

ゲーム論II 中間試験 12月7日

担当 上條 良夫

注意点

- 解答は解答用紙に記入すること
- 問題用紙は持ち帰ること。

問題 1. 金貨 100 枚をプレイヤー 1 とプレイヤー 2 の間で次の方法で分配する状況を考える。

ステージ 1. まず、プレイヤー 1 が金貨 100 枚の分配案 $(x, 100 - x)$ を提案する (x がプレイヤー 1 の取り分、 $100 - x$ がプレイヤー 2 の取り分)。これに対して、プレイヤー 2 は「受諾」か「拒否」を決定する。プレイヤー 2 が「受諾」を選ぶと、金貨は分配案どおりに分けられ交渉は終わる。プレイヤー 2 が「拒否」を選ぶと、ステージ 2 に進む。

ステージ 2. ステージ 2 開始時点で、金貨は 100 枚から 50 枚まで減少する。プレイヤー 2 が金貨 50 枚の分配案 $(50 - y, y)$ を提案する。これに対して、プレイヤー 1 は「受諾」か「拒否」を決定する。プレイヤー 1 が「受諾」を選ぶと、金貨は分配案どおりに分けられ交渉は終わる。プレイヤー 1 が「拒否」を選ぶと、ステージ 3 に進む。

ステージ 3. ステージ 3 開始時点で、金貨は 50 枚から 25 枚まで減少する。プレイヤー 1 が金貨 25 枚の分配案 $(z, 25 - z)$ を提案する。これに対して、プレイヤー 2 は「受諾」か「拒否」を決定する。プレイヤー 2 が「受諾」を選ぶと、金貨は分配案どおりに分けられ交渉は終わる。プレイヤー 2 が「拒否」を選ぶと、二人とも何も得ることなく交渉は終わる。

プレイヤー 1, 2 とともに利得は獲得する金貨の枚数に等しいとして、上の交渉手順により表される展開形ゲームの部分ゲーム完全均衡における最終的な金貨の分配がどのようになるか答えなさい。ただし、講義と同様に、応答するプレイヤーは選択が無差別になったときには「受諾」とすると仮定してよい。

問題 2. プレイヤー A と B がある金額 (1 とする) の分配をめぐり交渉している状況を考察する。交渉手順として、講義で扱った交互提案型の交渉ゲームを若干変形した、次のようなゲームを考える。

- 奇数期にはプレイヤー A が分配案を提案し、プレイヤー B がそれに対して応答(「受諾」か「拒否」)する。偶数期にはプレイヤー B が提案し、プレイヤー A が応答する。
- 応答側が「受諾」したときには、分配案どおりに金額をわけるとする。
- 応答側が「拒否」したときには、確率 p で次の期に移行する ($0 < p < 1$)。その一方で確率 $1 - p$ で交渉は決裂し、プレイヤー A は a 、プレイヤー B は b を得ることにより交渉は終わる。ただし $a + b < 1$, $a > 0$, $b > 0$ である。
- プレイヤー A, B とともに交渉を早く終わることが望ましいと考えており、割引因子は二人に共通の δ である。

このゲームの部分ゲーム完全均衡における、第一期のプレイヤー A の分配案 $(x, 1 - x)$ を求めよ。

問題3. プレイヤー A と B がある金額 (1 とする) の分配をめぐり交渉している状況を考察する。交渉手順として、通常の交互提案ゲームを考える。つまり、

- 奇数期にはプレイヤー A が分配案を提案し、プレイヤー B がそれに対して応答 (「受諾」か「拒否」) する。偶数期にはプレイヤー B が提案し、プレイヤー A が応答する。
- 提案が拒否されると必ず次の期に移行する。
- 代替的選択肢は存在しない。
- 割引因子は二人に共通の δ である。

ただし、プレイヤー A の利得関数は獲得する金額に等しいが、プレイヤー B の利得関数は $u_B(y) = \sqrt{y}$ である。(つまり、獲得する金額が y のときのプレイヤー B の利得は \sqrt{y} である。)

このゲームの部分ゲーム完全均衡における、第一期のプレイヤー A の分配案 $(x, 1-x)$ を求めよ。

問題4. プレイヤー A と B がある金額 100 の分配案をめぐり交渉している状況を考える。二人の効用関数をそれぞれ $u_A(x) = x$, $u_B(y) = \sqrt{y}$ とする。また、交渉が不成立の場合には双方ともに何も獲得できないとする。

当該状況を Nash の交渉問題として捉え、Nash 解における二人の効用の組 (u_A, u_B) を求めなさい。

問題5. Nash 解を公理的に特徴付ける四つの性質の中で、あなたにとって最も納得のいかない公理を一つ選択し、その理由を述べなさい。ただし四つの性質とは、

- 交渉解のパレート最適性
- 交渉解の対称性
- 交渉解の正一次変換からの独立性
- 交渉解の無関係な選択肢からの独立性

である。