# ゲーム理論Ａ　第十二回

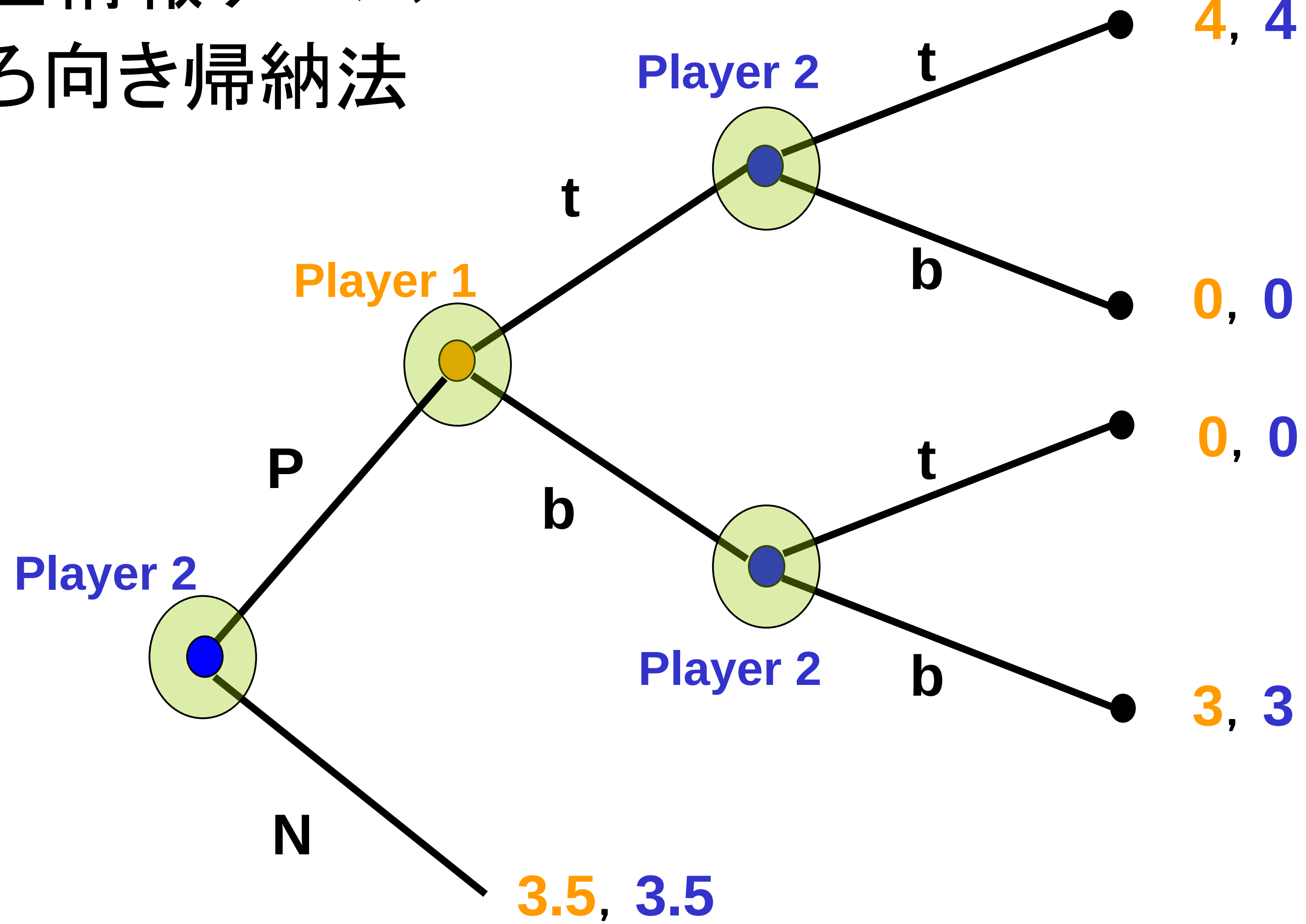
早稲田大学高等研究所
上條　良夫

# 講義のキーワード

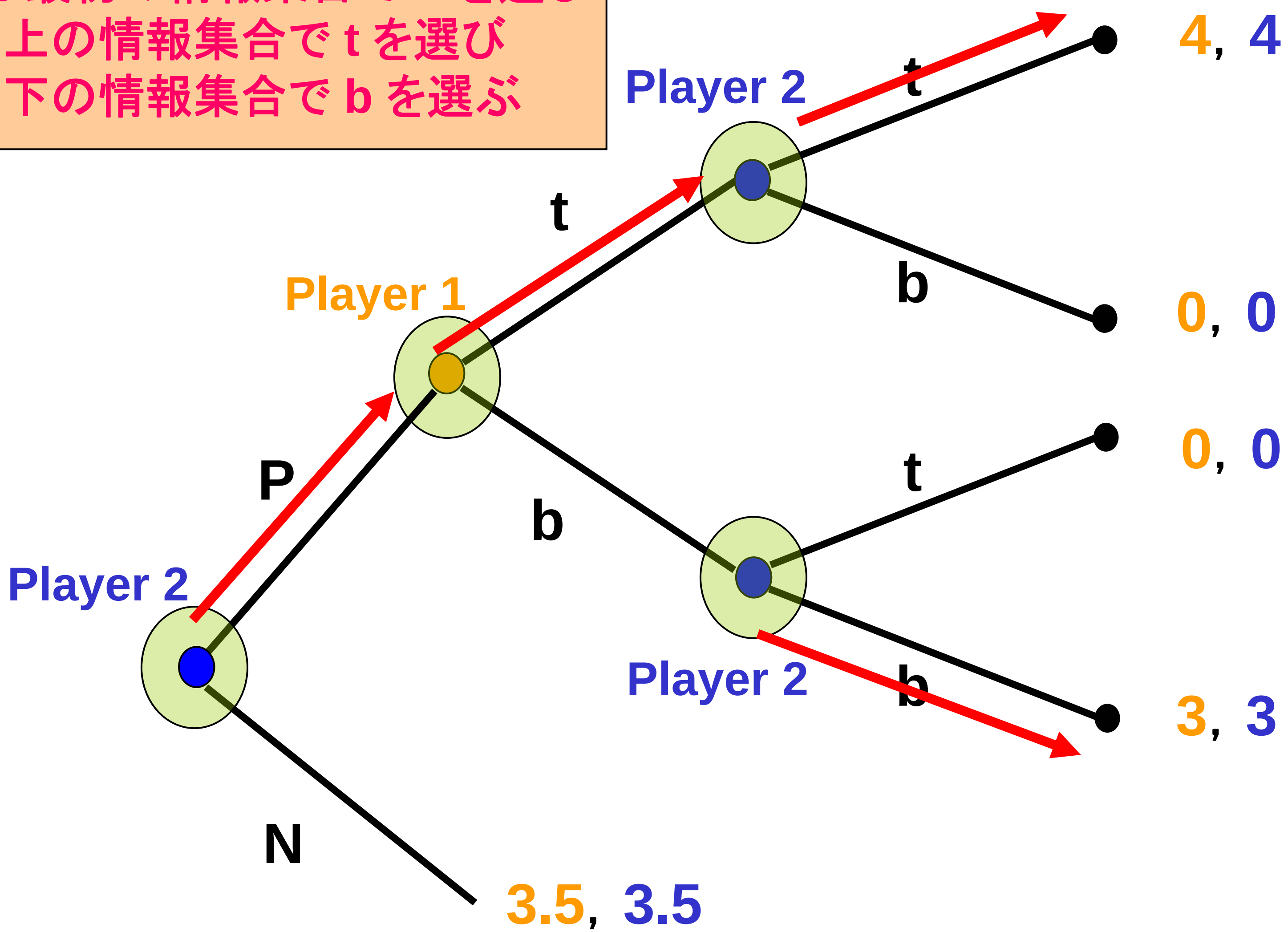
- 確認．完全情報ゲームの部分ゲーム完全均衡の導出
- 重要．完全情報ではないゲームでの部分ゲーム完全均衡の導出

