千葉大学　ゲーム論II　第三回

担当
上條　良夫

参考図書

- 梶井厚志／松井彰彦『ミクロ経済学 戦略的アプローチ』第四章
- ロバート・ギボンズ（著）／福岡正夫、須田伸一（訳）『経済学のためのゲーム理論入門』第二章
- 岡田章『ゲーム理論』第九章
- ジョン・マクミラン（著）／伊藤秀史、林田修（訳）『経営戦略のゲーム理論』第五章

前回の宿題

- 最後通牒ゲームの次のような変形を考えてみよう。

- ゲーム1：　プレイヤー2がプレイヤー1の分配案を拒否すると、今度はプレイヤー2がプレイヤー1に金貨の分配案の最後通告ができる。ただし、プレイヤー2が最後通告する際には、金貨の総数が 50 枚に減少している。

- ゲーム２：　プレイヤー２がプレイヤー１の分配案を拒否すると、確率 1/2でそこで交渉は終わってしまい、双方とも何ももらえない。確率 1/2 でプレイヤー２がプレイヤー１に対して金貨１００枚の分配案に対して最後通告を行う。

- ゲーム３：　プレイヤー２がプレイヤー１の分配案を拒否すると、プレイヤー１かプレイヤー２のどちらかが相手に金貨100枚の分配案についての最後通告できる。どちらが最後通告するかは等確率で決定される。

- ただし、部分ゲーム完全均衡を求める際には、選択が無差別なときには、応答側は常に「受け入れる」ように行動すると仮定すること。

交渉とは

- 利害の対立する二人またはそれ以上のプレイヤーが、各々が個々に活動するよりもよりよい状態を目指して、話し合い等により利害を調整する行為。

- しばしば交渉は決裂する。

「交渉力」の源泉は何だろうか

- ゲーム理論では，「～さんは交渉が上手だから」とかいうときのような、交渉の上手下手といったものは分析できない。

- しかし、どのような環境要因が交渉を優位な立場へと導くのか、さらにそのためにどのような選択肢をとることが有効であるのか、ということは分析可能である。

最後通牒

- 最後通牒をする。
  - 評判を形成する。（ブルワリズム、ブールウェア主義）
  - 音信不通にする。
  - コミットメントをする。

- 最後通牒を行う人が、相手の受け入れられる水準のぎりぎりまで、余剰を奪うことになる。

交渉を有利に進める基本要素

- 最後通牒（をできるような立場になる）
- 遅延費用を下げる
- 代替的選択肢の価値をあげる。
- 自身情報を隠すこと／相手の情報を得ること

- 最後通牒（をできるような立場になる）
- 遅延費用を下げる
- 代替的選択肢の価値をあげる。
- 自身情報を隠すこと／相手の情報を得ること

観光客が旅行先で土産品の価格交渉を行うと、しばしば不利な結果となる。

- 最後通牒(をできるような立場になる)

- 遅延費用を下げる

- 代替的選択肢の価値をあげる。

- 自身情報を隠すこと／相手の情報を得ること

GE 労務担当であったブールウェアは、労働交渉において一度限りの提案を行い、その後交渉に応じることはしなかった。

- 最後通牒(をできるような立場になる)

- 遅延費用を下げる

- 代替的選択肢の価値をあげる。

- 自身情報を隠すこと／相手の情報を得ること

戦争中では、しばしば
和平交渉の直前に
大規模作戦が決行され
戦闘が激化する。

交互提案応答ゲーム

- 交渉を記述する、基本モデルを考えよう。
- その上で、「遅延費用」や「代替的選択肢」などの要因がどのように交渉の結果に影響を与えるのかを考察する。
- 交互提案応答ゲーム

