

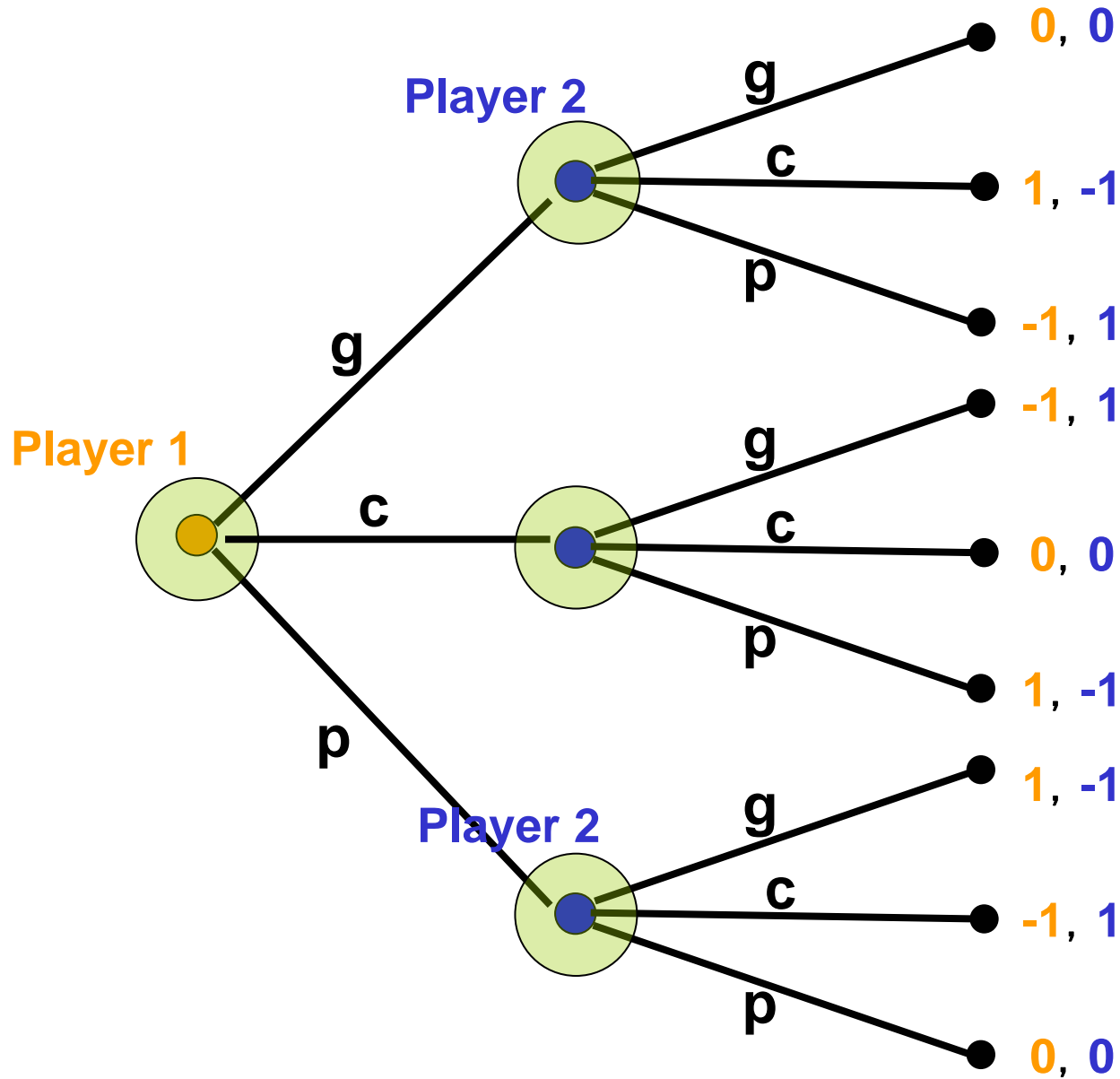
駒澤大学ゲーム理論A 第十一回

早稲田大学高等研究所
上條 良夫

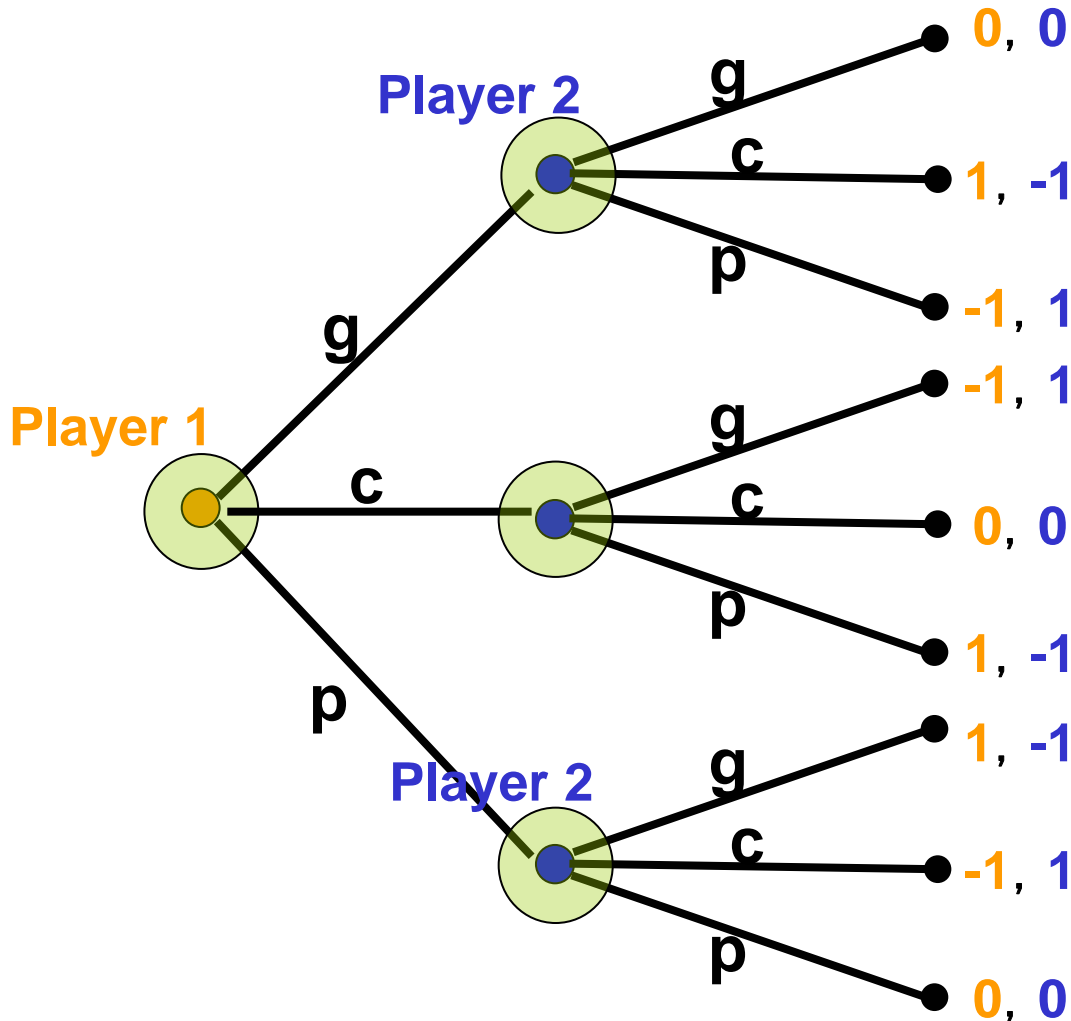
講義のキーワード

- 展開形ゲームの戦略の数(前回の続き)
- 展開形ゲームを標準形ゲームにしたゲームの Nash 均衡の奇妙な点 … 信憑性のない脅し
- 部分ゲーム
- 部分ゲーム完全均衡
- 完全情報ゲームとバックワードインダクション

後出しじゃんけんゲーム



後出しじゃんけんゲーム



Player 1の戦略集合

{g, c, p}

Player 2の戦略集合

{ggg, ggc, ggp,
gcg, gcc, gcp,
gpg, gpc, gpp,
cgg, cgc, cgp,

...