- 例５．企業の生産量の逐次決定競争

- 例1
  - 完全情報ゲーム
  - 後ろ向き帰納法



部分ゲーム完全均衡は、
Player 1 は t を選ぶ
Player 2 は最初の情報集合で P を選び
二回目の上の情報集合で t を選び
二回目の下の情報集合で b を選ぶ



部分ゲーム完全均衡は、
Player 1 は t を選ぶ
Player 2 は最初の情報集合で P を選び
二回目の上の情報集合で t を選び
二回目の下の情報集合で b を選ぶ

部分ゲーム完全均衡は、

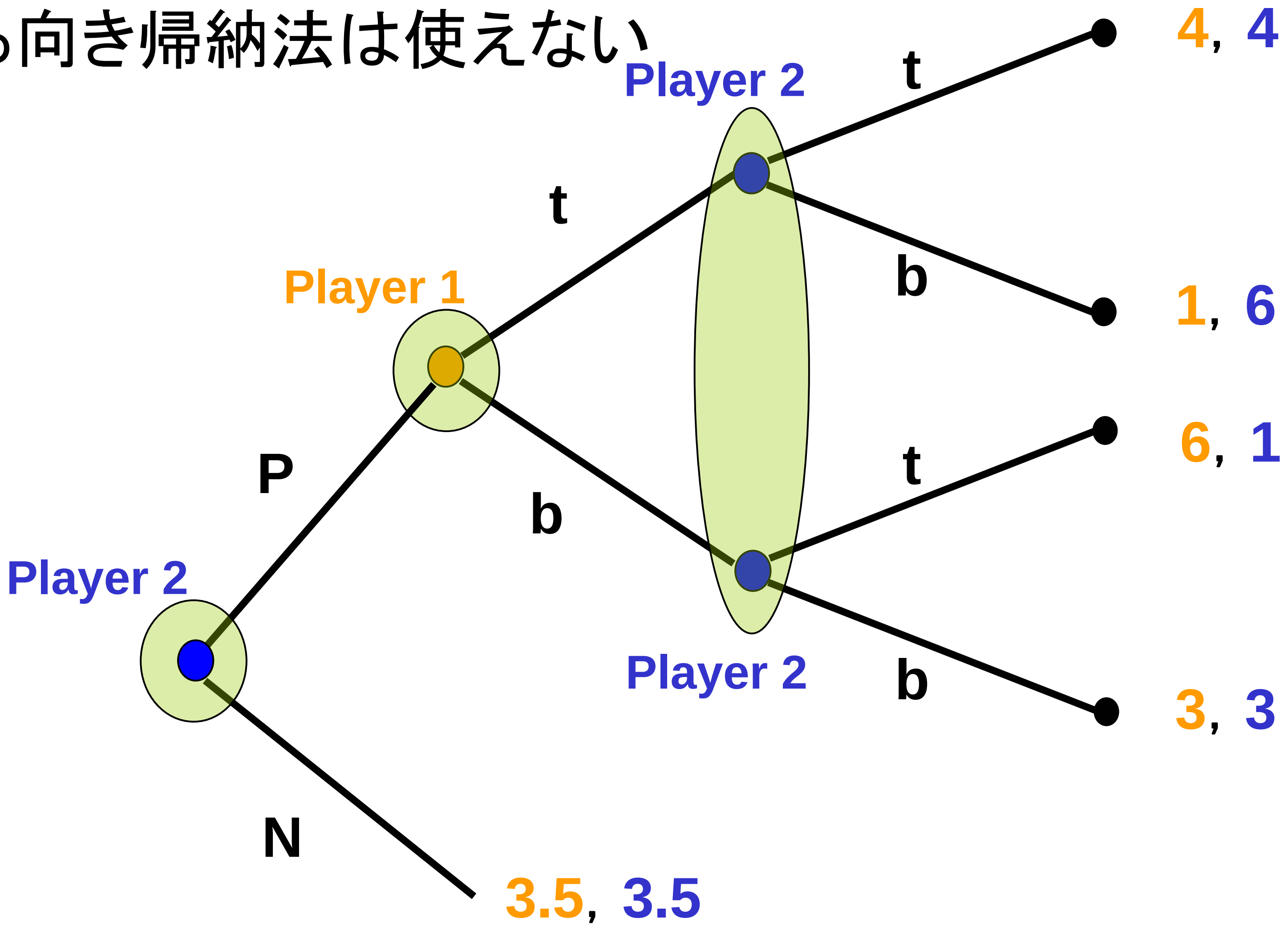
（t, Ptb）

この部分の表現方法はいろいろとある

例えば、

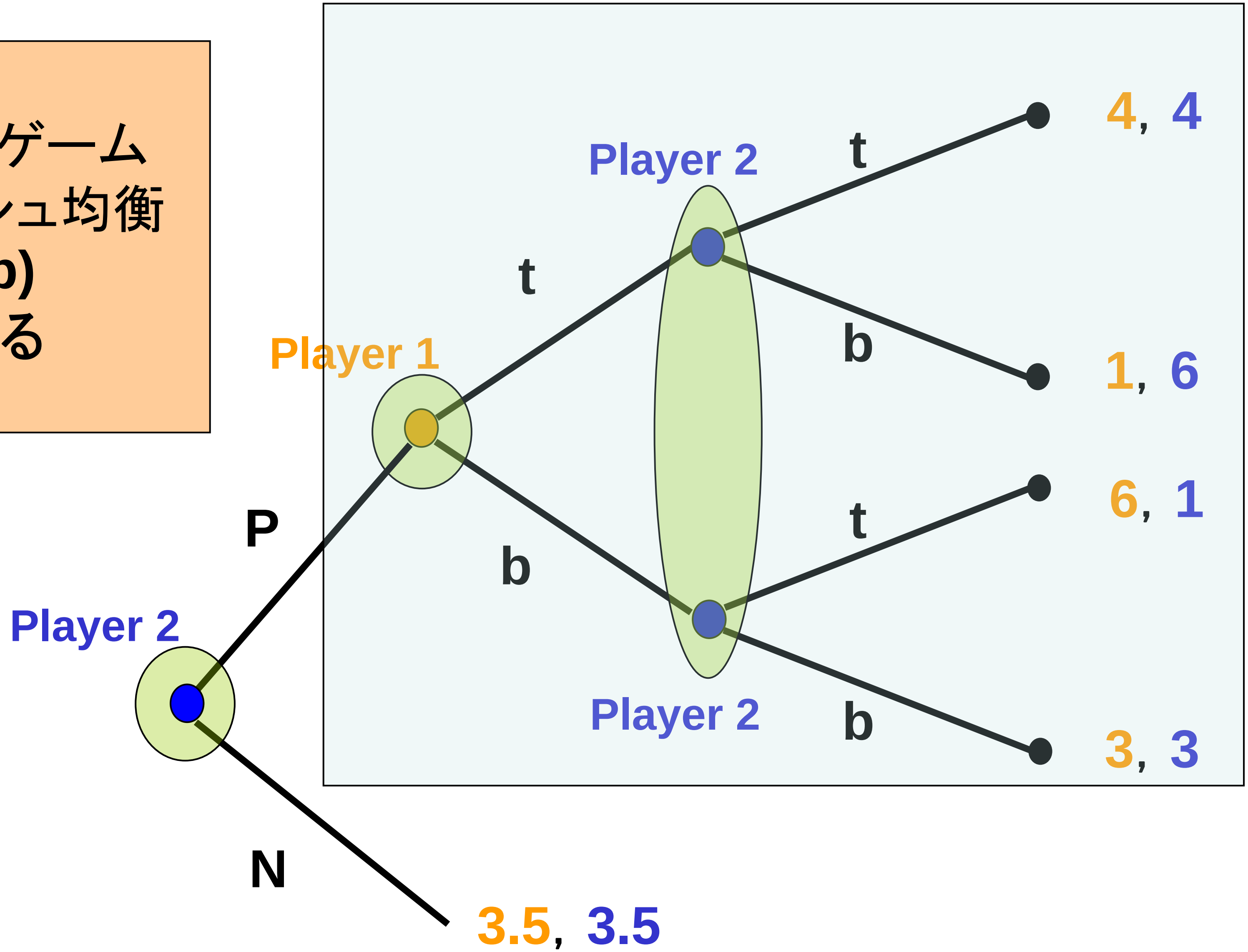
P --- t --- b
P / t / b
(P, t, b)

