

# 駒澤大学ゲーム理論A 第十回

早稲田大学高等研究所

上條 良夫

# 本日の内容

- 順番に意思決定が行われる状況を、**展開形ゲーム**で表現する。
- 展開形ゲームにおける「**戦略**」の概念を理解する。
- 展開形ゲームを**標準形ゲームに直して**、ナッシュ均衡を求める。
  
- 例1 Windows か Mac か1
- 例2 Windows か Mac か2
- 例3 ポイズンピル
- 例4 退路を絶て
- 例5 企業の生産量の逐次決定競争

- 標準形(戦略形)ゲーム
  - 複数の主体(プレイヤー)が同時に意思決定(行動の決定)をする
- 展開形ゲーム
  - 標準形ゲームよりも、より豊富に状況を表現可能
    - プレイヤーが順々に行動を決定していく状況
    - プレイヤーがある標準形ゲームを繰り返し行うような状況

# 展開形ゲーム

- 具体例

- プレイヤーが1が先に手を出し、それを観察した上でプレイヤー2が手を決めるようなじゃんけん
- ○×、五目並べ、将棋、チェス、碁
- ポーカー、その他の多くのトランプゲーム
  
- 価格引下げ競争における先導者と追随者
- 参入と参入阻止

# 例1、2 Windows か Mac か

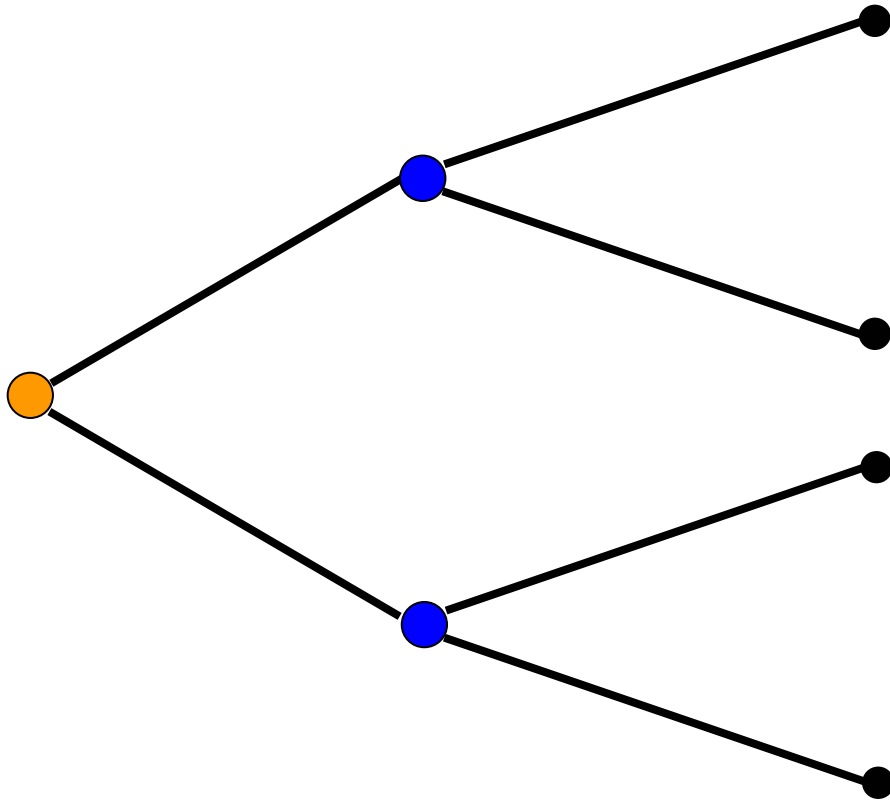
- 職場の同僚のWindows 好きの **W** と Macintosh 好きの **M** がいる。
- それぞれ職場で用いるパソコンを購入するのに、Windows 機を購入するか(**w**)、あるいはMacintosh機を購入するのか(**m**)、で悩んでいる。
- 両者が同じ機種のパソコンを用いると、仕事がスムーズになり、利得に換算すると**2**に相当する。
- その一方で、両者が異なる機種を用いると、余計な手間がかかり、利得に換算すると**0**である。
- 自分の好きな機種を用いると仕事の能率が上がり、これは利得に換算すると**1**である。
- 自分の好きではない機種を用いると仕事の能率が上がり、利得に換算すると**0**である。
- 最終的な利得は、二つの要因から得られる利得の合計で決まる。

# 例1、2 Windows か Mac か(続き)

- Wさんは今日パソコン(Windows か Mac か)を買いに行く。
- Mさんは残業のため今日パソコンを買いに行くことはできない。明日パソコンを買いに行く。
- 例1 WさんがWindowsとMacのどちらを購入したのかを **Mさんがわかる場合**。
- 例2 WさんがWindowsとMacのどちらを購入したのかを **Mさんがわからない場合**。

## ● ゲームの木による表現

- 誰が、どのような順番で行動の選択をするのか
- 自分の番でどのような行動を選ぶことができるのか
- 各人の選択の帰結がどのような結果(利得)を導くのか
- プレイヤーは行動を選択する際にどのような情報を利用できるのか