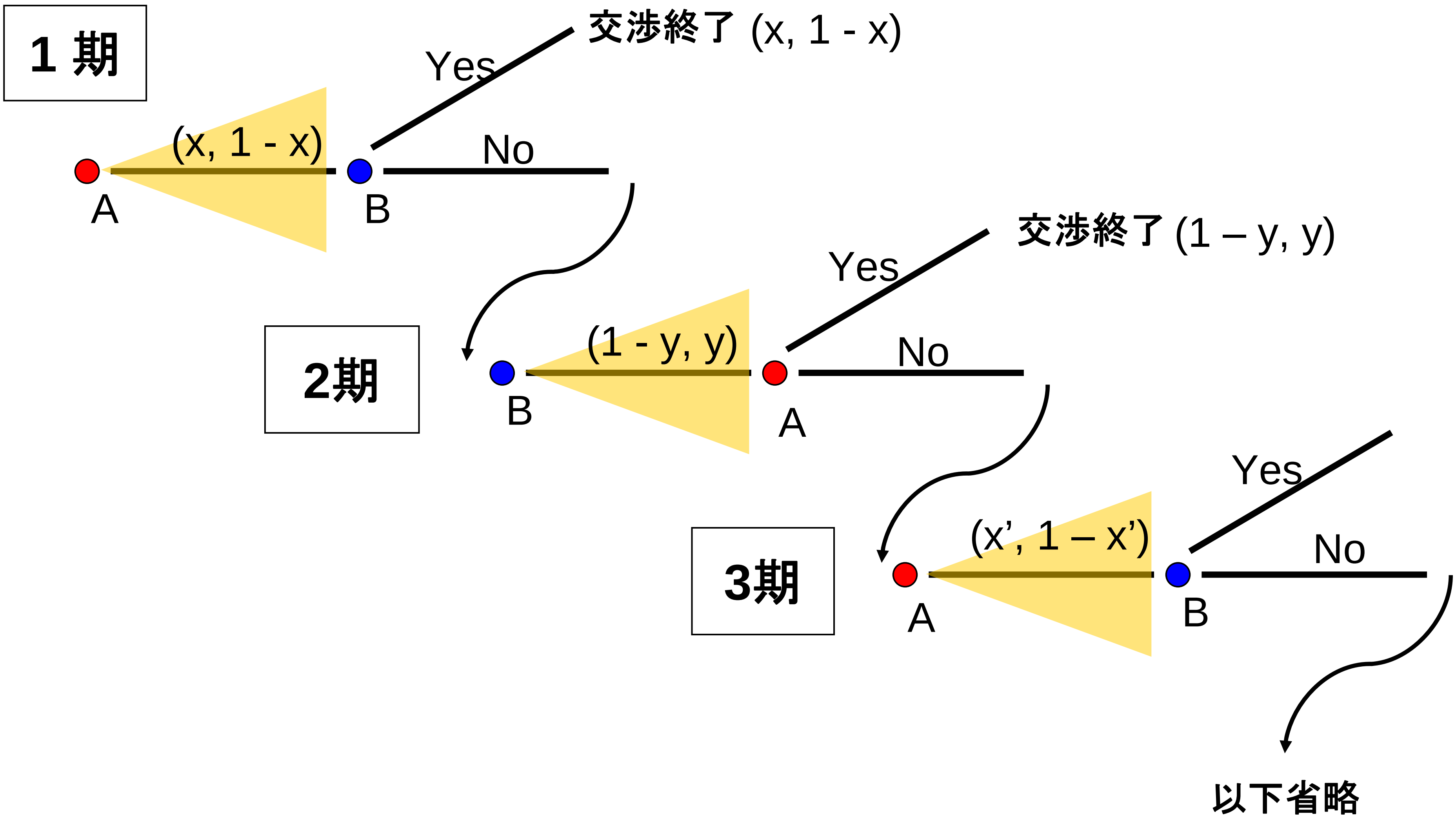
プレイヤーA

プレイヤーB

プレイヤーAとプレイヤーBは
ある一定金額（金貨100枚）
を二人の間で
どのように分配するのか
という点について
交渉を行っている。

- 交渉は、次のように行われる。
  - 今期(1期)。まずプレイヤーAが分配案を提案し、それに対して、プレイヤーBが、「受け入れる」か「拒否する」か、を決定する。
  - プレイヤーBが「受け入れる」を選択すれば、そこで交渉は終了。二人はAの分配案どおりに金貨を分ける。
  - プレイヤーBが「拒否する」を選択すると、交渉は次の期へと進む。
  - 次の期(2期)。プレイヤーAとプレイヤーBの役割を入れかえて、同一の交渉を行う。
  - 次の次の期(3期)。プレイヤーAとプレイヤーBの役割を入れかえて(つまり 1期と同じ役割)、同一の交渉を行う。
  - 以下省略
  - . . .