- 例2
  - 完全情報ゲームではない
  - 後ろ向き帰納法は使えない



- 例2

この部分ゲーム
にはナッシュ均衡
**(b, b)**
がある

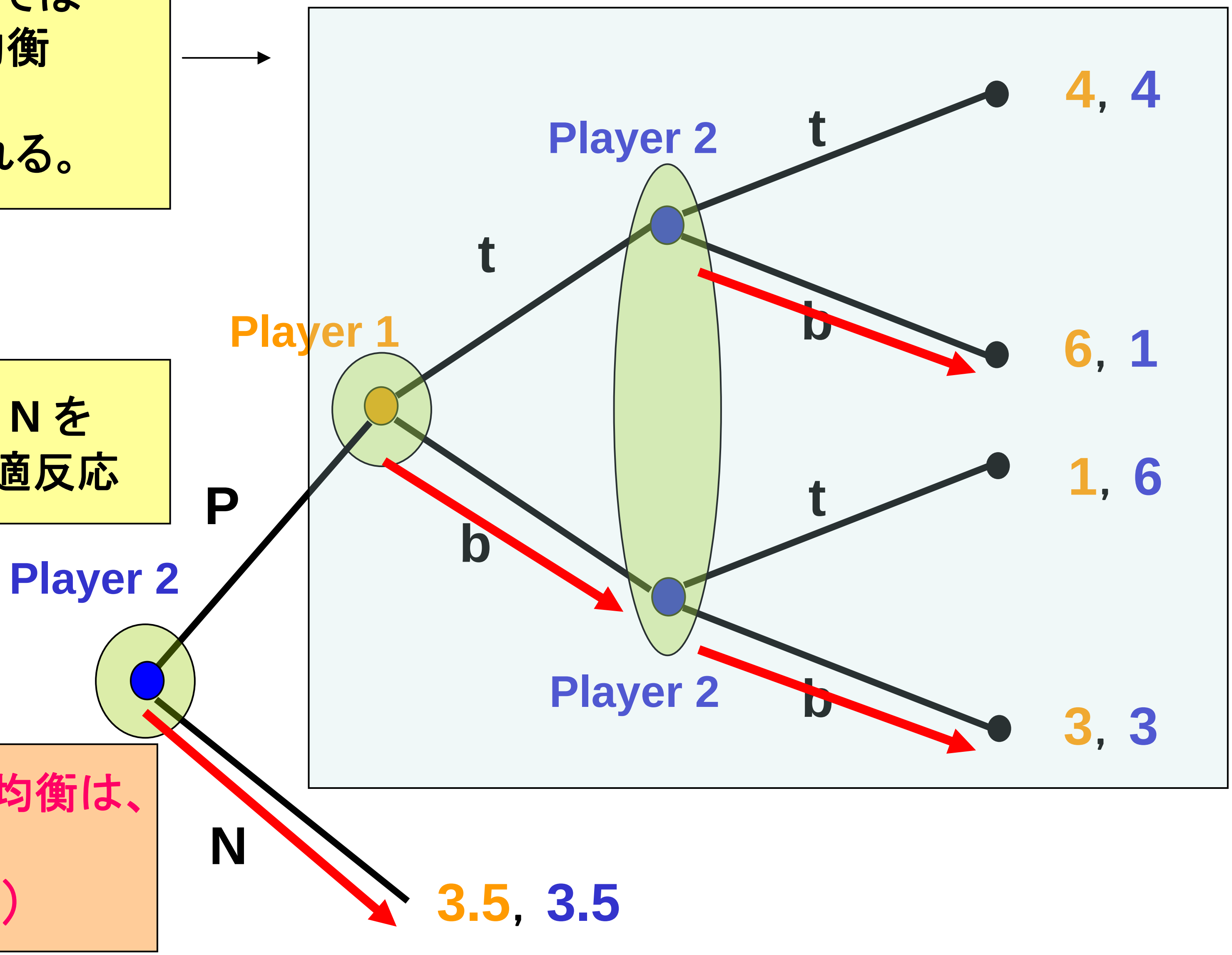


部分ゲームでは
ナッシュ均衡
(b, b)
がプレイされる。

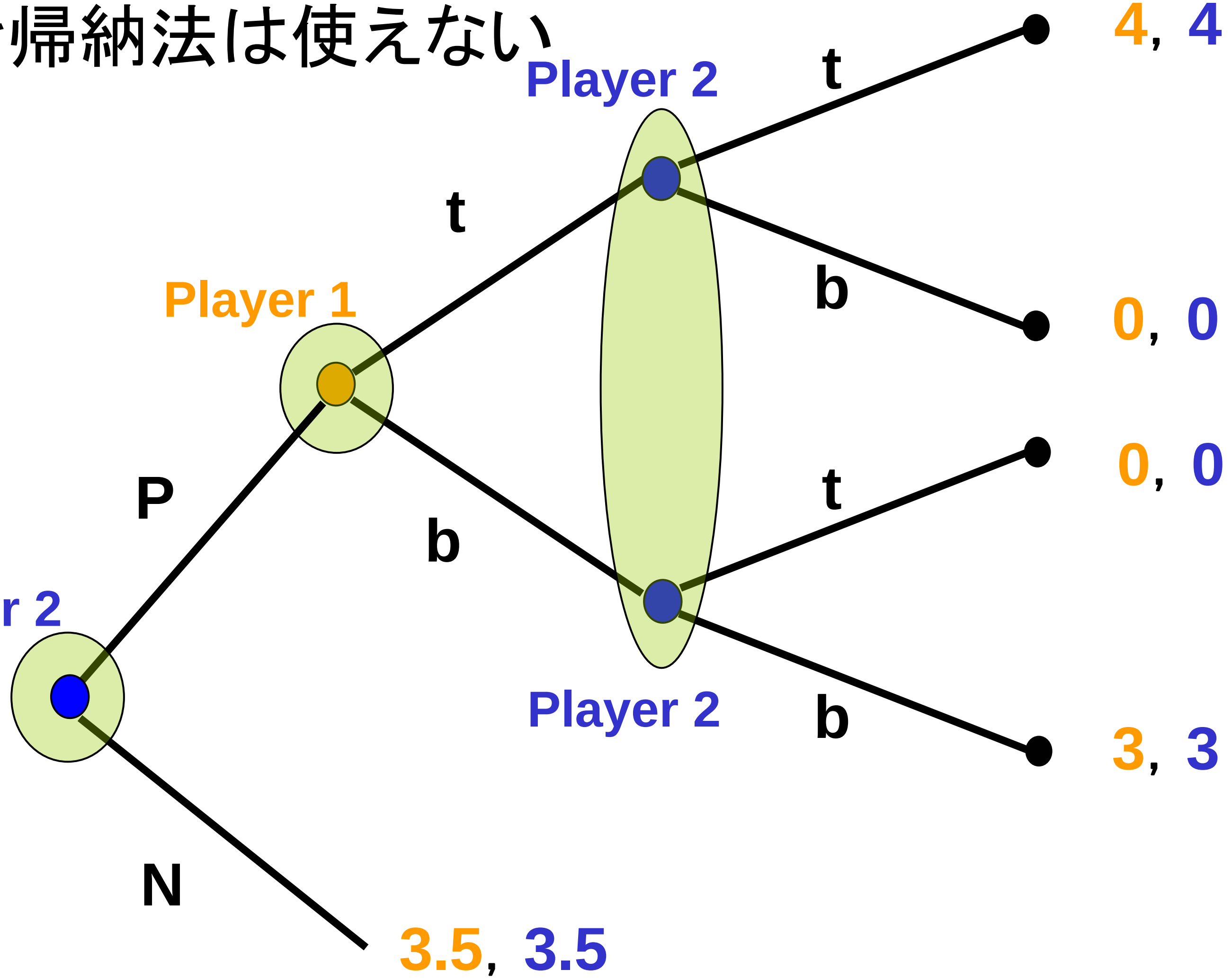
