしない。なぜなら、戦略を変更して利得が増加することはないから。

例1 牛丼屋の価格競争

- 隣接した二つの牛丼屋 **M** と **Y** がある。
- それぞれ明日の価格を、今日と同じ価格にするのか(**維持**)、あるいは価格を下げるのか(**下げる**)、で悩んでいる。
- 両者とも「維持」を選べば、両者とも明日の収益は今日と同じになる、**0%増加**)。
- 一方だけが「下げる」を選べば、その店の収益は**30%増加**する。「維持」を選んだ店の収益は**20%減少**である。
- 両者とも「下げる」を選べば、収益は**10%減少**である。

例1 牛丼屋の価格競争

Y

維持

下げる

維持

0, 0

-20, 30

M

下げる

30, -20

-10, -10

| | | | |
|-----|---------|----------|-----|
| | | | |
| | | 維持 | 下げる |
| 維持 | 0, 0 | -20, 30 | |
| 下げる | 30, -20 | -10, -10 | |

例2 右側通行か左側通行か

- 一本道を東に進む **E** と西に進む **W** がいる。
- それぞれ道路の右側を走るか (**右側通行**)、あるいは左側を走るか (**左側通行**)、を決める。
- 両者とも「右側通行」を選べば、スムーズに道を進め、**1の利得** である
- 両者とも「左側通行」を選べば、スムーズに道を進め、**1の利得** である。
- 一方が「右側通行」を選べ、もう一方が「左側通行」を選んでいる場合には、両者ともすれ違う際に危険が伴い、**0の利得** である。

例3 Windows か Mac か

- 職場の同僚のWindows 好きの **W** と Macintosh 好きの **M** がいる。
- それぞれ職場で用いるパソコンを購入するのに、Windows 機を購入するか(**w**)、あるいはMacintosh機を購入するのか(**m**)、で悩んでいる。
- 両者が同じ機種のパソコンを用いると、仕事がスムーズになり、利得に換算すると**2**に相当する。
- その一方で、両者が異なる機種を用いると、余計な手間がかかり、利得に換算すると**0**である。
- 自分の好きな機種を用いると仕事の能率が上がり、これは利得に換算すると**1**である。
- 自分の好きではない機種を用いると仕事の能率が上がり、利得に換算すると**0**である。
- 最終的な利得は、二つの要因から得られる利得の合計で決まる。

例3 Windows か Mac か

M

Win

Mac

Win

3, 2

1, 1

W

Mac

0, 0

2, 3

| | | |
|-----|------|------|
| | Win | Mac |
| Win | 3, 2 | 1, 1 |
| Mac | 0, 0 | 2, 3 |

例4 ペナルティキック

- サッカーのペナルティキック。
- キッカー **K** とゴールキーパー **GK** がいる。
- キッカーは左に蹴るか(**左**)、右に蹴るか(**右**)、を決める。
- ゴールキーパーは(キッカーから見て)左に跳ぶのか(**左**)、右に跳ぶのか(**右**)、を決定する。

- シュートの方向とゴールキーパーのジャンプの方向が一致しているときは、必ずキーパーはシュートを止める。方向が一致しないときは必ずシュートは入る。

- シュートが入ると、キッカーは利得**1**、ゴールキーパーは利得**-1**。
- シュートがとめられると、キッカーは利得**-1**、ゴールキーパーは利得**1**である。

例4 ペナルティキック

GK

左に跳ぶ

右に跳ぶ

K
左に蹴る

-1, 1

1, -1

右に蹴る

1, -1

-1, 1

例5 じゃんけん、変則じゃんけん

- **K** と **S** がじゃんけんをする。
 - じゃんけんの手は、「**グー**」、「**チョキ**」、「**パー**」のみ。
 - 負けたほうが勝ったほうに一万円を払う。
 - あいこの場合は何もなし。
 - 勝者の利得は**1**、敗者の利得は**-1**。
-
- 以下のような変則じゃんけんを考えよう。
 - 「**グー**」、「**チョキ**」、「**パー**」の勝ち負けは同じ。
 - 「**グー**」であいこの場合は **K** の勝ち
 - 「**チョキ**」であいこの場合は **S** の勝ち。
 - 「**パー**」であいこの場合は **S** の勝ち。

例6 オークション(イングリッシュオークション)

- プレイヤー1とプレイヤー2がとある絵画の競り上げ式のオークションに参加している。
- プレイヤー1は絵画の価値を利得換算で100と考えている。
- プレイヤー2は絵画の価値を利得換算で80と考えている。
- この数字をそれぞれの絵画に対する評価値とよぶ。
- プレイヤーはオークションに参加する前に、金額がいくらになるまでオークションに参加するのかを決定する。
- 簡単化のため、選択肢は、自分の評価値いっぱいまで参加するか(Full)、評価額の半額まで参加するか(Half)、のいずれかである。
- 参加者が一人になるまで絵画の価格は値上がり、一人になったときの価格で最後の一人に絵画は売却される。
- 最終的な利得は、絵画から得られる利得から支払い金額を引いたものである。絵画を購入しない場合は利得0である。

例6' オークション(封印入札第二価格オークション)

- プレイヤー1とプレイヤー2がとある絵画の封印入札第二価格オークションに参加している。
- プレイヤー1は絵画の価値を利得換算で100と考えている。
- プレイヤー2は絵画の価値を利得換算で80と考えている。
- この数字をそれぞれの絵画に対する評価値とよぶ。
- プレイヤーはオークション主に、絵画に対して支払える最高金額を書いた紙を封筒に入れて渡す。
- 簡単化のため、選択肢は、自分の評価値どおりに記入する(Full)、評価額の半額を記入する(Half)、のいずれかである。
- 絵画は最も高い金額を表明した人に、二番目に高い金額で売却される。
- 最終的な利得は、絵画から得られる利得から支払い金額を引いたものである。絵画を購入しない場合は利得0である。

例6 オークション(イングリッシュオークション、 封印入札第二価格オークション)

プレイヤー2
評価値80

Full

Half

Full

20, 0

60, 0

プレイヤー1
評価値100

Half

0, 30

60, 0

| | | |
|------|-------|-------|
| | Full | Half |
| Full | 20, 0 | 60, 0 |
| Half | 0, 30 | 60, 0 |