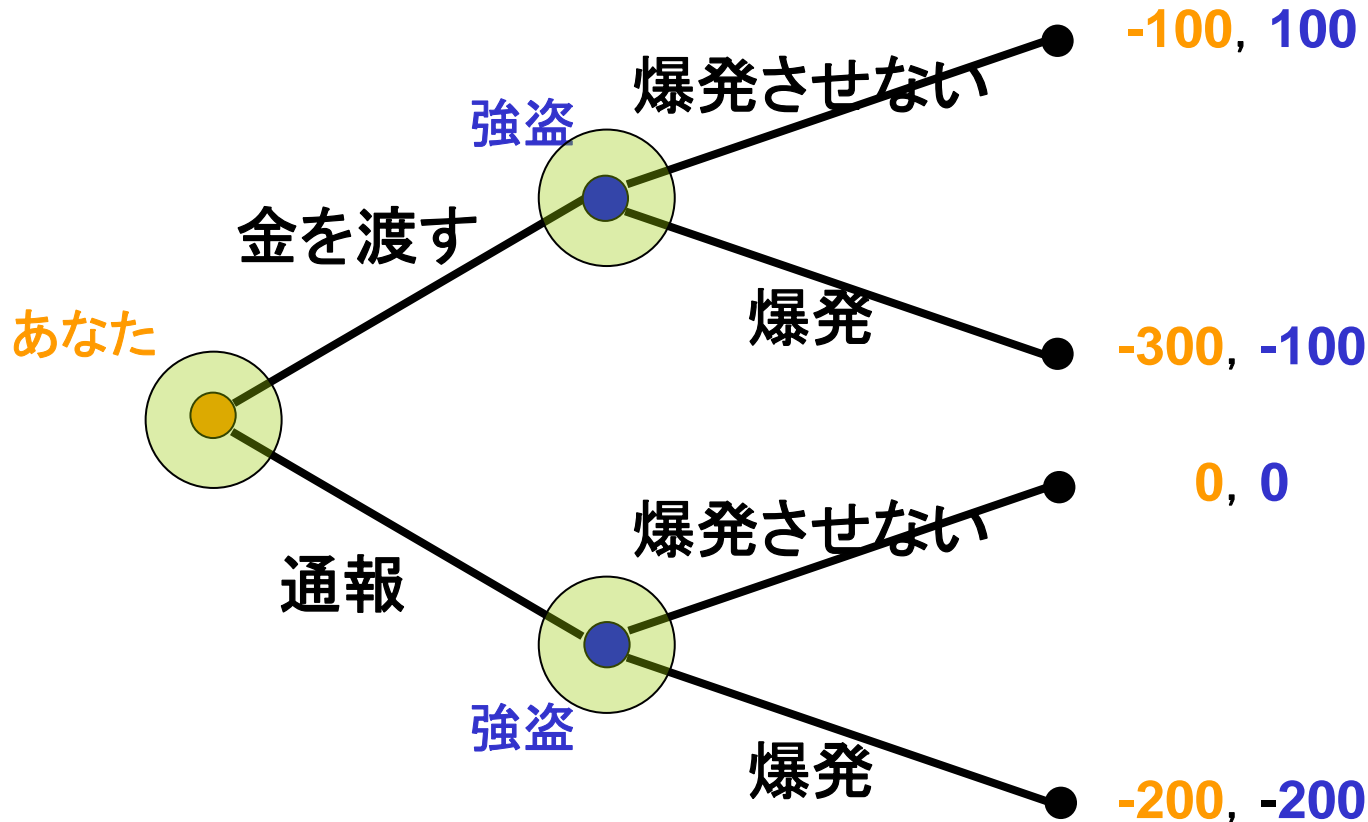
ppg, ppc, ppp}

$3*3*3 = 27$ 通り

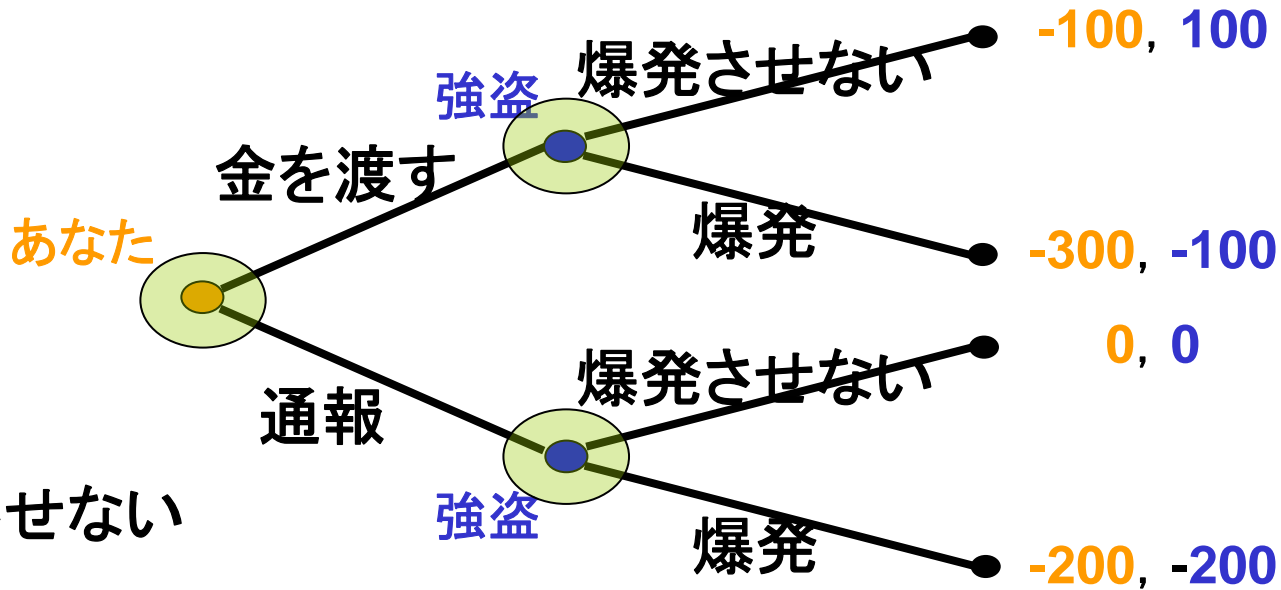
強盗のハッタリ

- あなたが経営する個人商店に、爆弾を抱えた不審な男が侵入してきた。
- 不審な男 「レジの中の金をよこせ。もし通報したらこの爆弾を爆発させるぞ」
- さて、あなたは男の要求に従いお金を払うべきだろうか、それともすぐに警察に通報するべきだろうか。
- レジの中には100万円はっており、男の爆弾はどうも本物のようだ。
- 100万円を渡すと、あなたの利得は**-100**。強盗の利得は**100**である。
- 爆弾が爆発すると、利得に換算すると **-200**。

- 展開形ゲームは次のようになる。



- 標準形に直して、Nash 均衡を導出する。



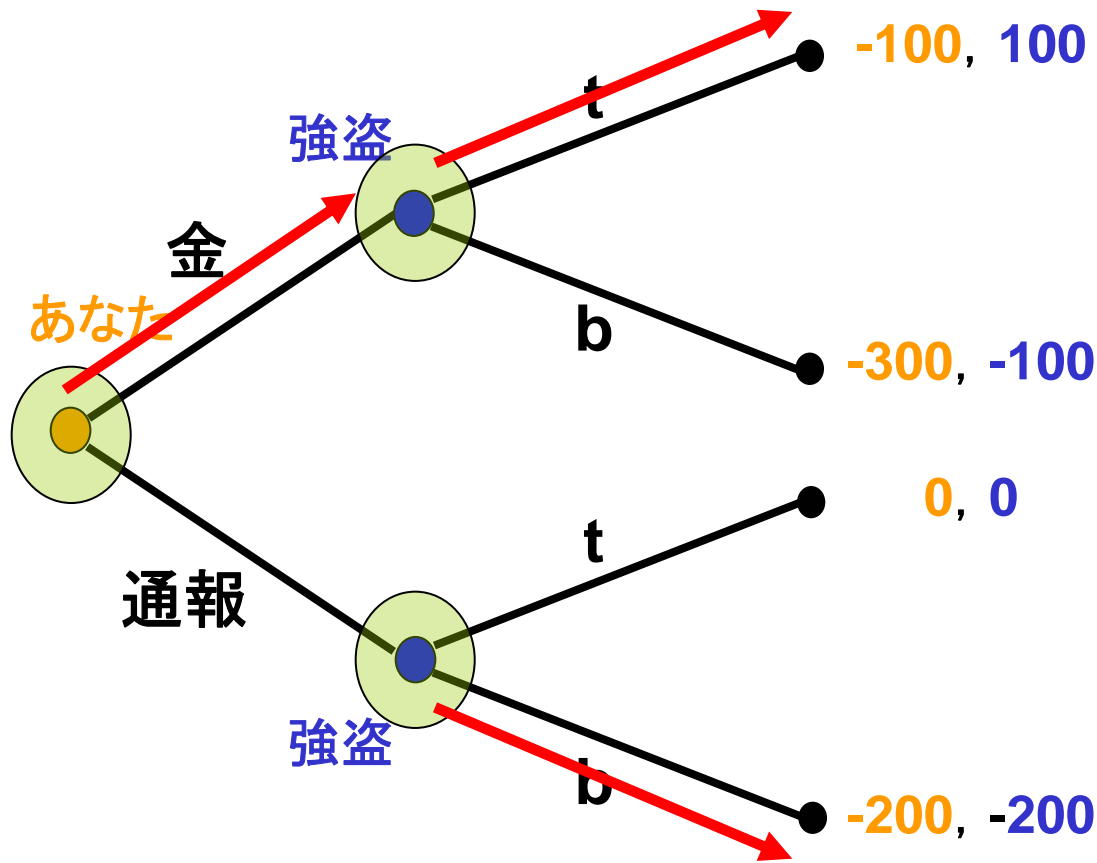
t: 爆発させない
b: 爆発

	tt	tb	bt	bb
金	-1, 1	-1, 1	-3, -1	-3, -1
通報	0, 0	-2, -2	0, 0	-2, -2

00 は省略

Nash 均衡は
(金, tb), (通報, tt), (通報, bt)