Player 2 は N を
選ぶことが最適反応

部分ゲーム完全均衡は、

（b, Nb）

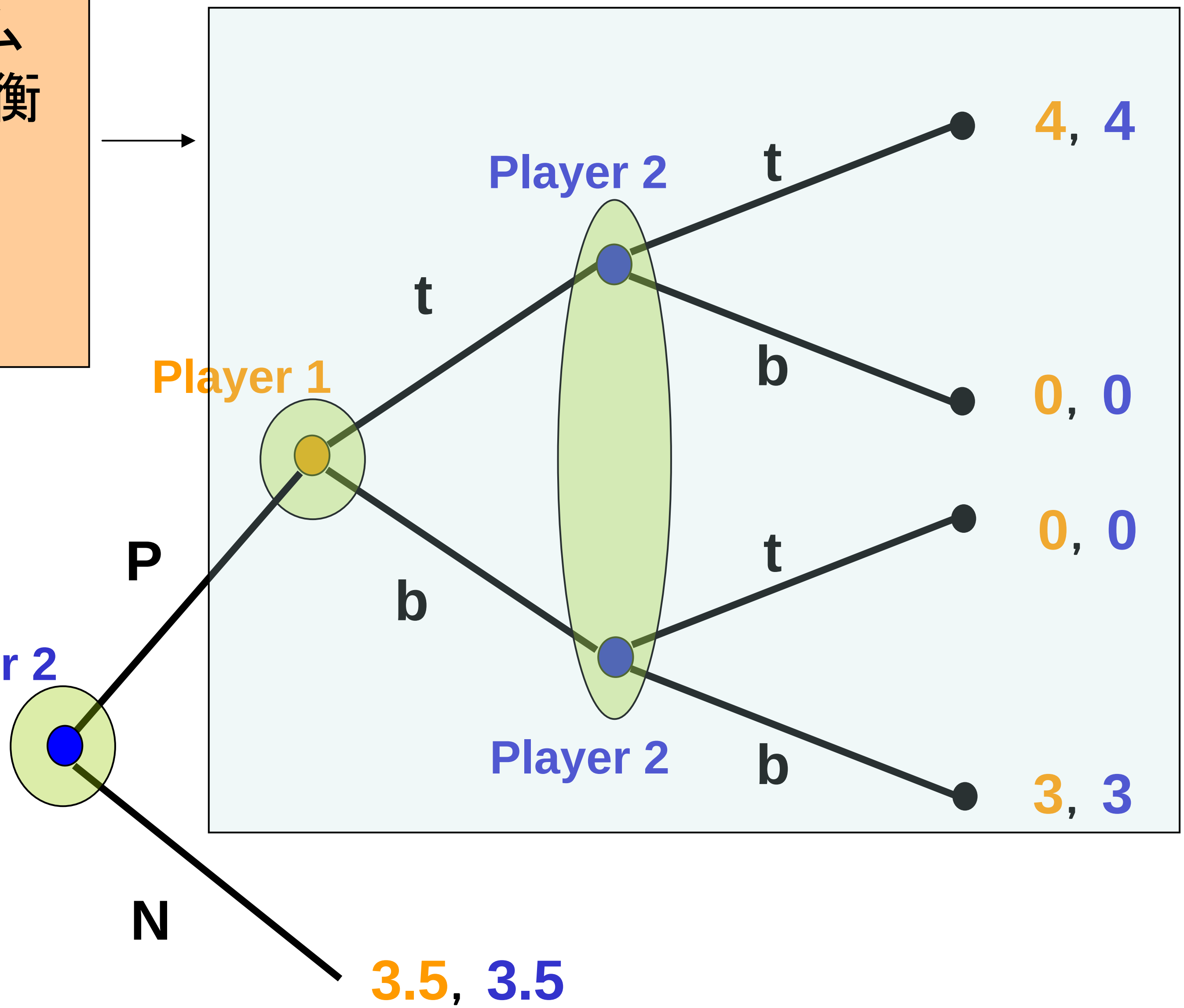


- 例3
  - 完全情報ゲームではない
  - 後ろ向き帰納法は使えない



この部分ゲーム
にはナッシュ均衡
が二つある。

**(t, t), (b, b)**

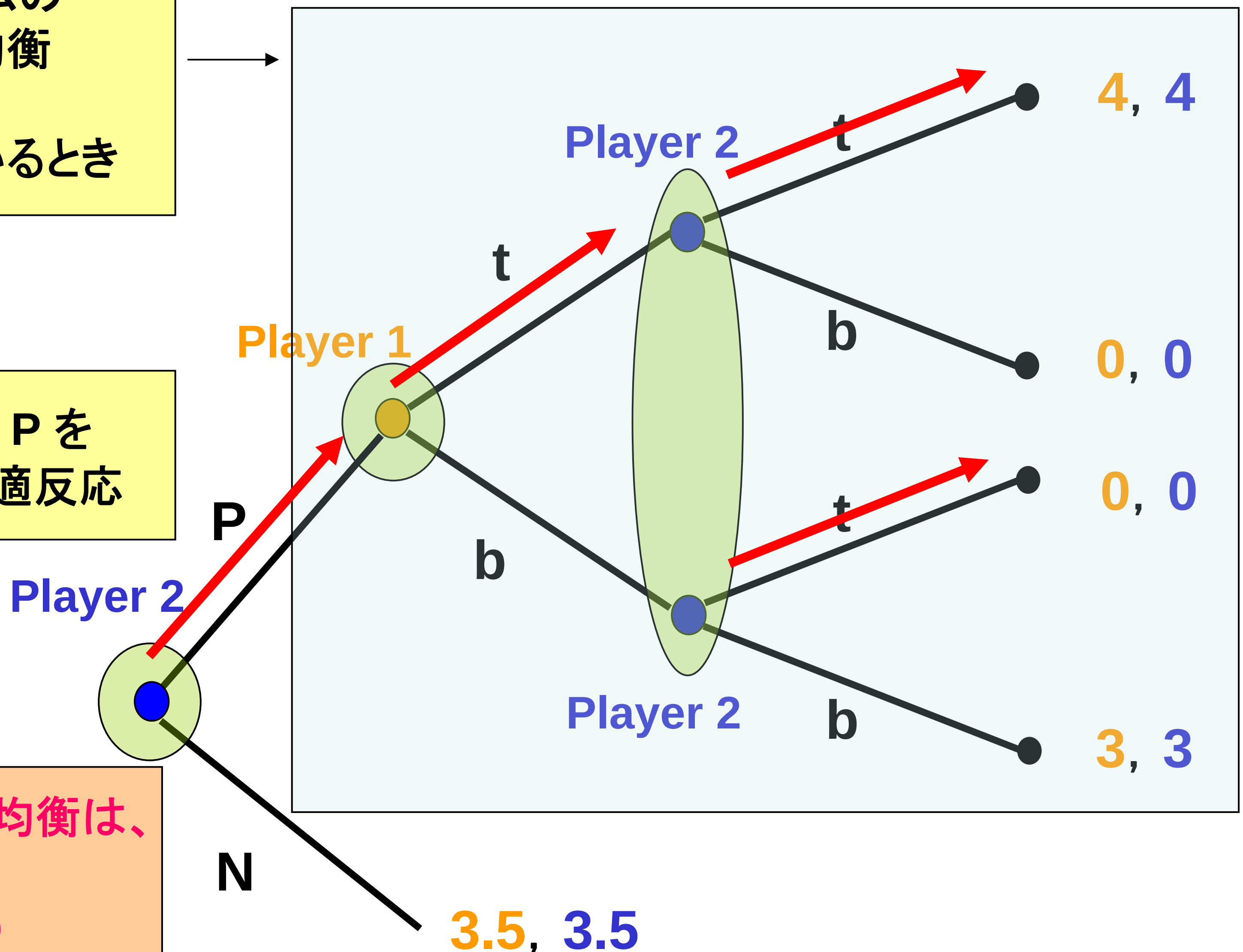