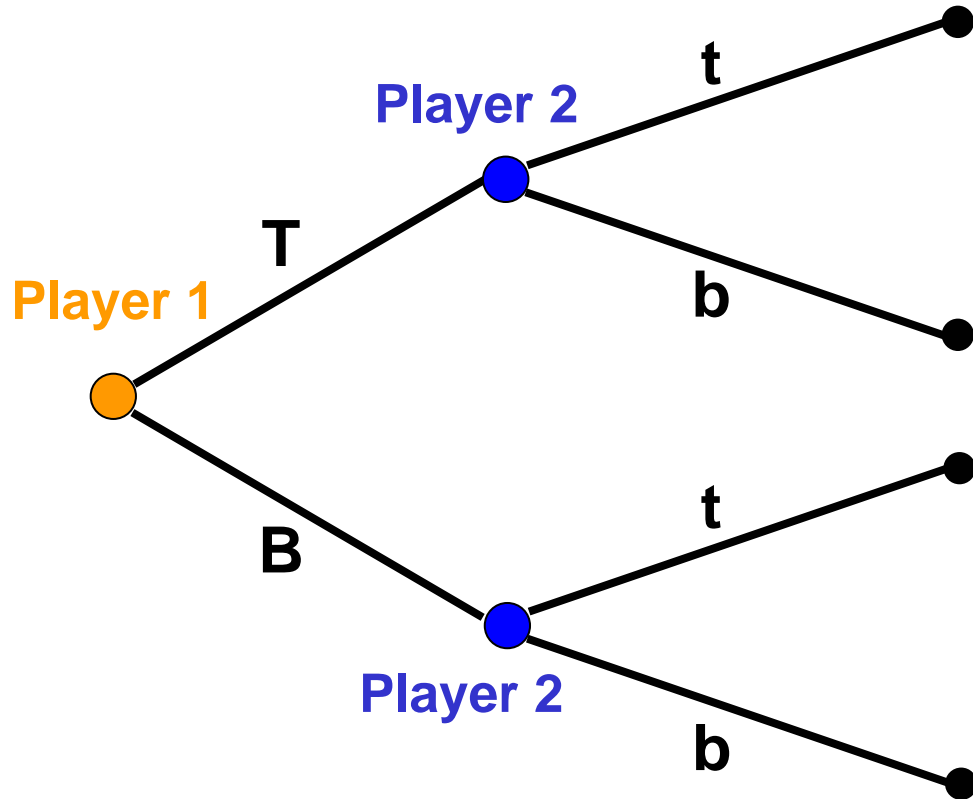


### 約束事

- 左から右へと進む
- 一番左の点が始まり
- 一番右の点が終点
- 各点(終点以外)からは有限個の枝が生えている
- 各点(頂点以外)には、そこに到達する枝が必ず一つだけある

## ● ゲームの木による表現

- 誰が、どのような順番で行動の選択をするのか
- 各手番でどのような行動を選ぶことができるのか
- 各人の選択の帰結がどのような結果(利得)を導くのか
- プレイヤーは行動を選択する際にどのような情報を利用できるのか

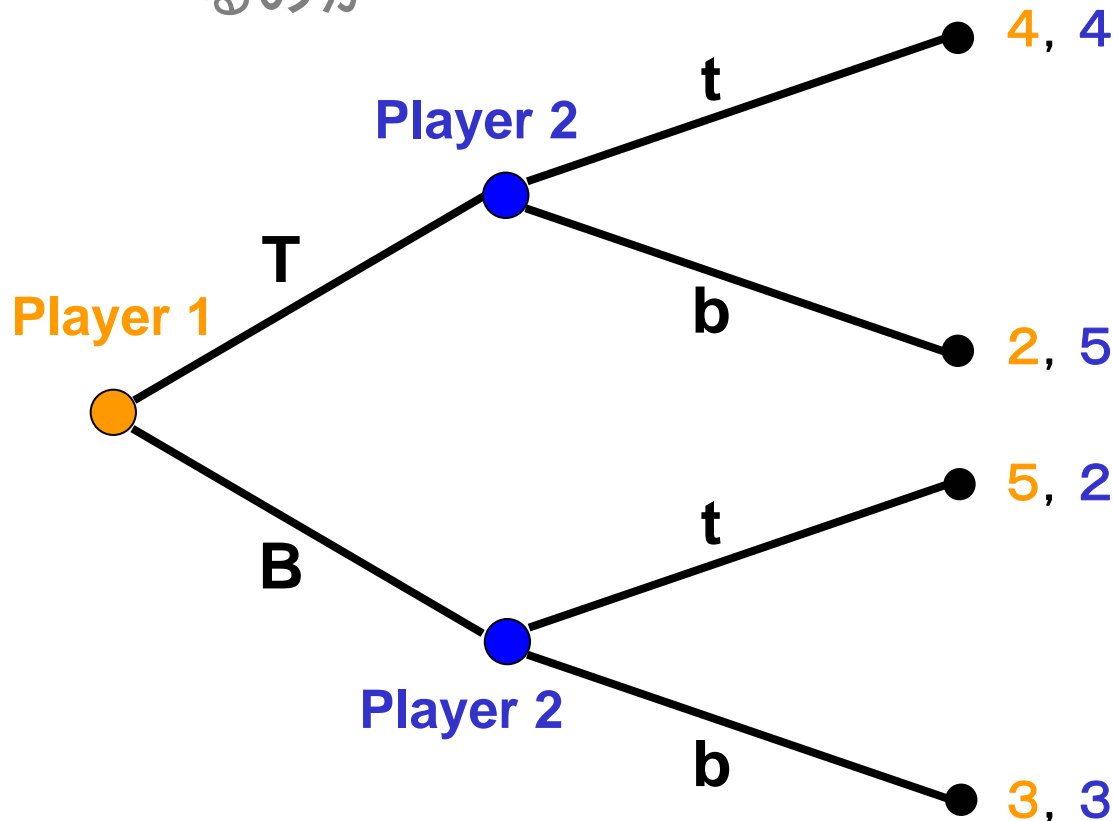


- 終点以外の点は**手番**とよばれる
- 各手番には**一人のプレイヤー**が割り当てられる。
- このプレイヤーが、当該手番において行動できるプレイヤーである。
- 手番からはえる枝は、プレイヤーが**選択できる行動**を表す。