- Nash 均衡 (金, tb) を考察してみよう。

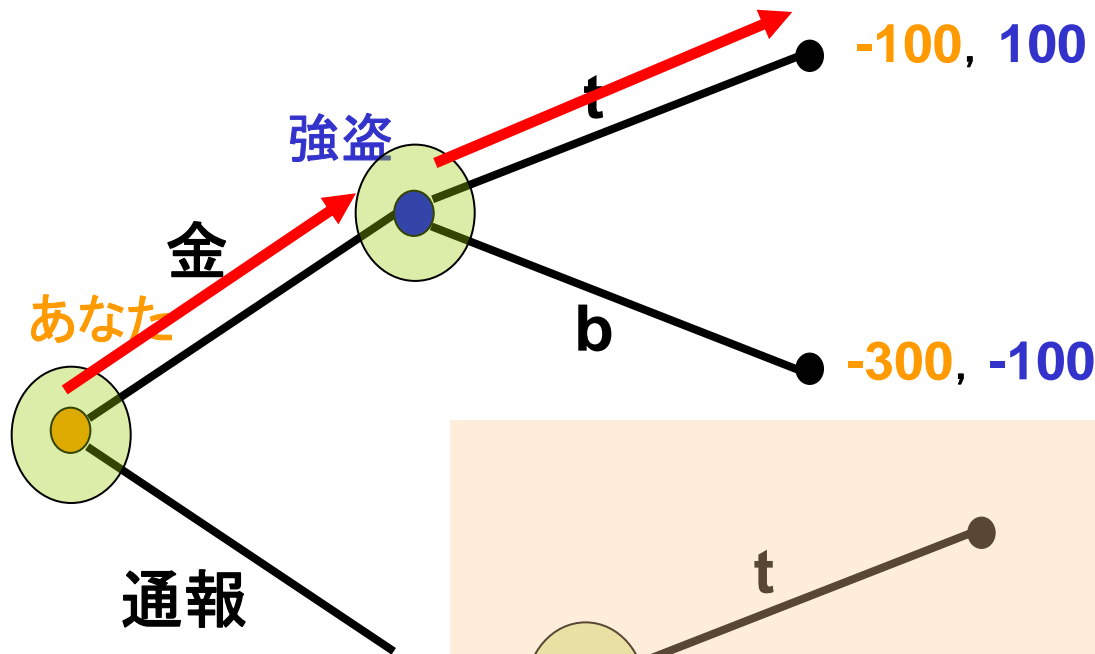


- 強盗は、あなたが通報したら、爆弾を爆発させるといっている。

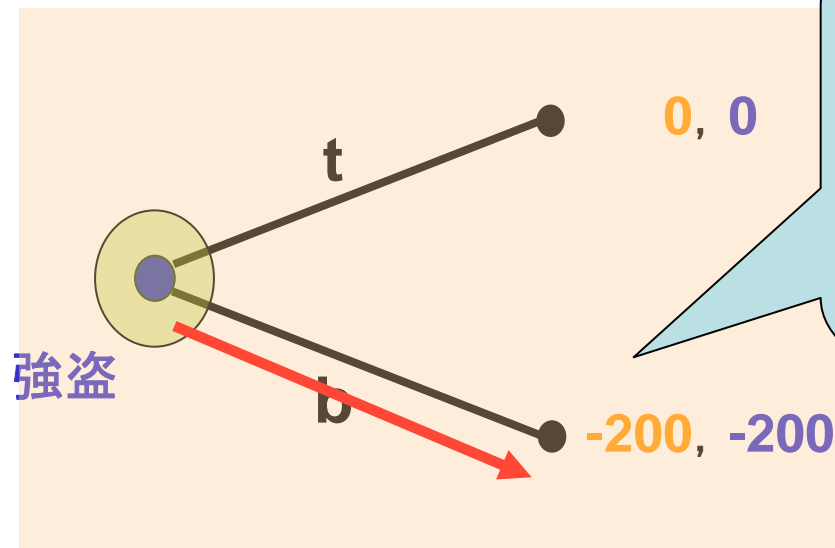
- 強盗の発言を信じれば、あなたの「金を渡す」という選択は合理的

- では、強盗の発言を信じることに合理性はあるのだろうか？

- Nash 均衡 (金, tb) を考察してみよう。



- あなたが通報した後のゲームを考えてみよう。



強盗の「爆弾を爆発させる」発言は疑わしい。

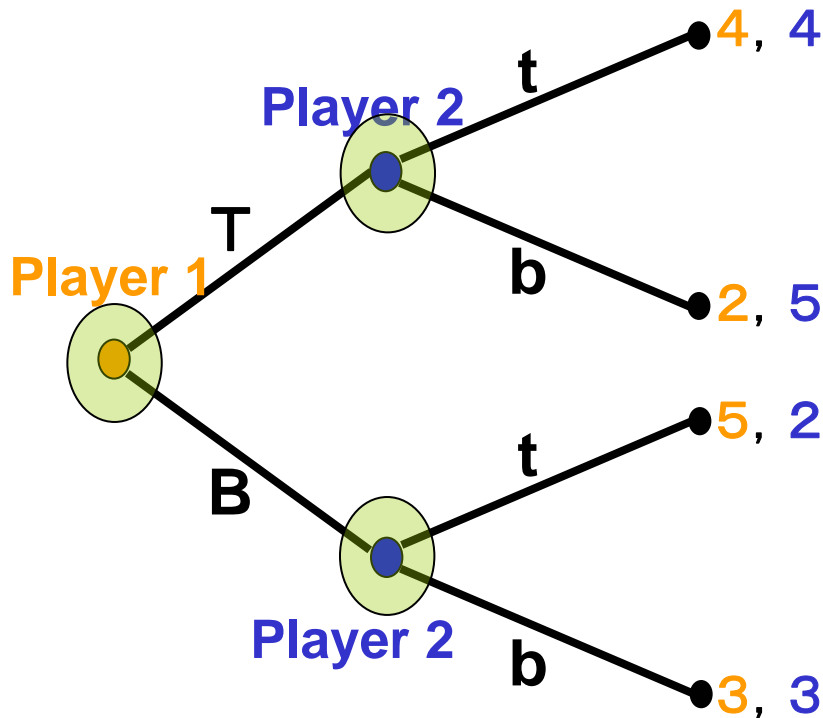
信憑性のない脅しである。

- つまり、ナッシュ均衡 (金、tb) は「信憑性の無い脅し」をもとに構成されている。
- 信憑性の無い脅しを含んでいるような均衡は、ゲーム理論の想定するようなプレイヤーの合理性を十分に反映しているとは言いがたい。
- しかし、展開形ゲームを標準形ゲームに変換し、それに Nash 均衡を適用する、という手順では、「信憑性の無い脅し」均衡を排除することが出来ないのである。

部分ゲーム完全均衡

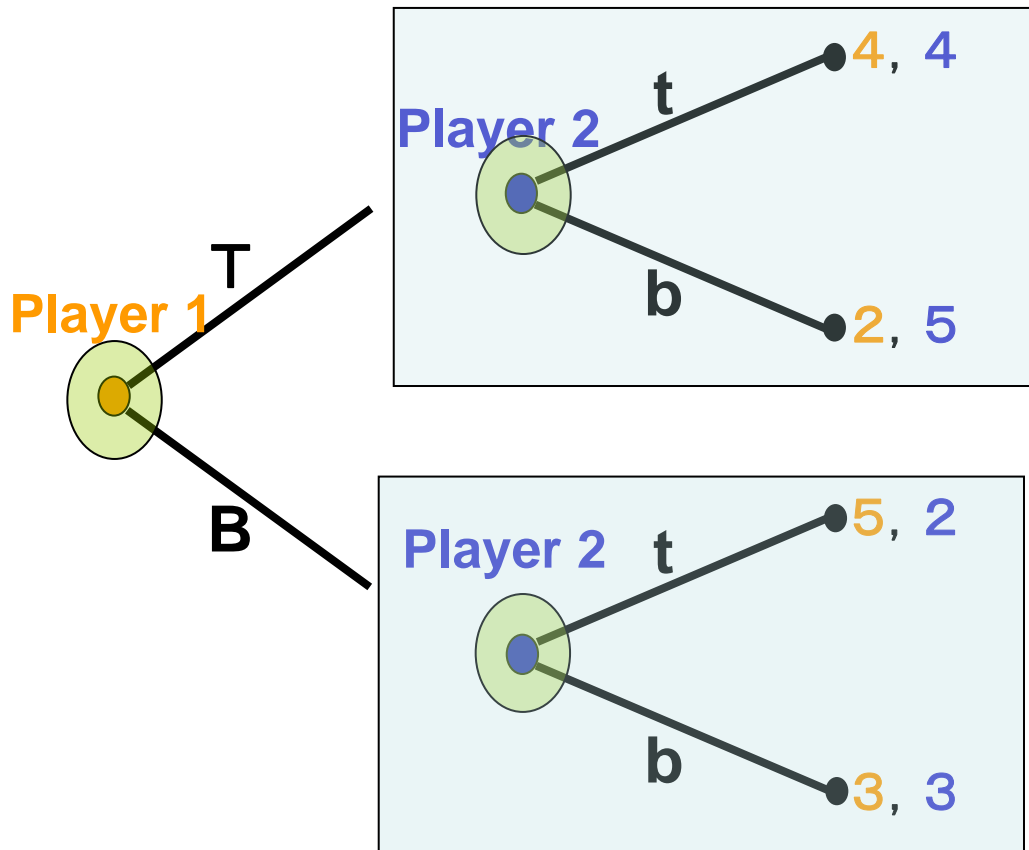
- 「信憑性の無い脅し」均衡を排除するための、展開形ゲームにおける新しい均衡概念。
- といっても、基本的には Nash 均衡のアイデアと同じ。
- ポイントは、Nash 均衡であることを、**すべての部分ゲームにおいて**要請することである。

- **部分ゲーム**とは、もとの展開形ゲームの一部であり、それ自身も展開形ゲームとしてみなせるものである。



- 左の展開形ゲームの部分ゲームが何かを考えてみよう

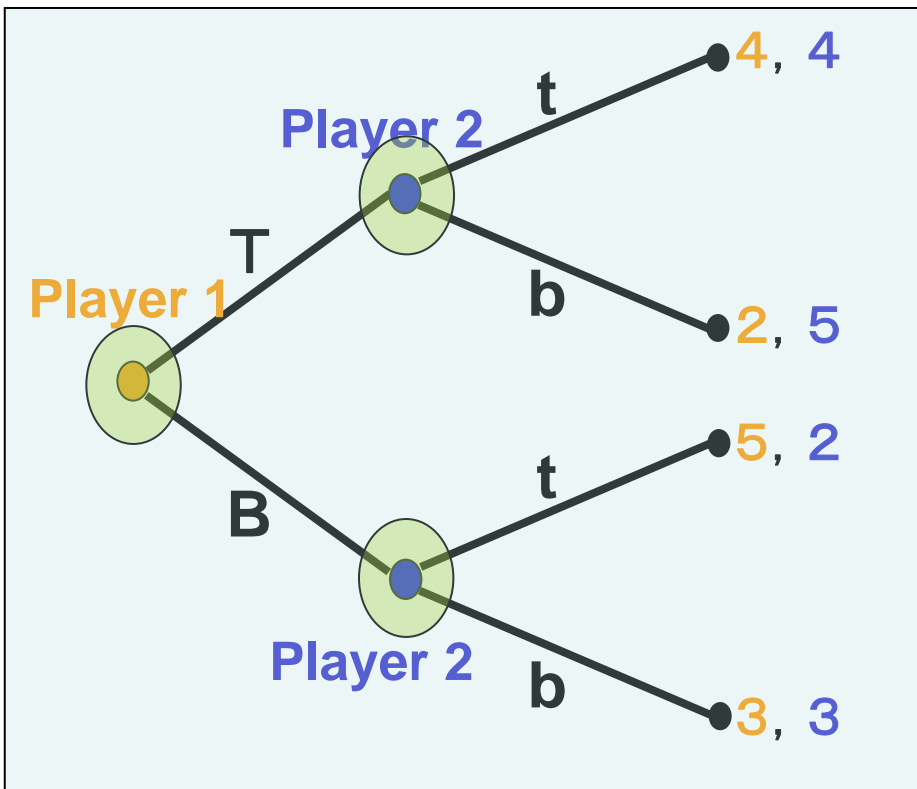
- **部分ゲーム**とは、もとの展開形ゲームの一部であり、それ自身も展開形ゲームとしてみなせるものである。



Player 2 が t か b かを
選択するような、
Player 2 の一人ゲーム

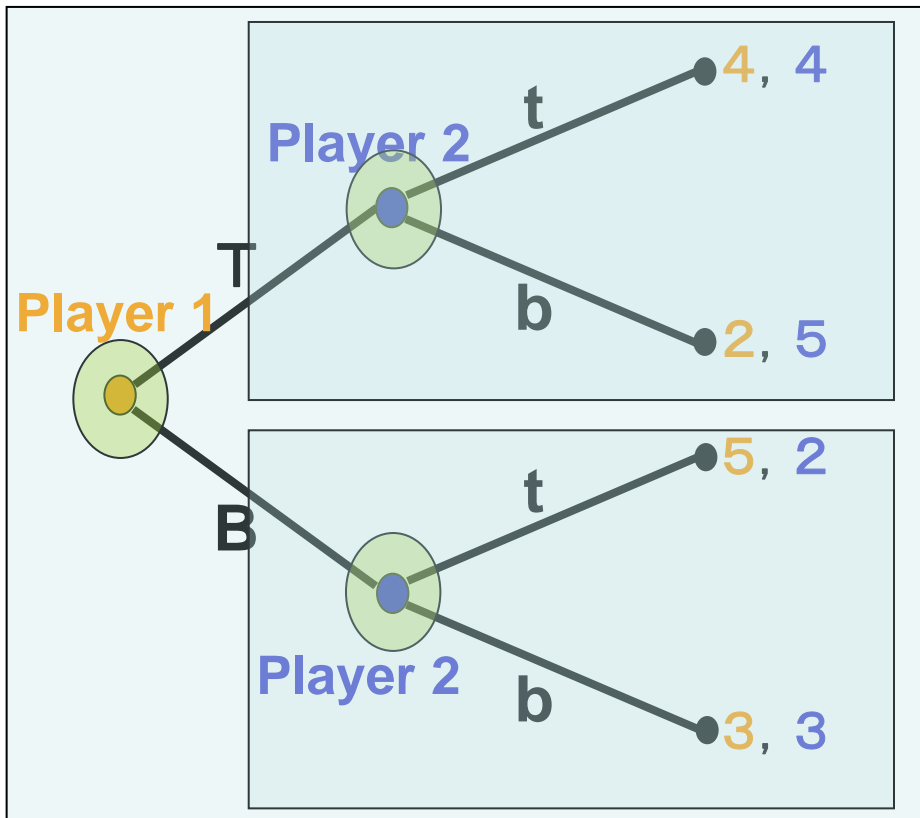
Player 2 が t か b かを
選択するような、
Player 2 の一人ゲーム