部分ゲームの
ナッシュ均衡
(t, t)
が選ばれているとき

Player 2 は P を
選ぶことが最適反応

部分ゲーム完全均衡は、

（t, Pt）

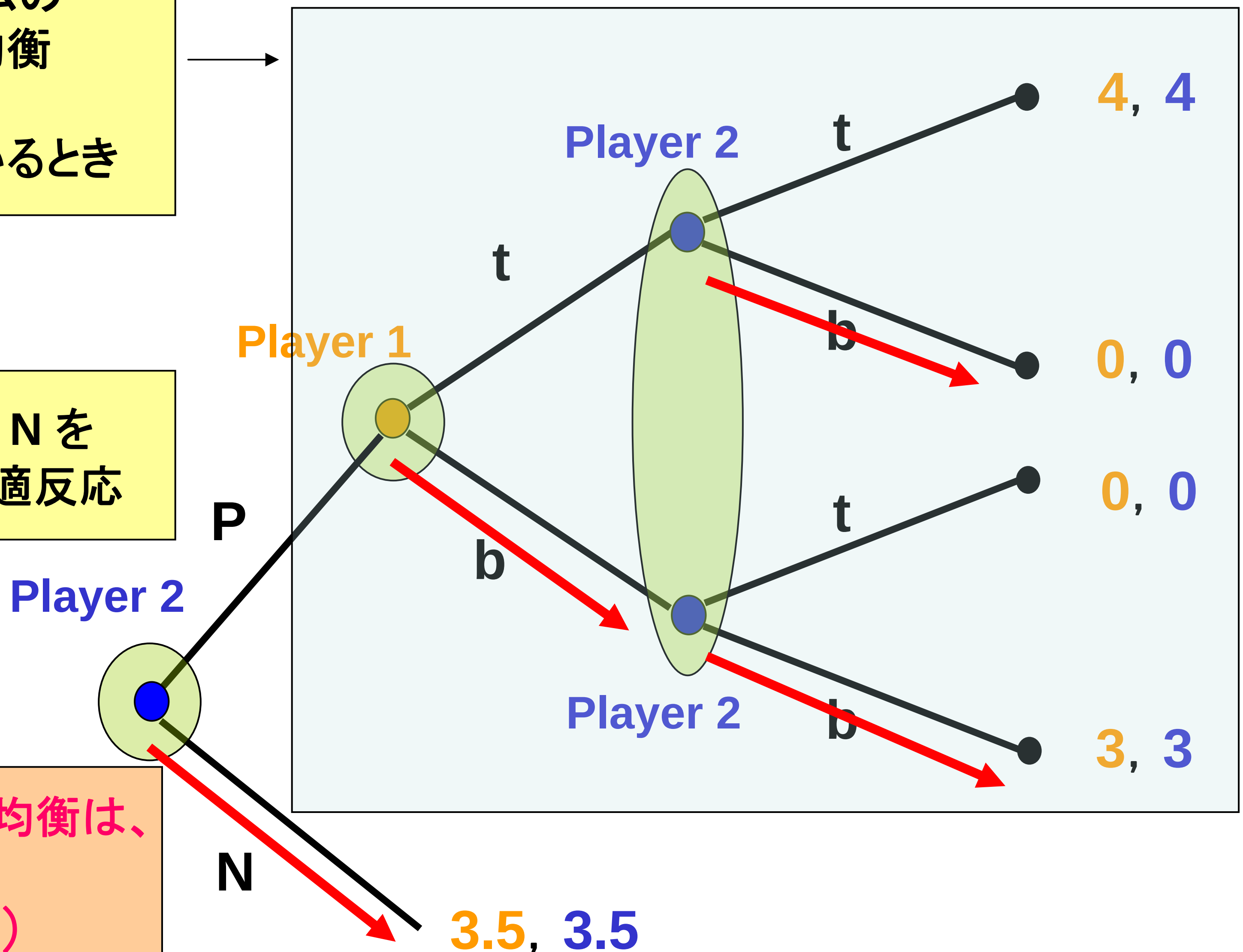


部分ゲームの
ナッシュ均衡
(b, b)
が選ばれているとき

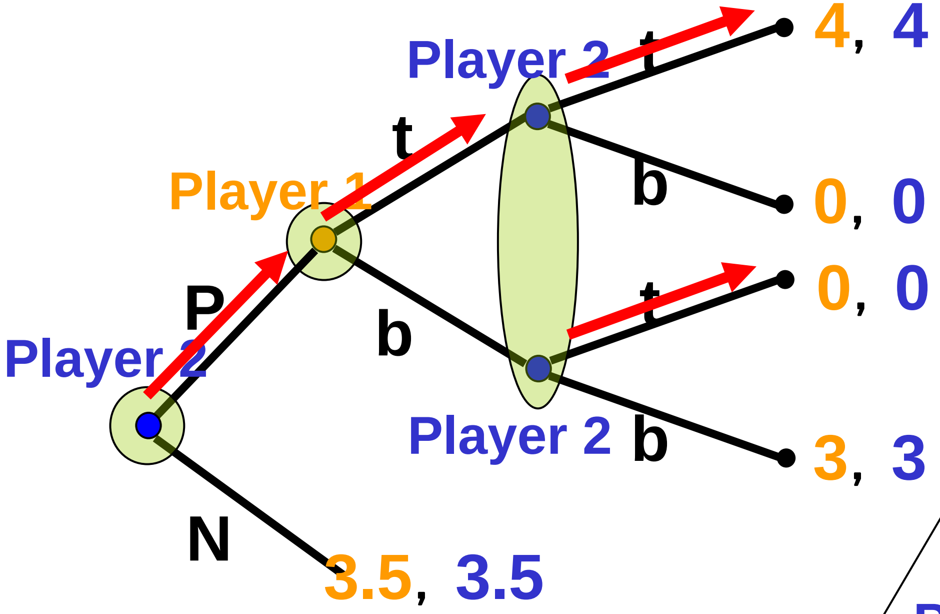