## • ゲームの木による表現

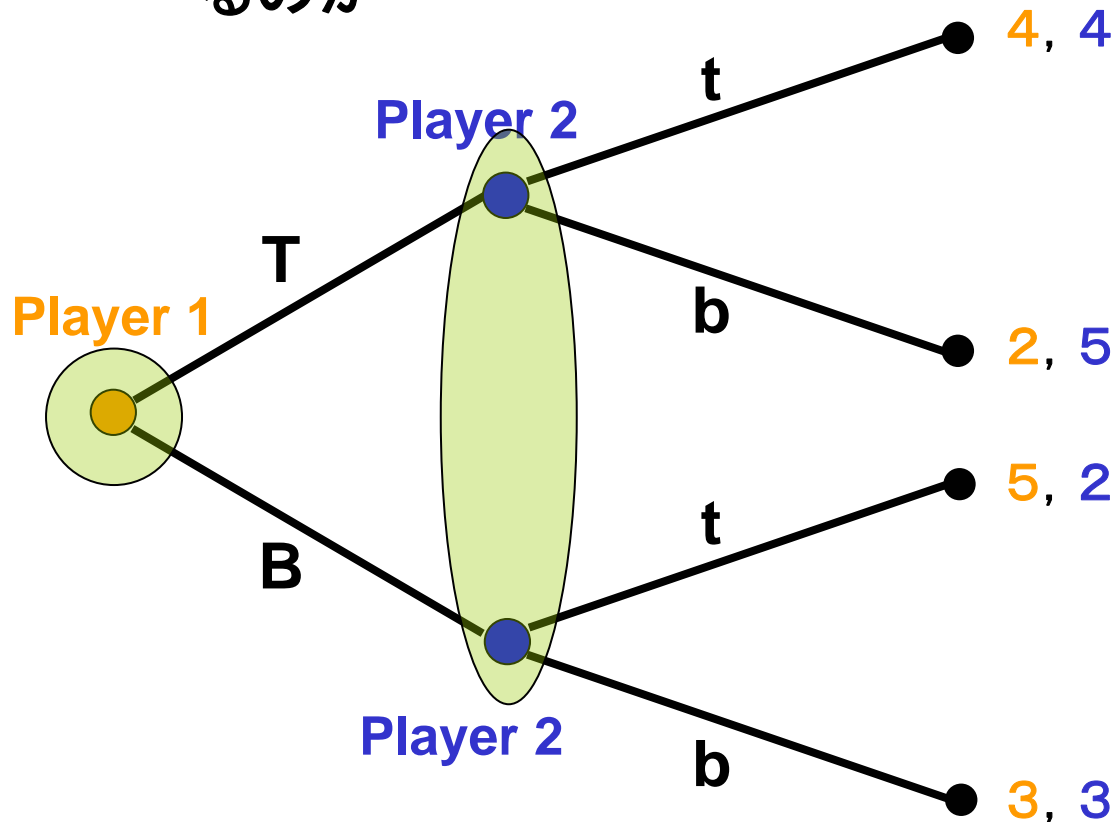
- 誰が、どのような順番で行動の選択をするのか
- 各手番でどのような行動を選ぶことができるのか
- 各人の選択の帰結が**どのような結果(利得)**を導くのか
- プレイヤーは行動を選択する際にどのような情報を利用できるのか



- 頂点から一つの終点に到達する方法は、常に一通りしか存在しない。
- 各終点には、プレイヤーの利得の組が割り当てられる。
- これは、対応する終点に到達した際のプレイヤーが獲得する利得を表す。

# ● ゲームの木による表現

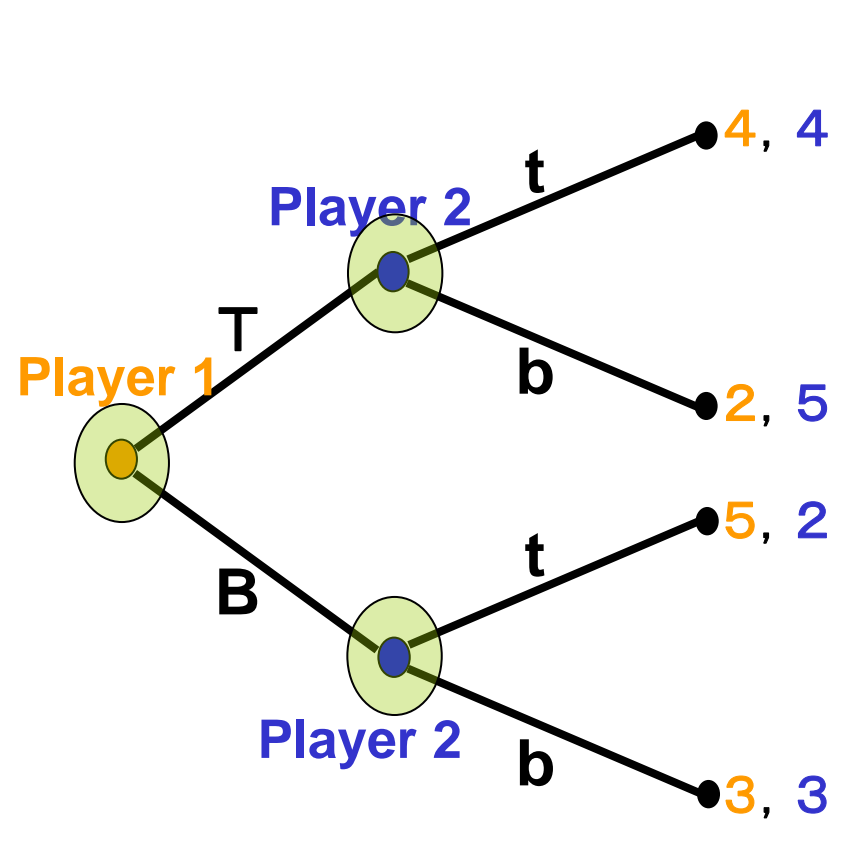
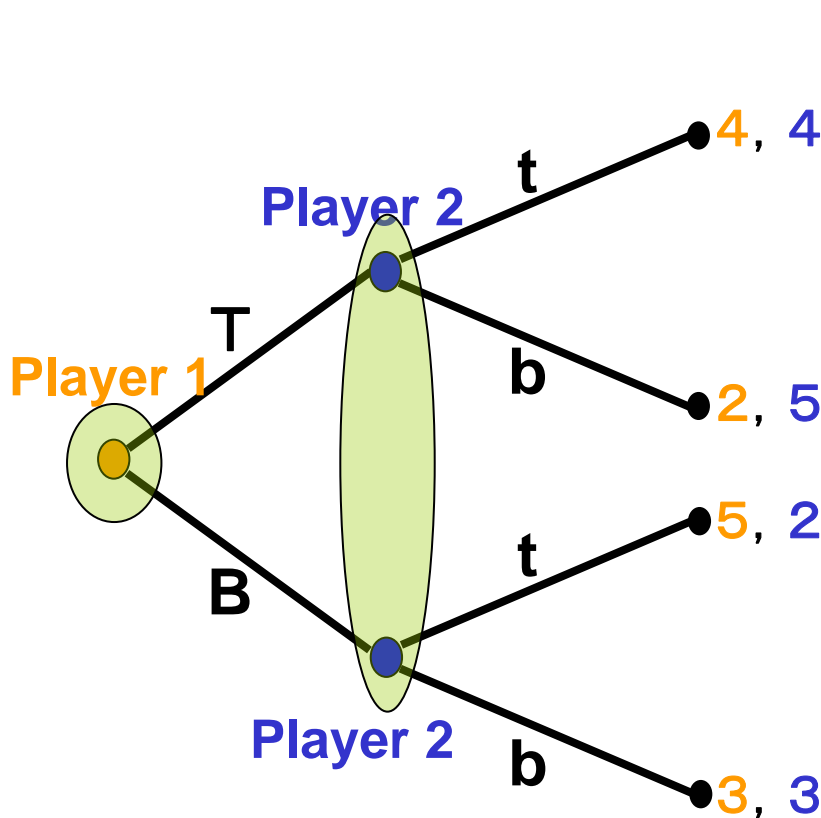
- 誰が、どのような順番で行動の選択をするのか
- 各手番でどのような行動を選ぶことができるのか
- 各人の選択の帰結がどのような結果(利得)を導くのか
- プレイヤーは行動を選択する際に**どのような情報**を利用できるのか