- **部分ゲーム**とは、もとの展開形ゲームの一部であり、それ自身も展開形ゲームとしてみなせるものである。



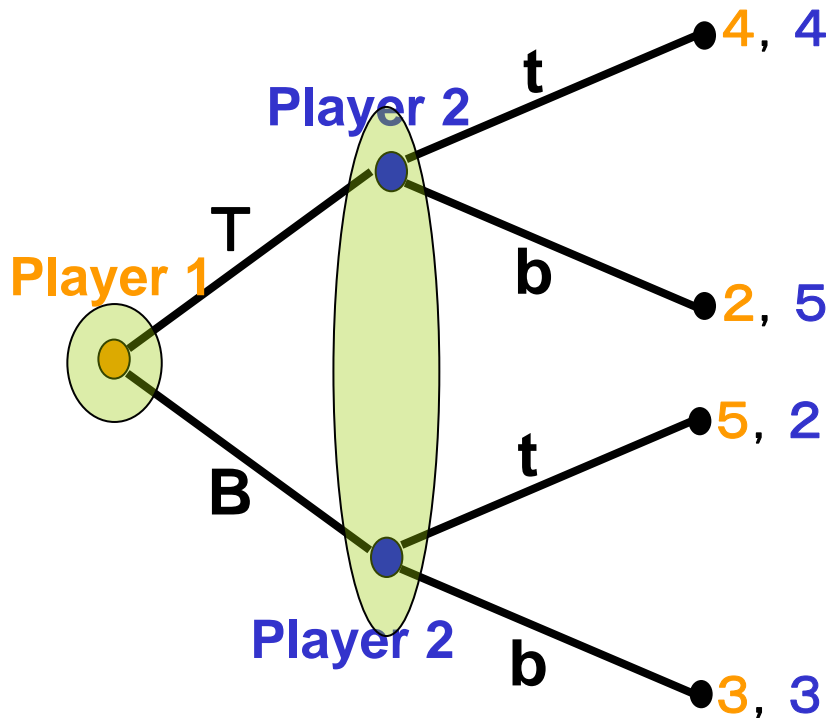
もともとの Player 1 と Player 2
のゲームの部分ゲームと
みなす

- **部分ゲーム**とは、もとの展開形ゲームの一部であり、それ自身も展開形ゲームとしてみなせるものである。



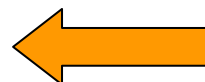
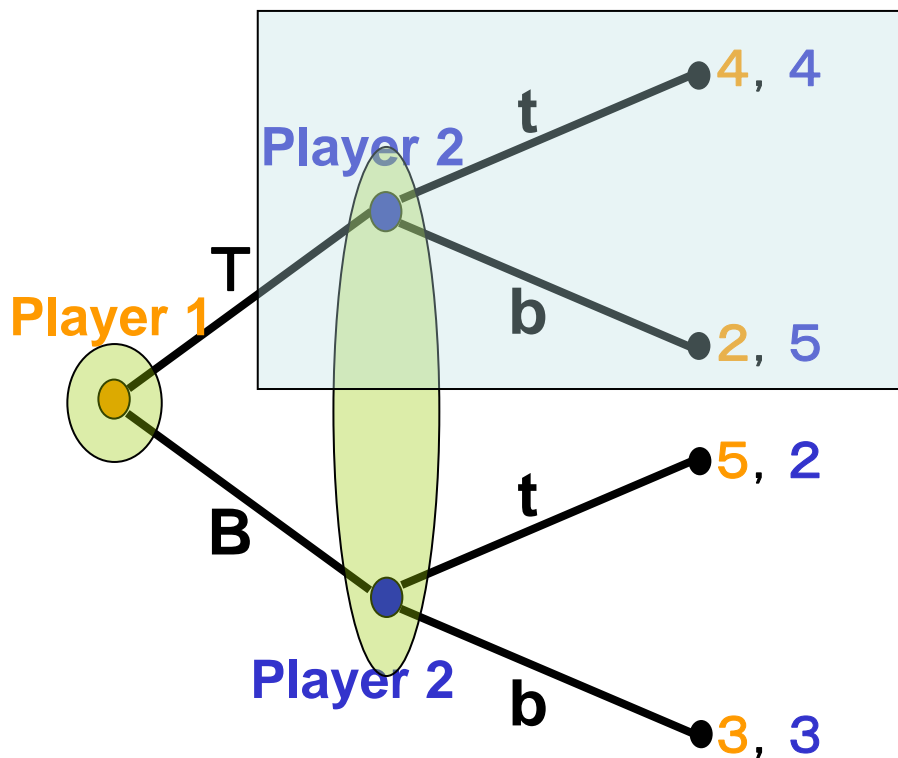
- 結局、左の展開形ゲームには、部分ゲームが**三つ**あるのである。

- **部分ゲーム**とは、もとの展開形ゲームの一部であり、それ自身も展開形ゲームとしてみなせるものである。



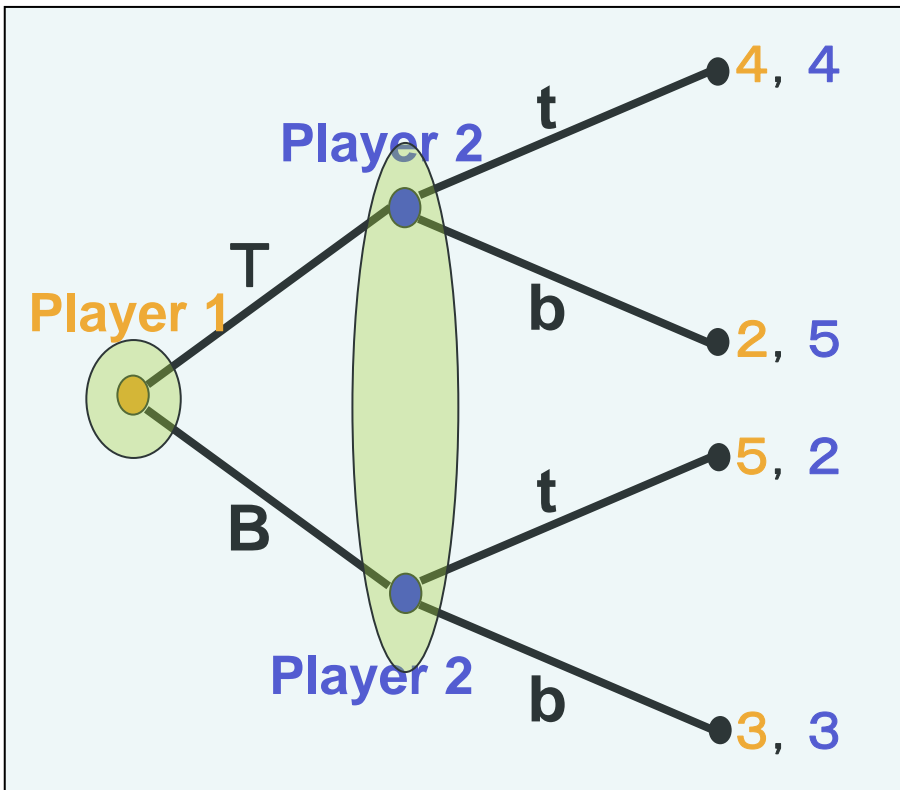
- では、次に左の展開形ゲームについて考えてみよう
- Player 2 は二つの手番のどちらにいいのかわからない状況。

- **部分ゲーム**とは、もとの展開形ゲームの一部であり、それ自身も展開形ゲームとしてみなせるものである。



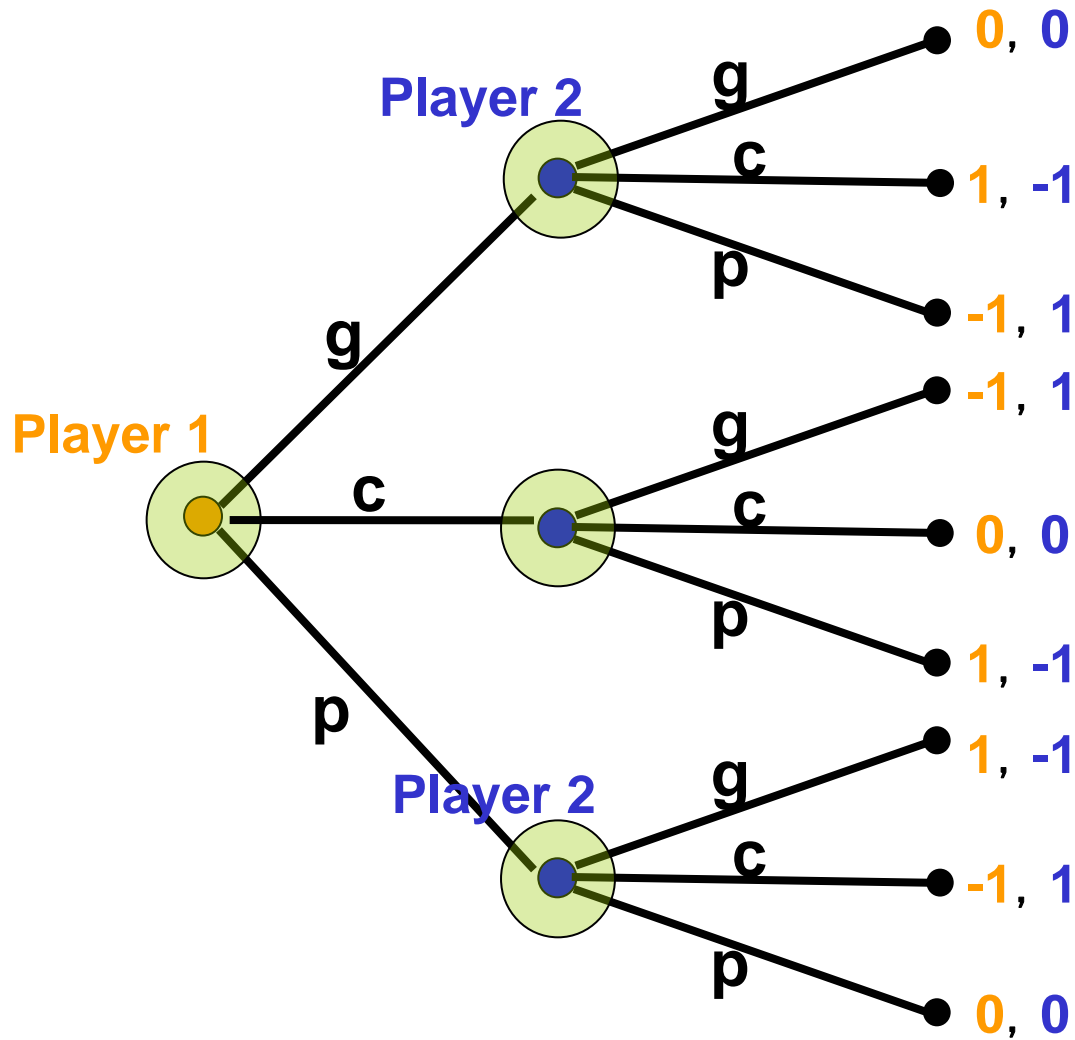
- これを部分ゲームとみなせるだろうか？
- **No!!!**
- Player 2 は自分がこのゲームを行っていること知ることができないので、これを部分ゲームとみなすことはできない。