- 交互提案応答ゲームの流れ



- 割引因子 δ

- 交渉は早く終わるほうがよい。
  - あとで説明するように、交渉決裂時には双方ともになにももらえないとするならば、ここではδを交渉の継続確率として解釈することも可能。

- 今期に交渉終えて x もらうときの利得 x

- 一期後に交渉を終えて x をもらうときの利得 δx

- t 期後に交渉を終えて x をもらうときの利得 $\delta^{t-1} x$

部分ゲーム完全均衡

- 交渉は長引けば長引くだけ、双方にとってうれしくないので、合理的なプレイヤーであれば、第一期にプレイヤーAがプレイヤーBが受け入れられるぎりぎりの提案を行い、それをプレイヤーBが受け入れることにより、交渉は終了する。

- しかし、プレイヤーBの受け入れられる水準ぎりぎりを計算するには、交渉が第二期まで進んだ際の、第二期でプレイヤーBが獲得できる利得についての情報が必要となる。

- プレイヤーBは、第二期で、プレイヤーAが受け入れられる水準ぎりぎりの提案を行うはずである。このプレイヤーAが受け入れられる水準ぎりぎりを計算するには、交渉が第三期まで進んだ際の、第三期でのプレイヤーAが獲得できる利得についての情報が必要となる。

- 以下、同じような議論が延々と続く。

部分ゲーム完全均衡

- つまり、たとえ交渉が第一期で終了するとしても、すべての部分ゲームについて考慮しなければならない。

- さて、どうしようか。

- ここで、合理的なプレイヤーであるのならば、彼らの行動は「定常的」であるということを新たに仮定する。

- よくよくこのゲームを眺めてみると、第一期から始まる交互提案応答ゲームと、第三期から始まる交互提案応答ゲームは同一のゲームであることがわかる。

部分ゲーム完全均衡

- ならば、第一期のプレイヤーAの分配案と、第三期のプレイヤーAの分配案は完全に同じものであると考えられる。
- 言い換えれば、合理的なプレイヤーであれば、同一の状況においては、同一の行動をするであろう、と考えるのである。（定常性の仮定）
- サブゲーム完全均衡のうち、そのような定常性を満足するものに焦点を絞ることにする。
- 定常性を仮定することにより、3期間分の行動だけを考えることにより、部分ゲーム完全均衡を求めることが可能になる。

部分ゲーム完全均衡の導出

- ある部分ゲーム完全均衡について考える。

- 第三期から考える。

- この部分ゲーム完全均衡では、第三期から始まる部分ゲームにおいて、プレイヤーAが (x’, 1 – x’) を提案し、それがプレイヤーBに受け入れられることにより、交渉が終わる。

部分ゲーム完全均衡の導出

- 第二期を考える。

- 第二期から始まる部分ゲームにおいて、プレイヤーBが (1 - y, y) を提案し、それがプレイヤーAに受け入れられることにより、交渉が終わる。

- ところで、プレイヤーBはプレイヤーAが受け入れられるぎりぎりの提案をするはずなので、

$$(1 - y) = \delta x' \qquad \cdots \quad (1)$$

- となるはずである。

部分ゲーム完全均衡の導出

- 第一期を考える。

- 第一期では、プレイヤーAが (x, 1-x) を提案し、それがプレイヤーBに受け入れられることにより、交渉が終わる。

- ところで、プレイヤーAはプレイヤーBが受け入れられるぎりぎりの提案をするはずなので、

$$(1-x)=\delta y \qquad \cdots \quad (2)$$

- となるはずである。

部分ゲーム完全均衡の導出

- つまり、x, y, x' は条件 (1), (2) を満足する。

$$(1-y)=\delta x' \qquad \cdots \ (1)$$

$$(1-x)=\delta y \qquad \cdots \ (2)$$

- 定常性より、x = x' なので、これを使って条件を書き換えると、

$$(1-y)=\delta x \qquad \cdots \ (1')$$

$$(1-x)=\delta y \qquad \cdots \ (2)$$

- これを満足するような x, y を求めればよい。

部分ゲーム完全均衡の導出

1 期

$$x=\frac{1}{1+\delta} \qquad 1-x=\frac{\delta}{1+\delta}$$

2 期

$$1-y=\frac{\delta}{1+\delta} \qquad y=\frac{1}{1+\delta}$$

- 0<δ<1なので、第一期に提案できるプレイヤーAのほうが有利である。
- ただし、δ→1 とすると（待つことのデメリットが小さくなると）、先に提案できることのアドバンテージは消失していく。