- ゲームの木にさらに**情報集合**を書き加える。
- すべての手番は必ず一つの情報集合に含まれる
- 逆に、一つの情報集合は、一つまたは複数個の手番を含む
- プレイヤーは、自分がいまどの情報集合にいるのかを知ることができる。
- 逆に、**情報集合内に複数の手番が含まれるとき**、これはプレイヤーが自分がどの手番にいるのかがわからないことを表す。

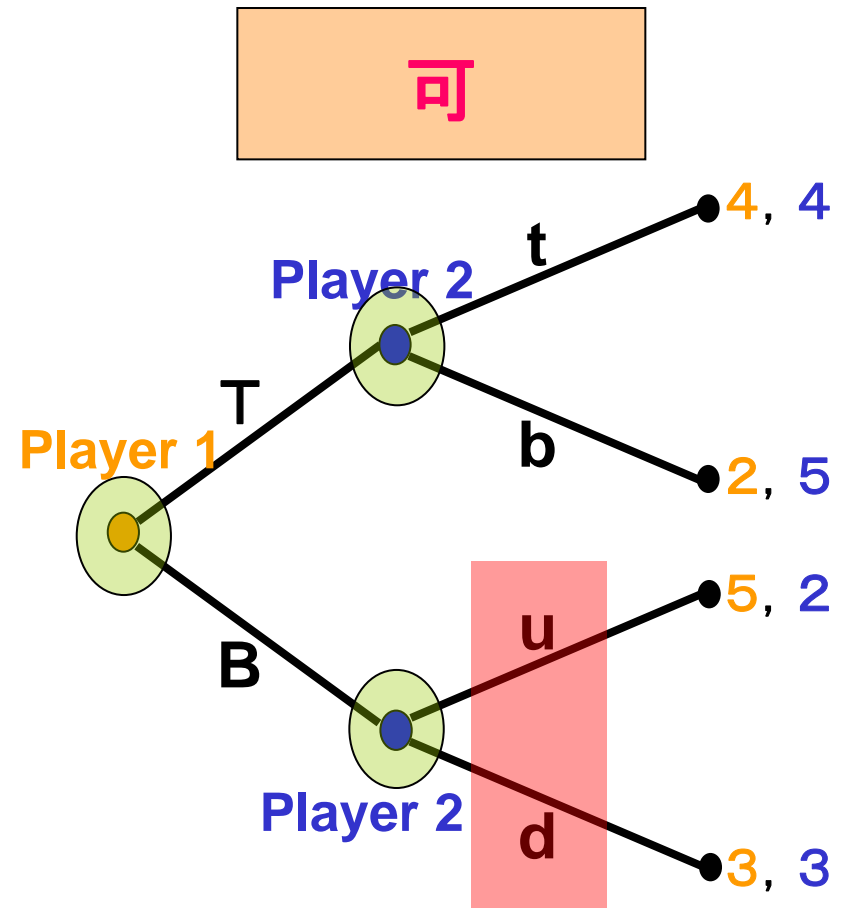
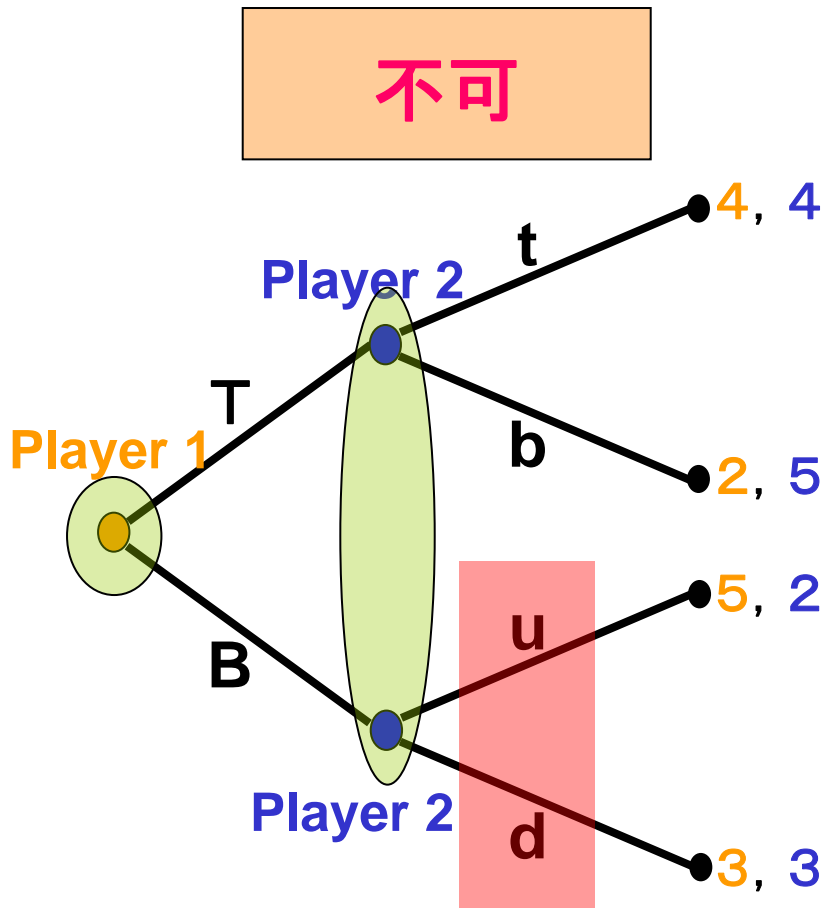
- 左図と右図を比べると