- **部分ゲーム**とは、もとの展開形ゲームの一部であり、それ自身も展開形ゲームとしてみなせるものである。

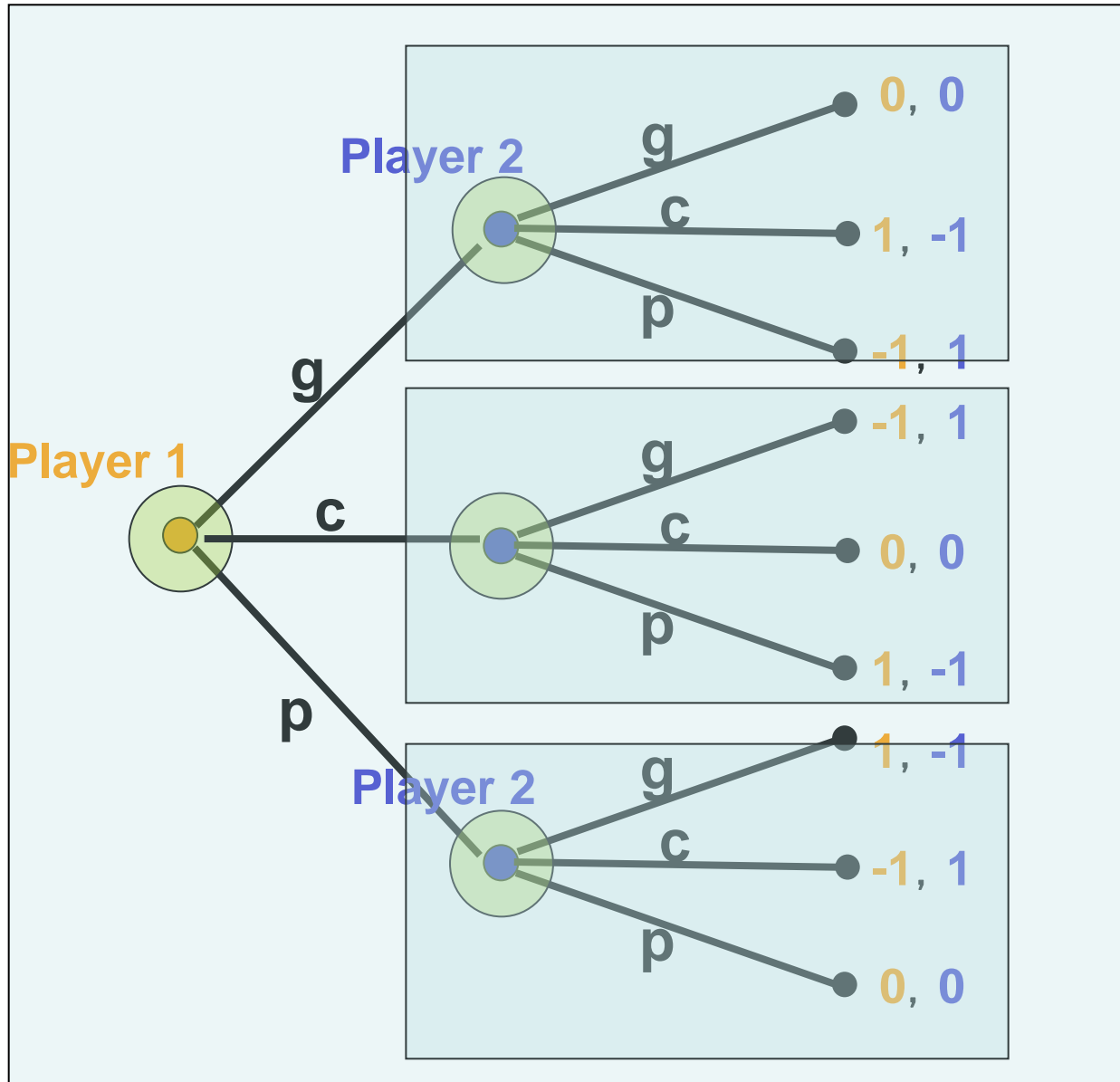


- このゲームの部分ゲームは、もともとの展開形ゲームだけである。

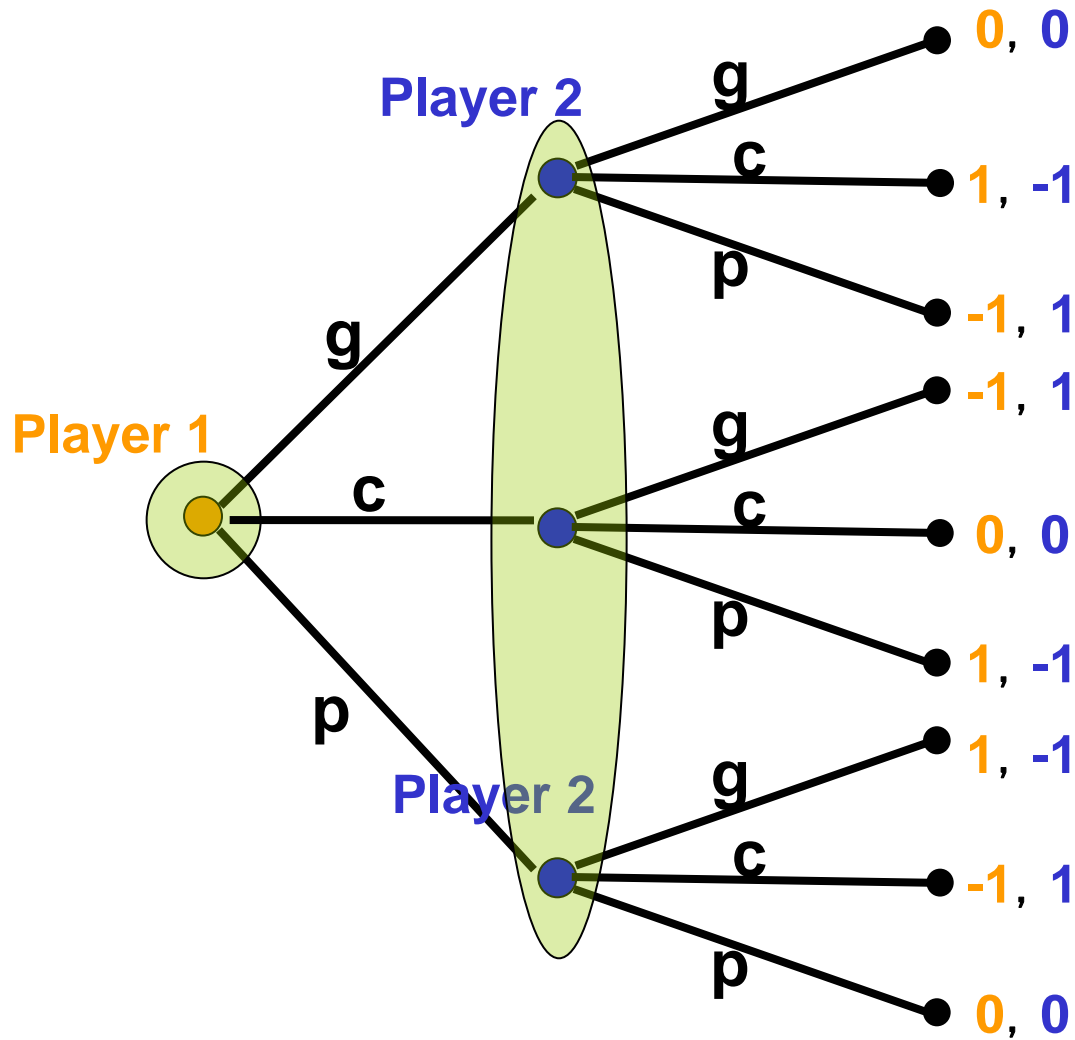
例 後出しじゃんけんゲーム