Player 2 は N を
選ぶことが最適反応

部分ゲーム完全均衡は、

（b, Nb）

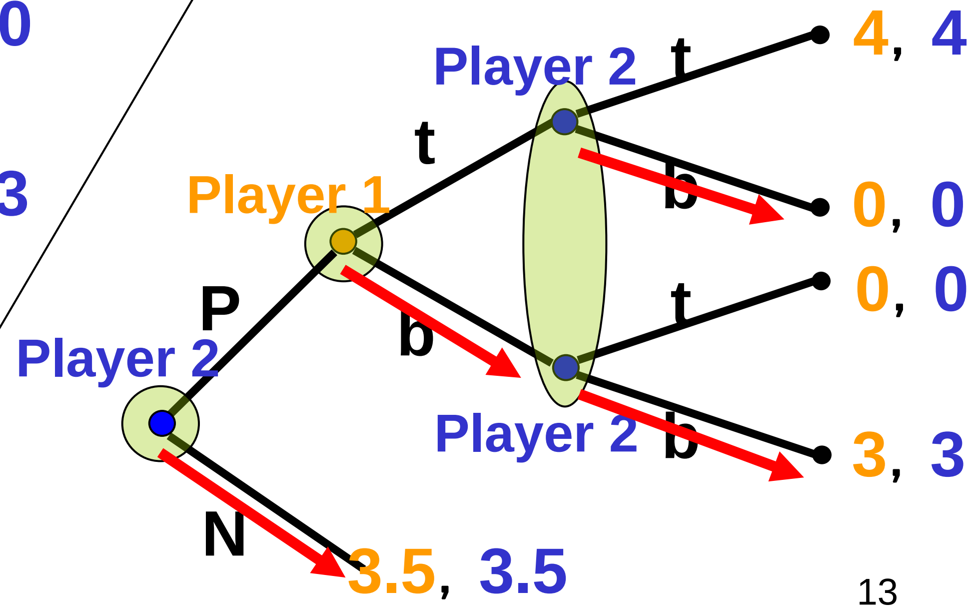


- 例2のように、ある部分ゲームに複数のナッシュ均衡があるような場合には、各ナッシュ均衡ごとに部分ゲーム完全均衡が求まることになる。
- つまり、ナッシュ均衡と同じように、部分ゲーム完全均衡も複数存在する場合がある。