- 左図・・・Player 2 は、Player 1 の選択内容を知らない状態  
態で、自身の行動を決定しなければならない
- 右図・・・Player 2 は、Player 1 の選択内容を知った状態  
で、自身の行動を決定することができる。



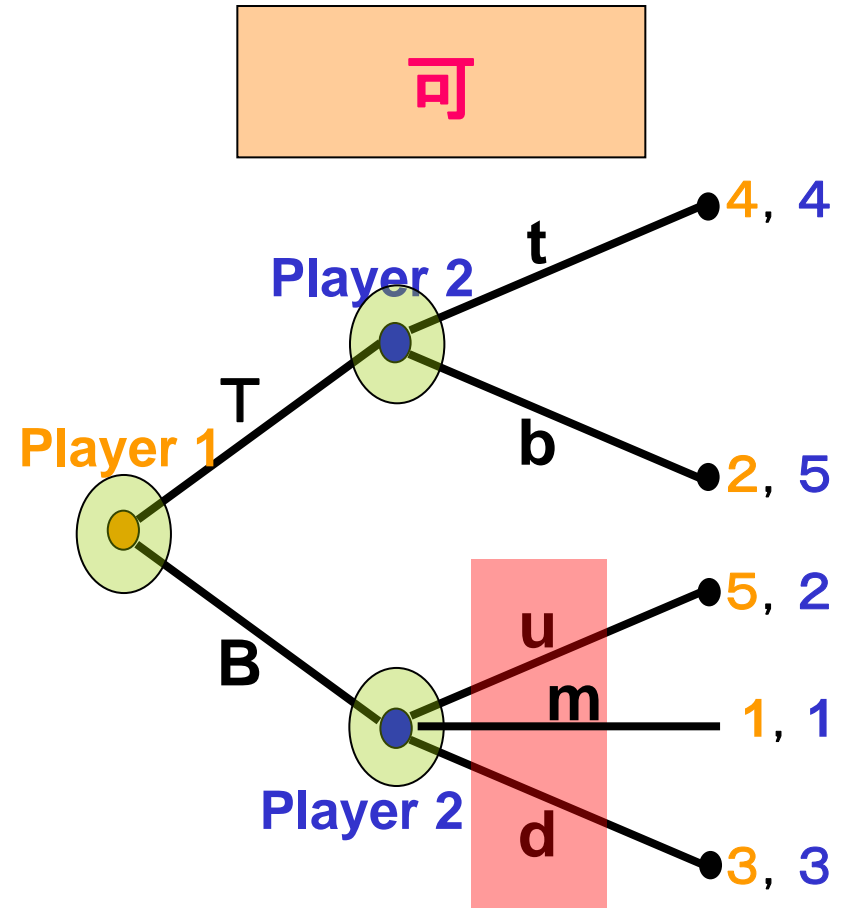
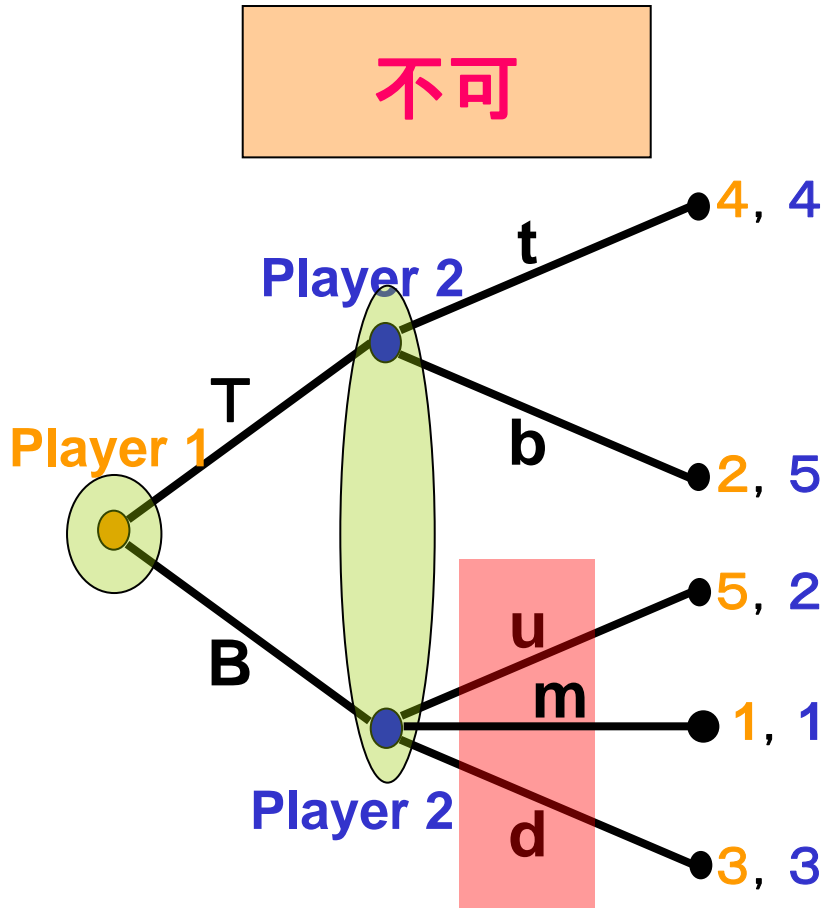
# 情報集合を描くときの注意点1