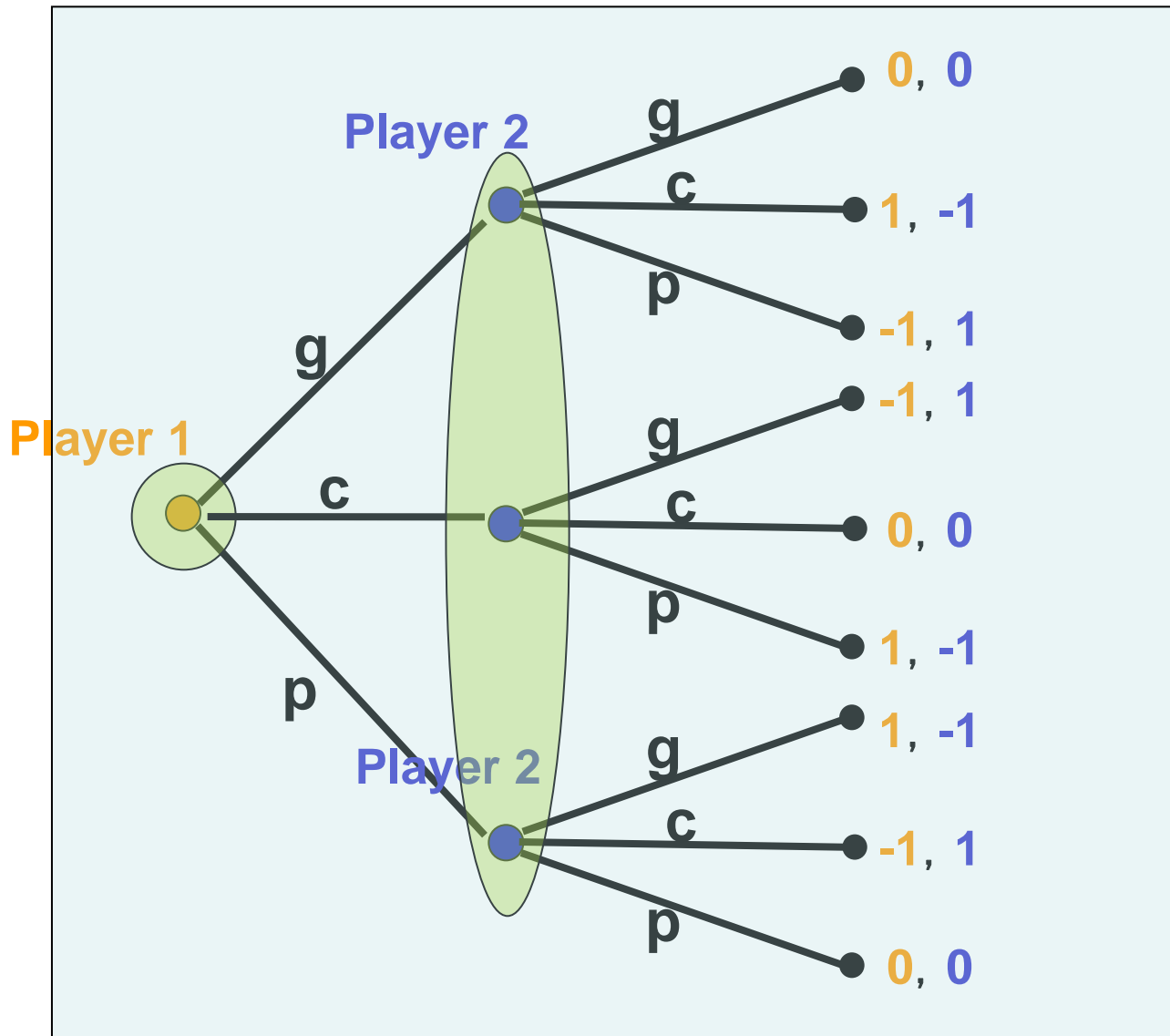
例 後出しじゃんけんゲーム



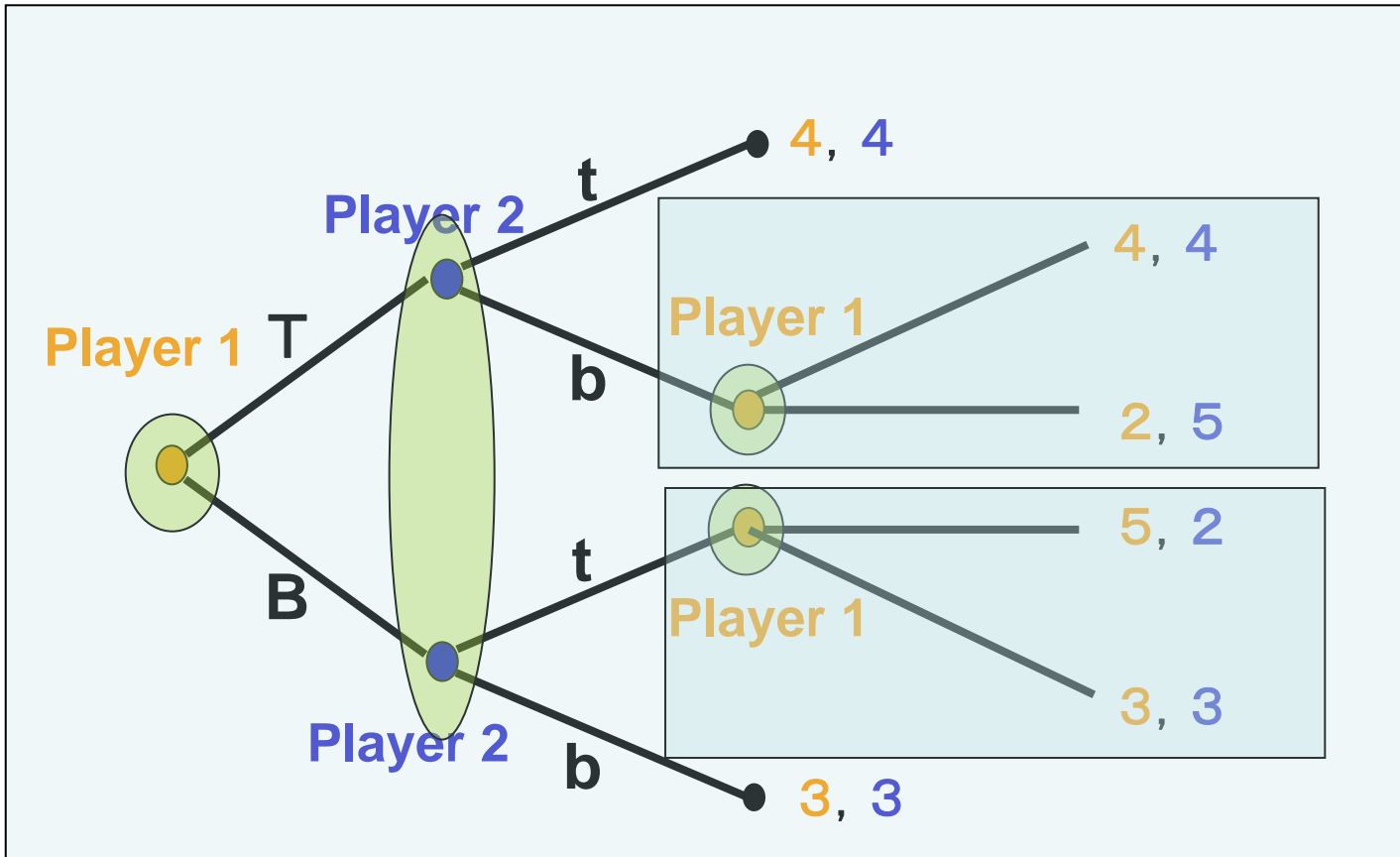
例 じゃんけんゲーム



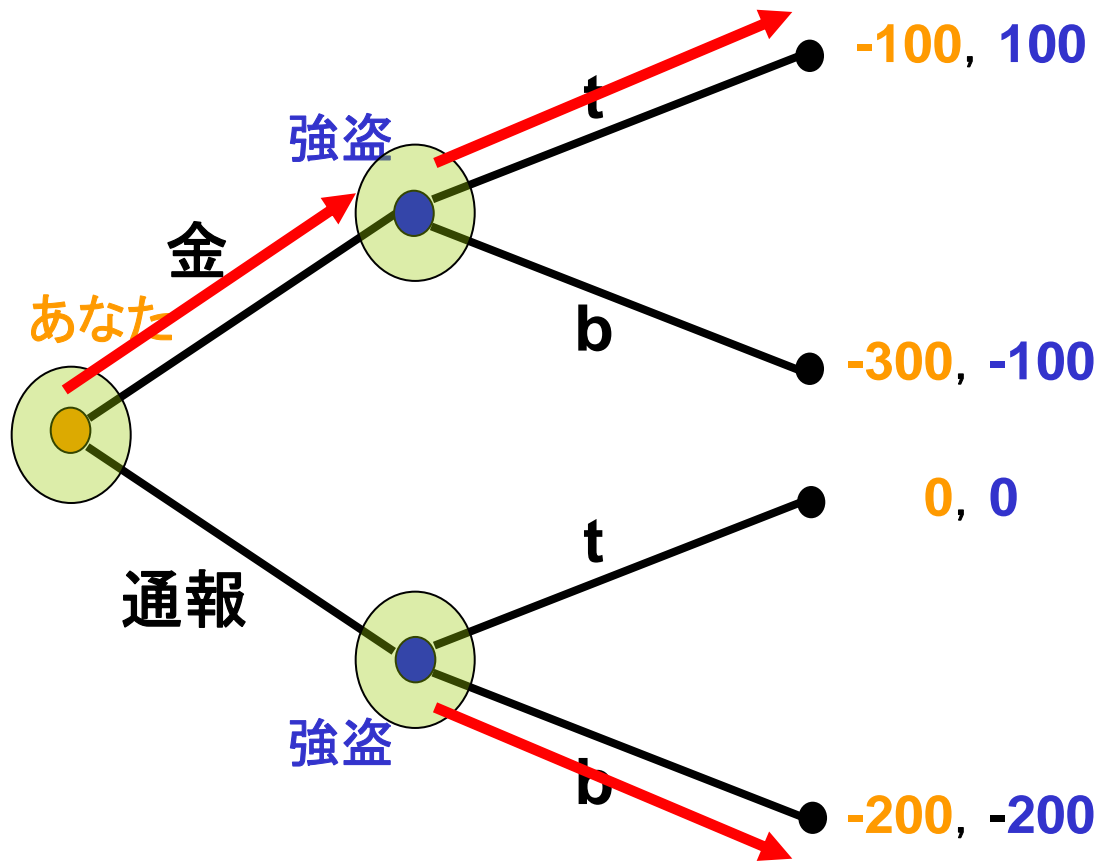
例 じゃんけんゲーム



例

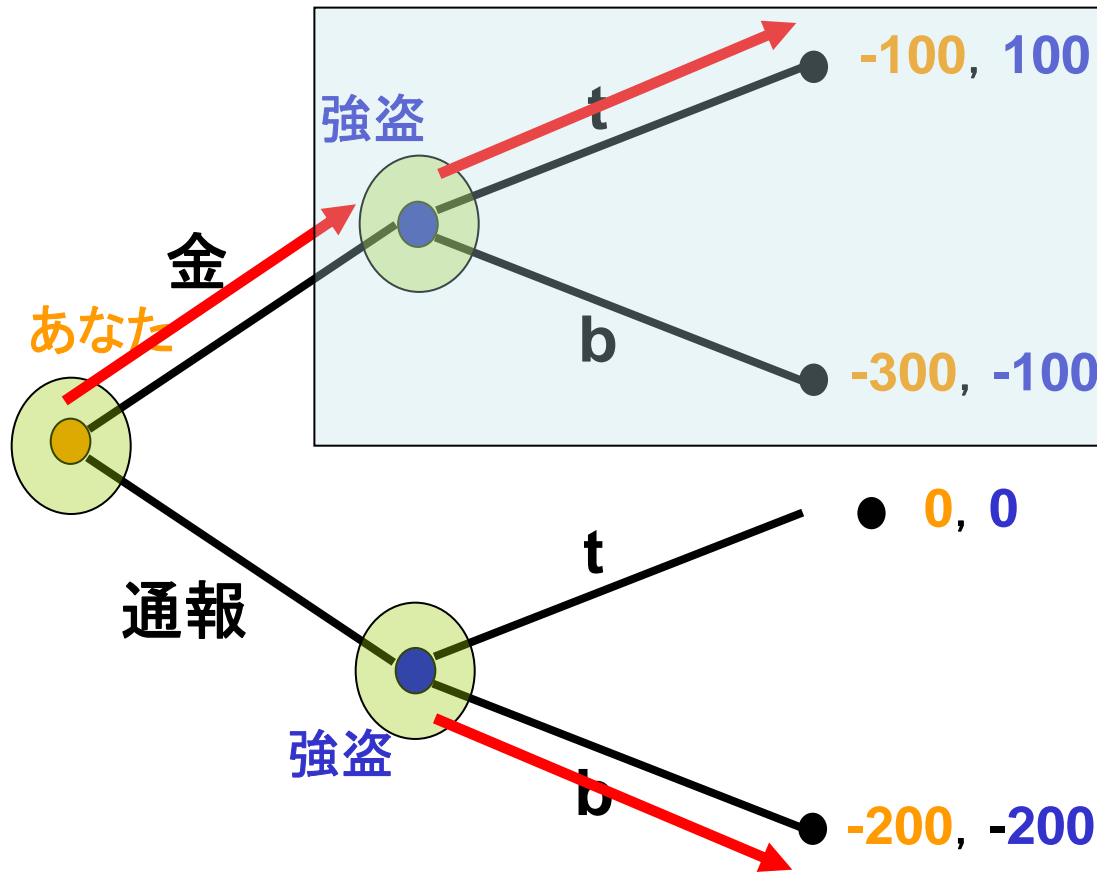


強盗のはったり(再考)