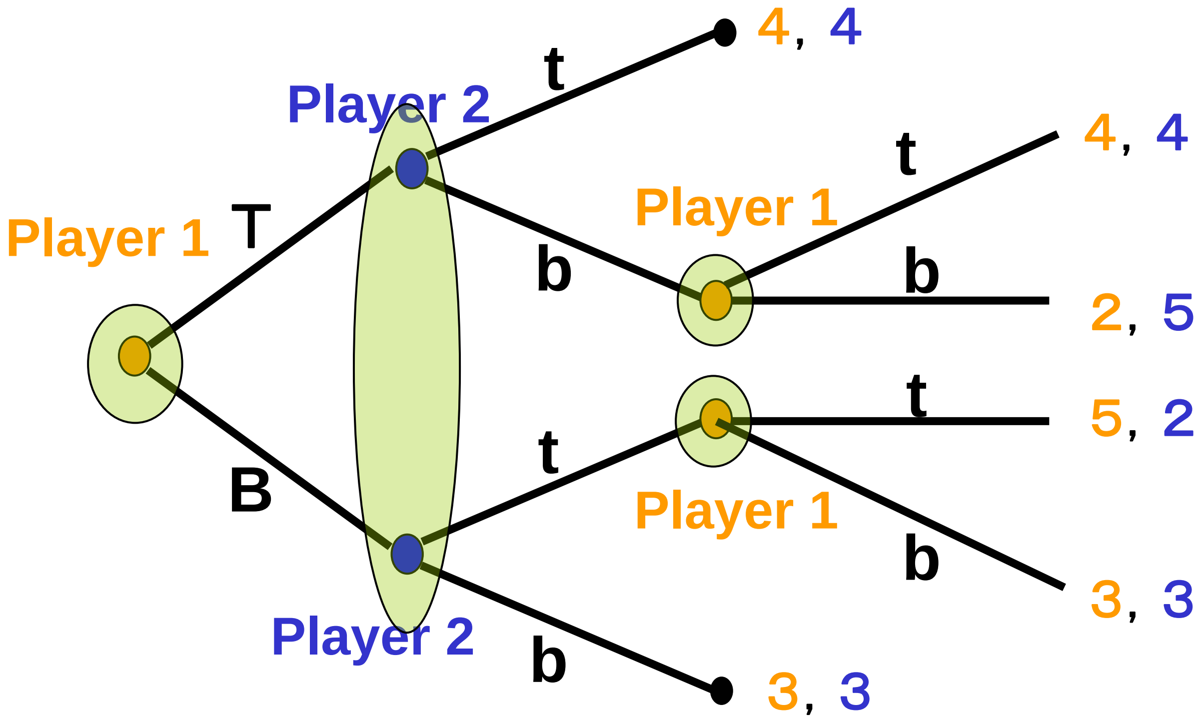



部分ゲーム完全均衡は、
（t, Pt）

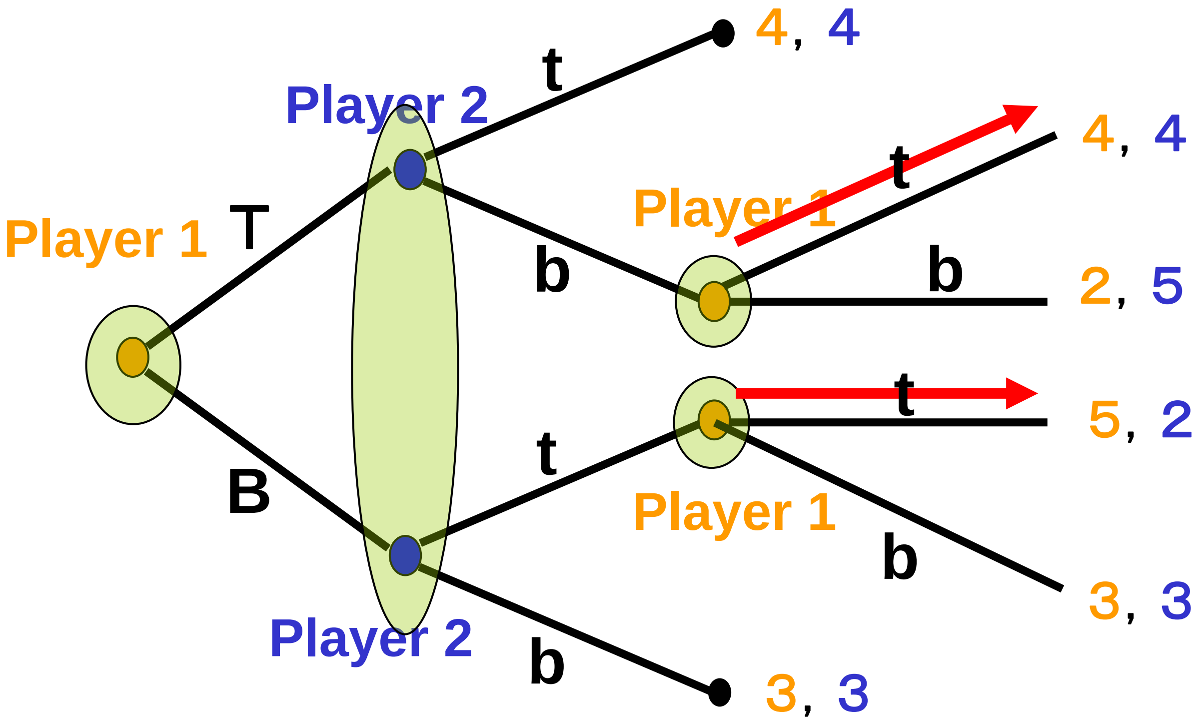
部分ゲーム完全均衡は、
（b, Nb）



- 例4



Player 1
T
B
Player 2
Player 2
t
b
t
b
4, 4
3, 3
Player 1
Player 1
t
b
t
b
4, 4
2, 5
5, 2
3, 3




| | t | b |
|---|---|---|
| T | 4, 4 | 4, 4 |
| B | 5, 2 | 3, 3 |

Nash 均衡は
(T, b)

部分ゲーム完全均衡は、
（Ttt, b）

# 例5　企業の生産量の逐次決定競争

- **企業1** と **企業2** が同一の財を生産し、同一の市場で販売している。
- 企業1、2ともに財1単位を生産するのに**2**の費用がかかる（**限界費用**は2）。
- 企業1、2は生産量 **q1**, **q2** を決定する。ただし、この市場では、**企業1が先導的立場にあり**、まず企業が1が生産量を決定し、その後、企業1の生産量を知った上で、企業2は自身の生産量を決定する。
- 財一単位の販売価格は、市場の**逆需要関数** **P = 10 – q1 – q2** で決定される。
- 企業の利潤は、財の販売収入から製造費用を引いた額である。利得は利潤と一致する。

# 部分ゲーム完全均衡の導出

- まず、第二ステージでの企業2の生産量を考える。
  - 企業2は企業1の生産量を知っているので、**企業1の生産量に対する最適反応を返す**ことになる。