- 一つの情報集合内のすべての手番は、同じ名前の枝を持つ。



# 情報集合を描くときの注意点2

- 一つの情報集合内のすべての手番は、同じ数の枝を持つ。

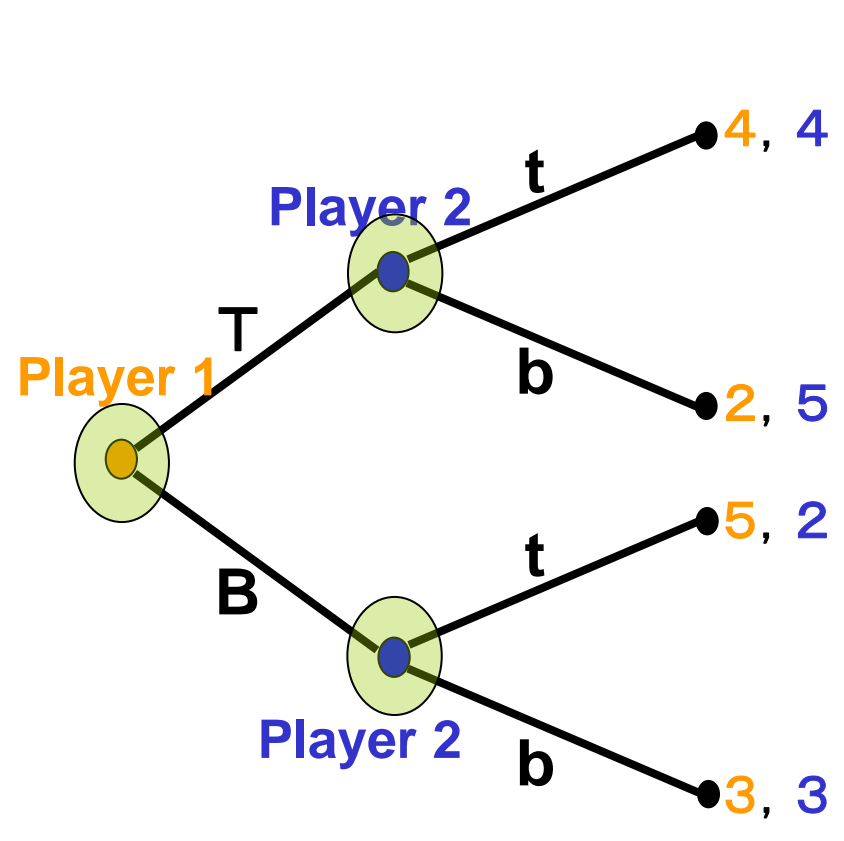
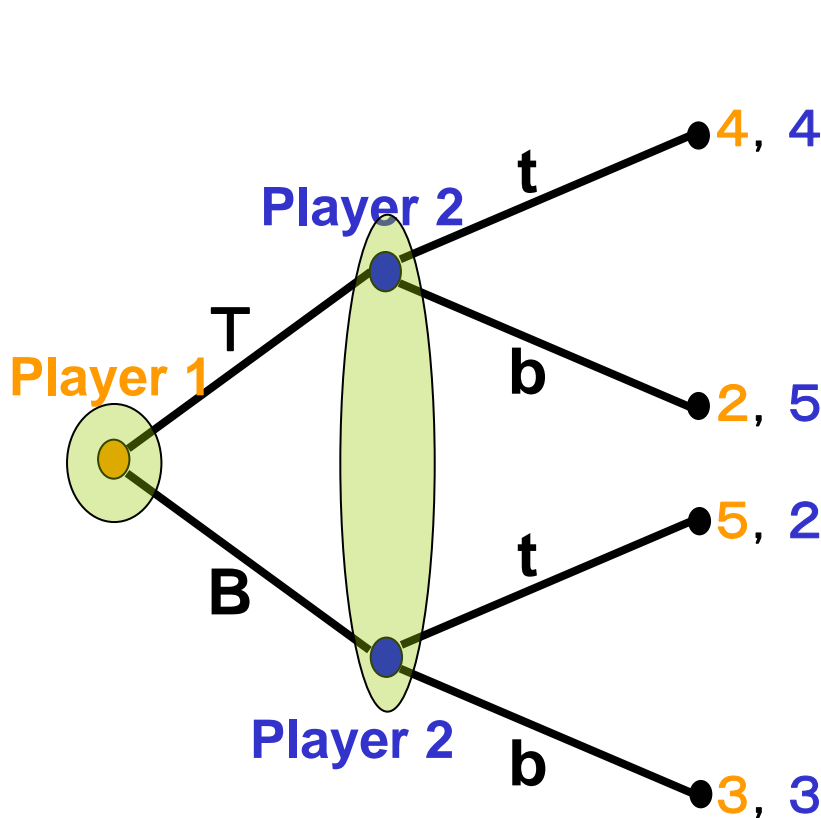


# 展開形ゲームの戦略と標準形表現

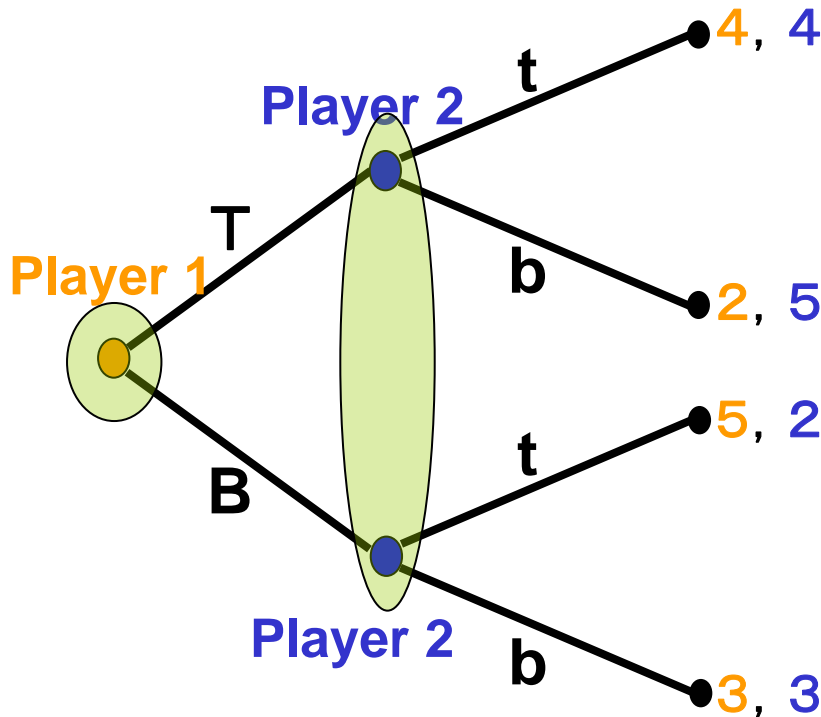
- 展開形ゲームにおいて、各プレイヤーが自分の手番で選ぶ選択肢のことを**行動**とよぶ。
- では、展開形ゲームにおけるプレイヤーの**戦略**とはなんだろうか？
- それは、ゲームを開始する前に決めておく、プレイヤーの**行動計画**である。