- 確認
- 左のような
 - あなた 金
 - 強盗 tb
- はナッシュ均衡であった。
- これは部分ゲーム完全均衡か？

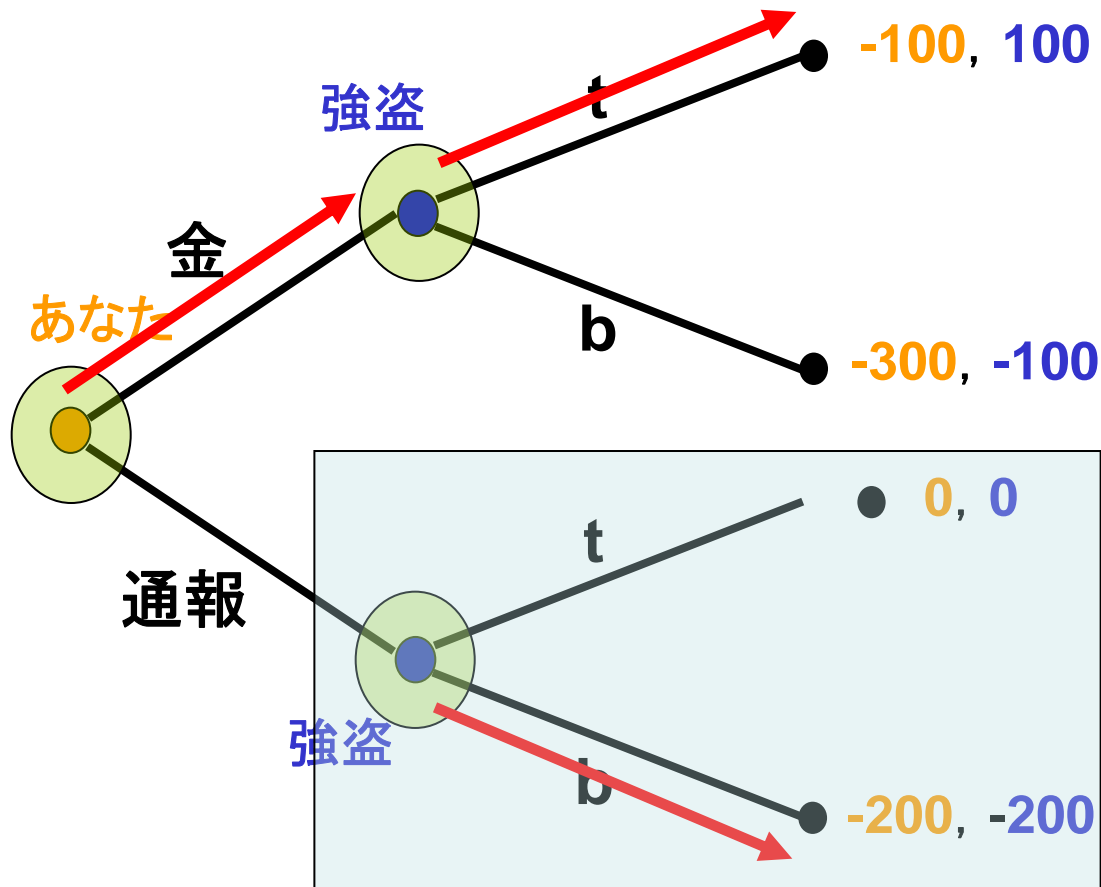
強盗のはったり(再考)



- 各部分ゲームごとにナッシュ均衡になっているのかを検証する。
- 上の部分ゲームで、強盗が t を選ぶのは Nash 均衡である。

		強盗	
		t	b
あなた	金	-1, 1	-3, -1
	通報	0, 0	-200, -200

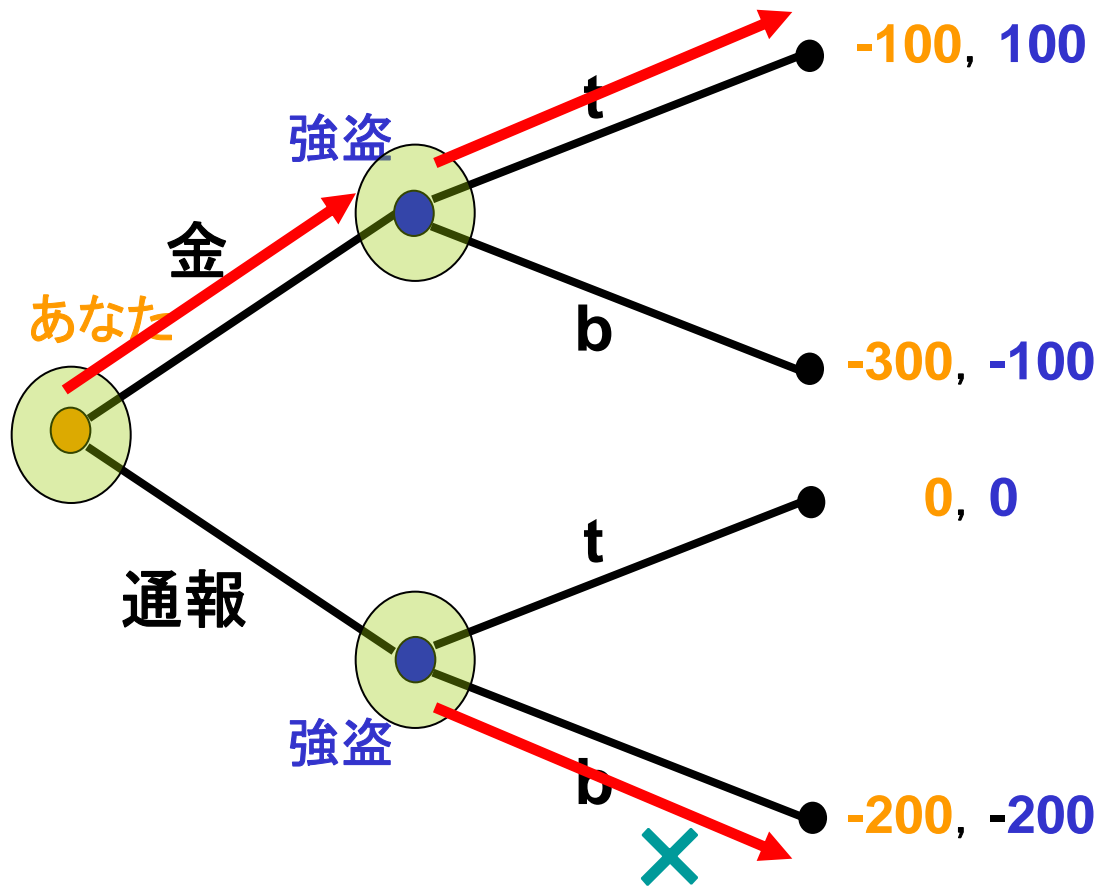
強盗のはったり(再考)



- 下の部分ゲームを考えると、
- 強盗が b を選ぶのは **Nash 均衡ではない!!!**。

		強盗	
		t	b
あなた	金	$0, 0$	$-2, -2$
	通報	$0, 0$	$-2, -2$

強盗のはったり(再考)

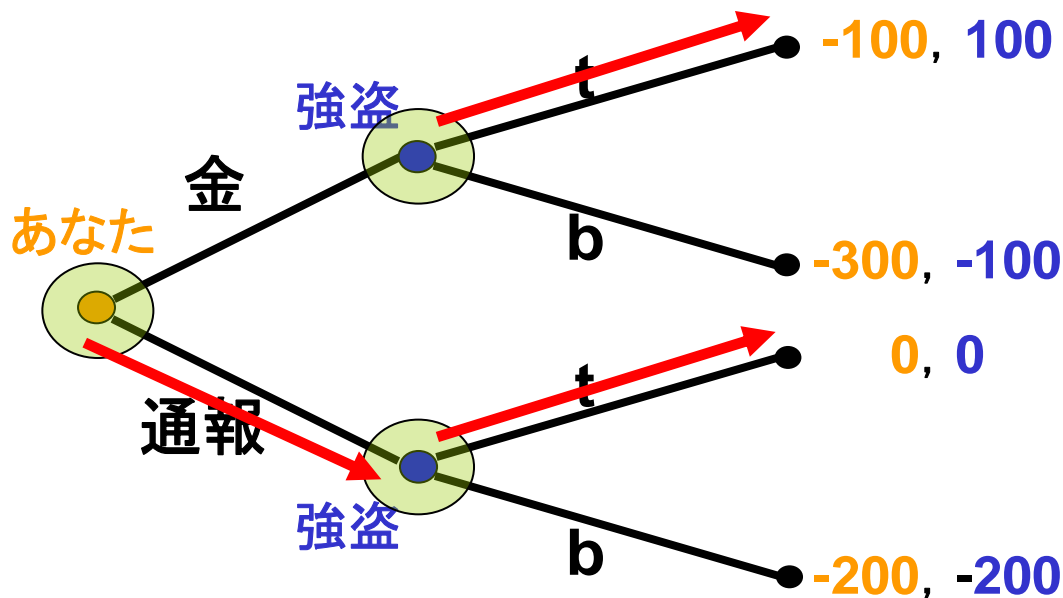


- つまり、
- 左のような
 - あなた 金
 - 強盗 tb
- はナッシュ均衡であったが部分ゲーム完全均衡ではない。

部分ゲーム完全均衡は (通報、tb)

	tt	tb	bt	bb
金	-1, 1	-1, 1	-3, -1	-3, -1
通報	0, 0	-2, -2	0, 0	-2, -2

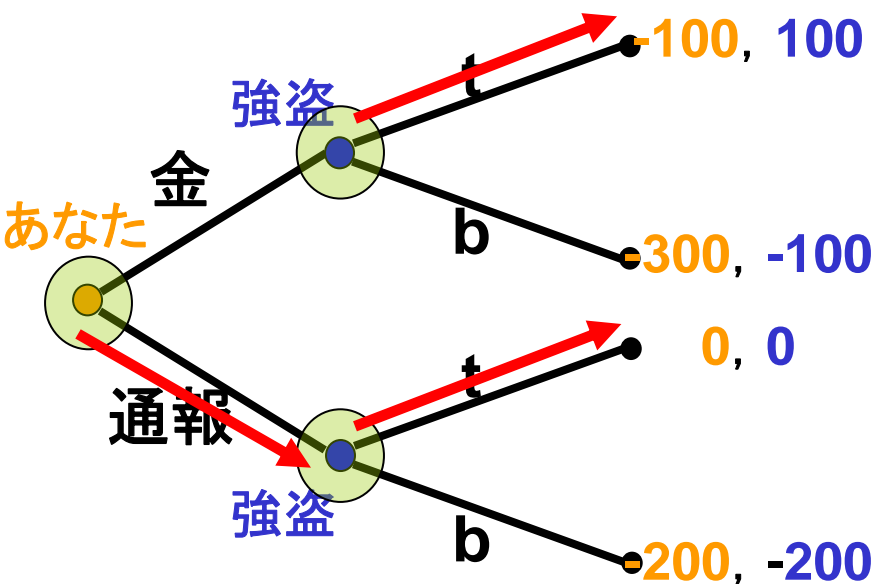
Nash 均衡は
(金, tb), (通報, tt), (通報, bt)