- 次に、第一ステージでの企業1の生産量について考える。
  - 企業1は、**企業2がどのように行動するのかを読み込んだ上で**、利潤を最大化するように生産量を決定する。

# 第二ステージ

- 企業1が$q_1$ 生産するときの、企業2の最適反応 $q_2$ を求めればよい。
- 導出方法は、第8回講義のクールノーナッシュ均衡の際の最適反応の導出と同じ。
- 企業2の最適反応（反応関数）は、

$$q_2 = \begin{cases} \dfrac{8-q_1}{2} & 8 \geq q_1 \\ 0 & 8 < q_1 \end{cases}$$

# 第一ステージ

- 企業2の最適反応

$$q_2 = \begin{cases} \dfrac{8-q_1}{2} & 8 \geq q_1 \\ 0 & 8 < q_1 \end{cases}$$

- を踏まえて、企業1は自身の利潤を最大化するように q1 を決定する。

- q1 > 8 のときは価格が必ず2未満になるので、企業1の利潤は負になる。よって、q1 < 8 のケースだけを考えればよい。

- q1 < 8 として、企業2の最適反応を考慮して企業1の利潤を計算すると

$$\pi_1(q_1, q_2) = (10 - q_1 - q_2)q_1 - 2q_1$$
$$= (10 - q_1 - \frac{8 - q_1}{2})q_1 - 2q_1$$

- これは q1 に関しての一変数関数なので、これを最大化するような q1 は簡単に求めることができる。

- 計算すると

$$q_1 = 4$$
$$q_1 = 2$$