- 左図と右図を比べると

- 左図・・・Player 2 は、Player 1 の選択内容を知らない状態  
で、自身の行動を決定しなければならない
- 右図・・・Player 2 は、Player 1 の選択内容を  
知った状態で、自身の行動を決定することができる。



- 左図におけるプレイヤーの行動計画を考えよう。
  - プレイヤー1は、自分の番(情報集合)で T か B か、を決定する。
  - プレイヤー2は、自分の番(情報集合)で t か b か、を決定する。



### Player 1の戦略集合 {T, B}

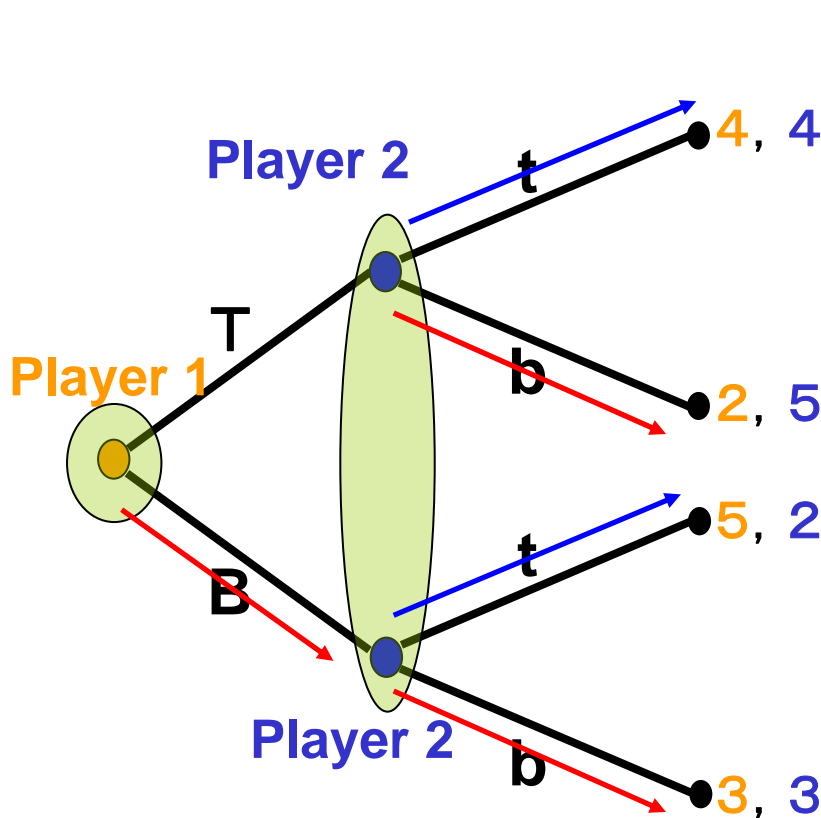
Player 1 は、事前に、自分の情報集合が到達したら、Tを選ぶのか、Bを選ぶのかを決定しておく。

### Player 2の戦略集合 {t, b}

Player 2 は、事前に、自分の情報集合が到達したら、tを選ぶのか、bを選ぶのかを決定しておく。



- 左図を標準形ゲームに書き換える。
  - 二人のプレイヤーが事前に同時に行動計画を立てて、その上で左図のようなゲームを計画通りに行うと考えれば、左図は標準形ゲームで表せる。



		Player 2	
		t	b
Player 1	T	4, 4	2, 5
	B	5, 2	3, 3

Nash 均衡は  
(B, b)

- 右図のプレイヤーの行動計画を考えよう
  - プレイヤー1は、自分の番(情報集合)で T か B か、を決定する。
  - プレイヤー2は、**上の情報集合で t か b か、下の情報集合で t か b か、**を決定する。