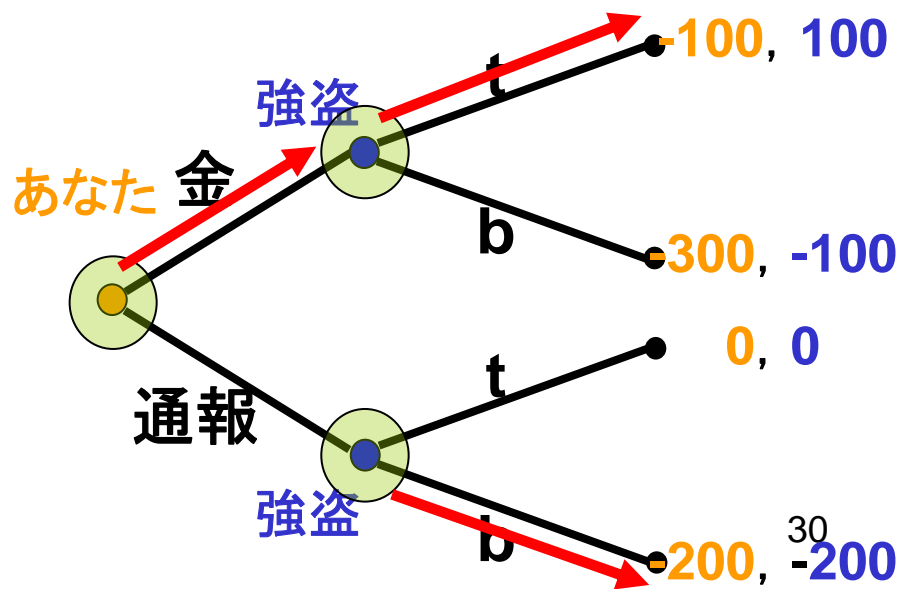
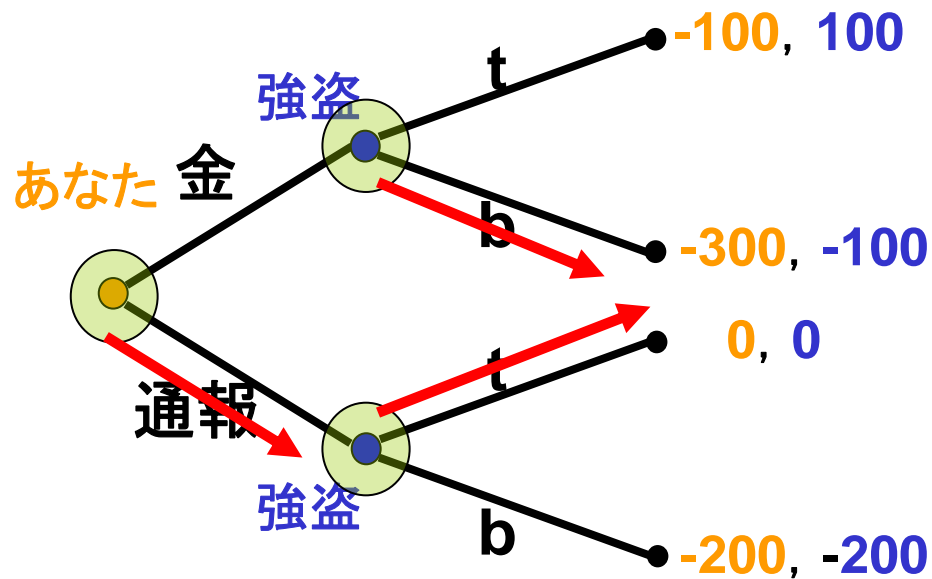
部分ゲーム完全均衡は
(通報, tt)

- **均衡パス** …… 均衡において実際に到達する手番における行動
- Nash 均衡 …… 均衡パス上では合理的な行動を行っている。均衡パス上以外では、非合理的な行動をとっているのかもしれない。
- 部分ゲーム完全均衡 …… 均衡パス以外の手番でも合理的な行動(選択)を行う。

部分ゲーム完全均衡



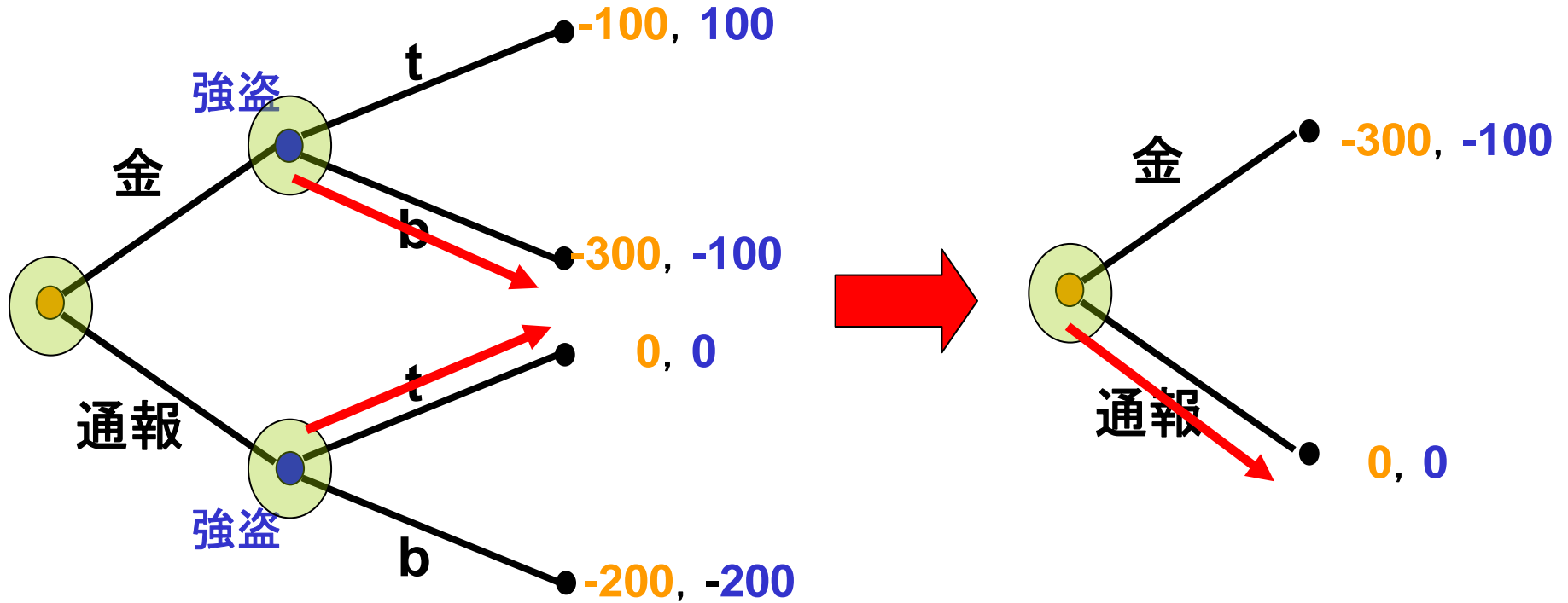
Nash 均衡

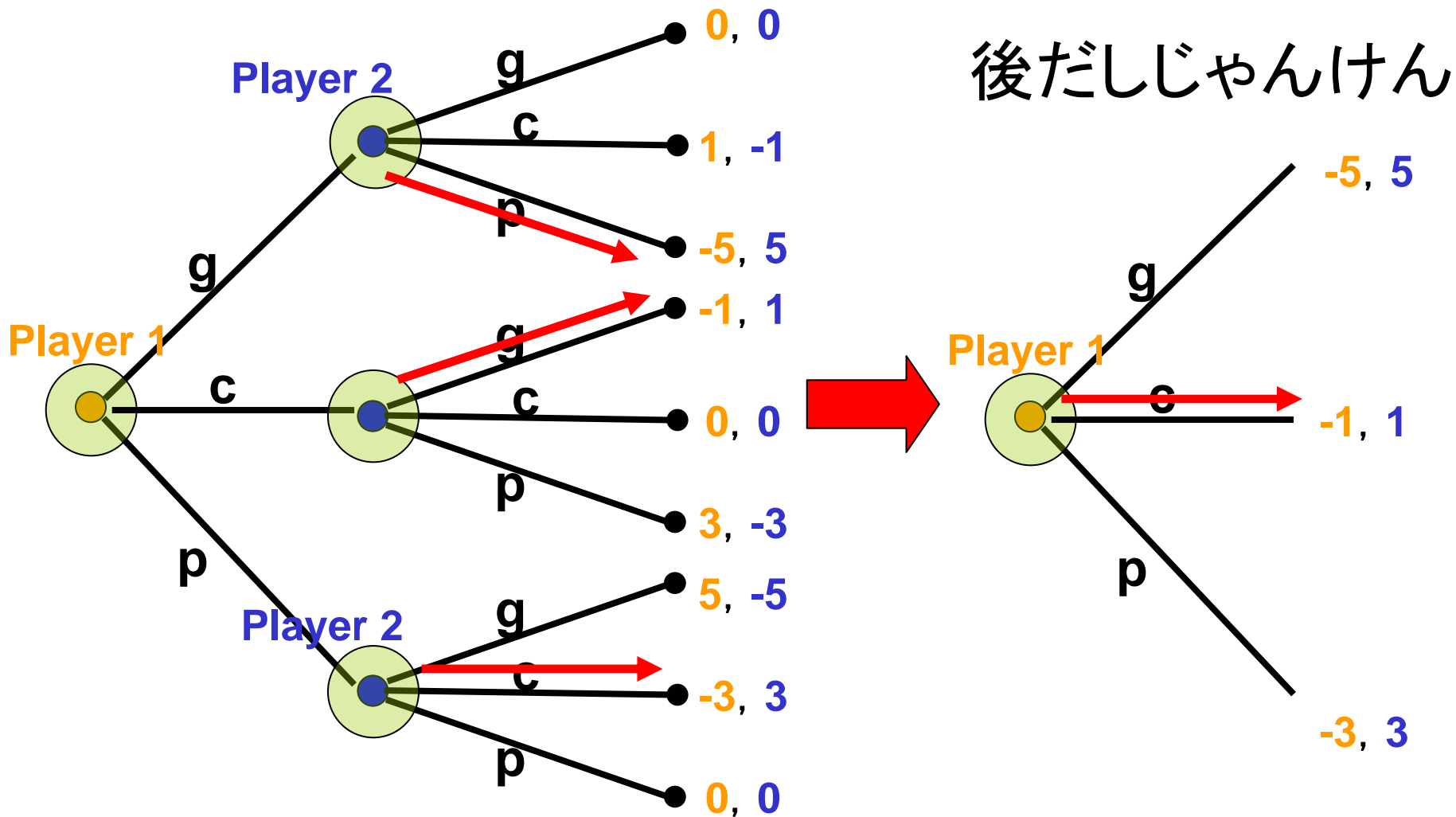


部分ゲーム完全均衡をどうやって求めるのか

- 展開形ゲームの、一番右(最後)の部分ゲームを考えよ。
- この部分ゲームのナッシュ均衡を求めよ。
- もとの展開形ゲームの部分ゲームを、上で求めた利得で置き換える。
- 以上を繰り返せ。

強盗のはったり





部分ゲーム完全均衡は
(c, pgc)

- 「強盗のはったり」や「後だしじゃんけん」では、後から行動するプレイヤーは、前のプレイヤーの行動が何かを分かった上で、自身の行動を決定できる。
 - 言い換えると、情報集合はただひとつの手番だけを含む。
- このような展開形ゲームを、**完全情報ゲーム**という。
- 完全情報ゲームでは、後ろから、各プレイヤーの最適な行動を順次選んでいくことにより、必ず部分ゲーム完全均衡が求まる。