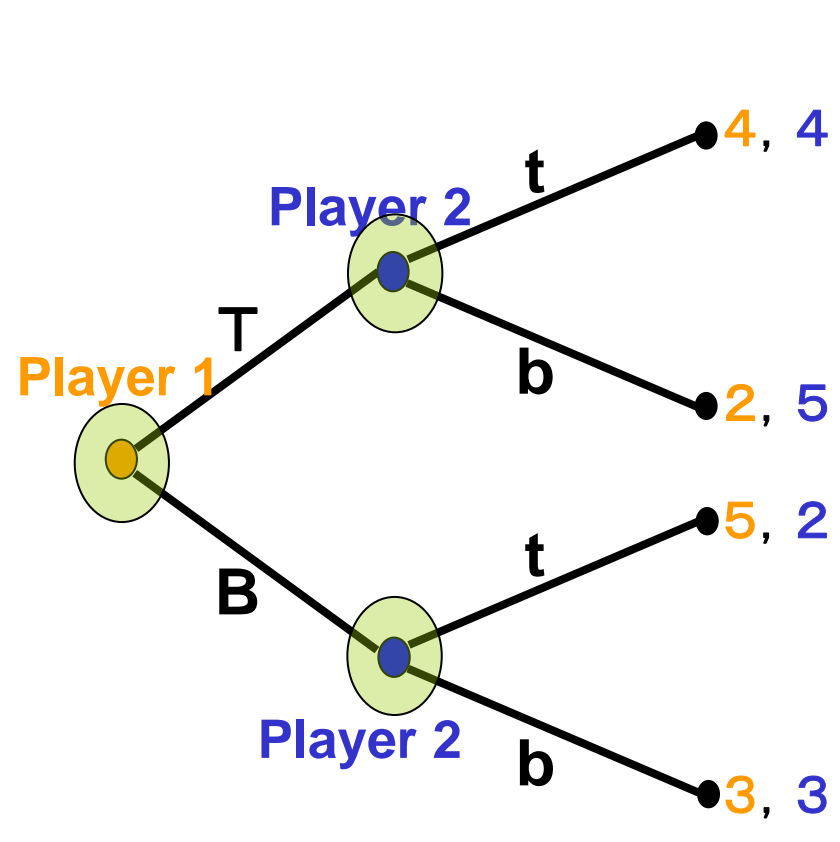
### Player 1の戦略集合 {T, B}

Player 1 は、事前に、自分の情報集合が到達したら、Tを選ぶのか、Bを選ぶのかを決定しておく。

### Player 2の戦略集合 {tt, tb, bt, bb}

Player 2 の行動計画は、  
 上の情報集合だったら t or b  
 下の情報集合だったら t or b  
 というもの

$2 \times 2 = 4$  なので、4通りの行動計画がある。  
 つまり、四種類の戦略がある。

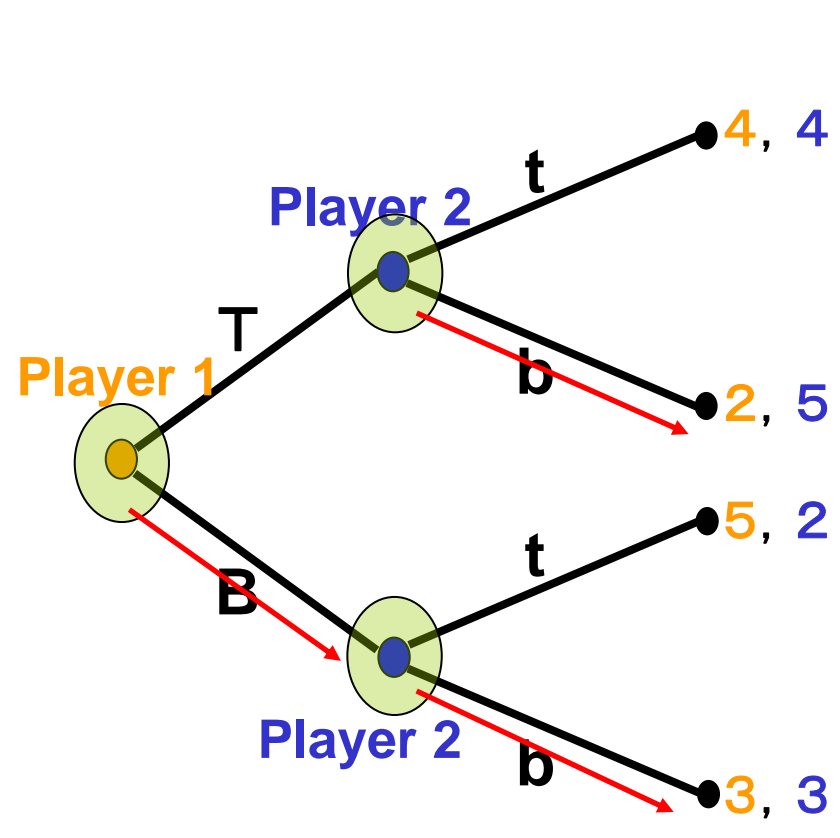


- 右図を標準形ゲームに書き換える。
  - プレイヤー2の戦略に注意。

		Player 2			
		tt	tb	bt	bb
Player 1	T	4, 4	4, 4	2, 5	2, 5
	B	5, 2	3, 3	5, 2	3, 3

Player 1

Nash 均衡は  
(B, bb)



- 展開形ゲームは、プレイヤーの戦略を行動計画と捉えることにより、プレイヤーが同時に行動計画を決定するような標準形ゲームとして分析することが可能である。
- これにより、展開形ゲームのNash均衡は、標準形に直したゲームのNash均衡として記述できる。

# 例3 ポイズンピル

- 企業買収を企む投資家 (I) と企業経営者 (M) の間の買収と買収防衛行動について分析する。
- まず、I は**企業買収を「実施する (T)」か「しない (N)」**かを、決める。
  - I が「N」を選択すれば、投資家は何も受け取らず (**利得0**)、M は通常の役員報酬を受け取る (**利得1000**)。
- I が「T」を選択したときには、M は**ポイズンピルを「飲む(P)」か「飲まない(N)」**か、を決める。
  - M が P を選択すれば、投資家は体質の悪化した企業を買収することになる (**利得-100**)。経営者は少額の退職金を受け取り首になる (**利得 100**)。
  - M が N を選択すれば、企業買収に成功し、後に株式を転売することで利益を得る (**利得 1000**)。経営者は退職金を受け取り首になる (**利得 300**)。

# 例4 退路を絶て

- 新大陸の侵略をもくろむ将軍(G)と、先住民(A)との間の駆け引き。
- まず、Gが「戦う(F)」か「退却(B)」か、を決める。
  - Bを選んだときには、将軍の利得は **0**、先住民の利得は **0** である。
- Gが「F」を選んだときは、Aは「抵抗(R)」か「降伏(S)」か、を決める。
  - Sを選らんだときには、将軍の利得は **4**、先住民の利得は **-4** である。
- AがRを選んだときには、Gが「戦う(F)」か「退却(B)」か、を決める。
  - Fを選んだときには、戦いは泥沼化し、Gの利得は **-10**、Aの利得も **-10** である。
  - Bを選んだときには、Gの利得は **-5**、Aの利得も **-5** である。

# 例5 企業の生産量の逐次決定競争

- 企業1と企業2が同一の財を生産し、同一の市場で販売している。
- 企業1、2ともに財1単位を生産するのに2の費用がかかる（限界費用は2）。
- 企業1、2は生産量  $q_1$ ,  $q_2$  を決定する。ただし、この市場では、企業1が先導的立場にあり、まず企業が1が生産量を決定し、その後、企業1の生産量を知った上で、企業2は自身の生産量を決定する。
- 財一単位の販売価格は、市場の逆需要関数  $P = 10 - q_1 - q_2$  で決定される。
- 企業の利潤は、財の販売収入から製造費用を引いた額である。利得は利潤と一致する。

# 次回講義

- 展開形ゲームのNash均衡は求めることができたが、これは、プレイヤーが順々に行動するということを十分に考慮した均衡概念といえるのであろうか。
- 部分ゲーム完全均衡