均衡の一意性について

- 実は、定常均衡はこのタイプしか存在しないことを示すことができる。
- 証明は省略。ロバート・ギボンズ（著）／福岡正夫、須田伸一（訳）『経済学のためのゲーム理論入門』などを参考にせよ。
- より正確な記述は、岡田章『ゲーム理論』にある。

δの解釈について

- ここでのモデルでは、交渉決裂時には双方ともに何も得ないと仮定したうえで、δを交渉の継続確率として解釈することも可能。

- 各プレイヤーの目的は期待利得最大化。

- 先ほどと同じように考えると、結局 (1), (2) 式と同じ式を得ることになる。

- つまり、均衡行動はこのようにδを解釈した場合にも変わらない。

遅延費用の導入

- 遅延費用の均衡行動への影響を考慮するために、二人の割引因子が異なるケースを考える。
  - プレイヤーAの割引因子 δ_A
  - プレイヤーBの割引因子 δ_B
- 基本モデルと同じようにすれば解ける。

僕は時間だけは
たっぷりあるんだ

早く話し合いをまとめないと
次の約束におくれちゃう

- 第三期から始まる部分ゲームにおいて、プレイヤーAが (x’, 1 – x’) を提案し、それがプレイヤーBに受け入れられる.。

- 第二期から始まる部分ゲームにおいて、プレイヤーBが (1 - y, y) を提案し、それがプレイヤーAに受け入れられる。
- ところで、プレイヤーBはプレイヤーAが受け入れられるぎりぎりの提案をするはずなので、

$$(1-y)=\delta_A x' \quad \cdots \quad (3)$$

- 第一期では、プレイヤーAが (x, 1-x) を提案し、それがプレイヤーBに受け入れられる。
- ところで、プレイヤーAはプレイヤーBが受け入れられるぎりぎりの提案をするはずなので、

$$(1-x)=\delta_B y \quad \cdots \quad (4)$$

- 定常性より、x = x' なので、これを使って条件を書き換えると、

$$(1-y)=\delta_A x \quad \cdots \text{（3'）}$$

$$(1-x)=\delta_B y \quad \cdots \text{（4）}$$

- これを解くと

1 期

$$x=\frac{1-\delta_B}{1-\delta_A\delta_B} \qquad 1-x=\frac{\delta_B(1-\delta_A)}{1-\delta_A\delta_B}$$

2 期

$$1-y=\frac{\delta_A(1-\delta_B)}{1-\delta_A\delta_B} \qquad y=\frac{1-\delta_A}{1-\delta_A\delta_B}$$

- 例えば、 $\delta_A = \frac{1}{2}, \quad \delta_B = \frac{3}{4}$

- とすると $x = \frac{1-3/4}{1-(1\backslash 2)\times(3/4)} = \frac{2}{5}$

$$1-x = \frac{3/4(1-1/2)}{1-(1\backslash 2)\times(3/4)} = \frac{3}{5}$$

- 提案できる順序でいえば不利なプレイヤーBのほうが、より多くの分配額を受け取ることが出来る。

- これは、プレイヤーBのほうが遅延費用が小さいので、分配案を拒否できる範囲が広がったため。

- 遅延費用が小さいほうが交渉する上で有利である。

遅延費用の効果のまとめ

- 遅延費用が高いほど交渉力は弱くなる。
  - サラ金の金利は高い
  - 自社の業績が芳しくないときの転職でよりよい条件になるのは難しい
  - ツアー旅行で、旅行者はしばしば現地商品を法外な価格で売りつけられる。

- この点を利用した交渉の実例
  - メジャーリーガーとフロントとの交渉
  - 労働交渉を有利に進めるため、労働組合はストライキ基金を積み立て、経営者は在庫を増やしておく。

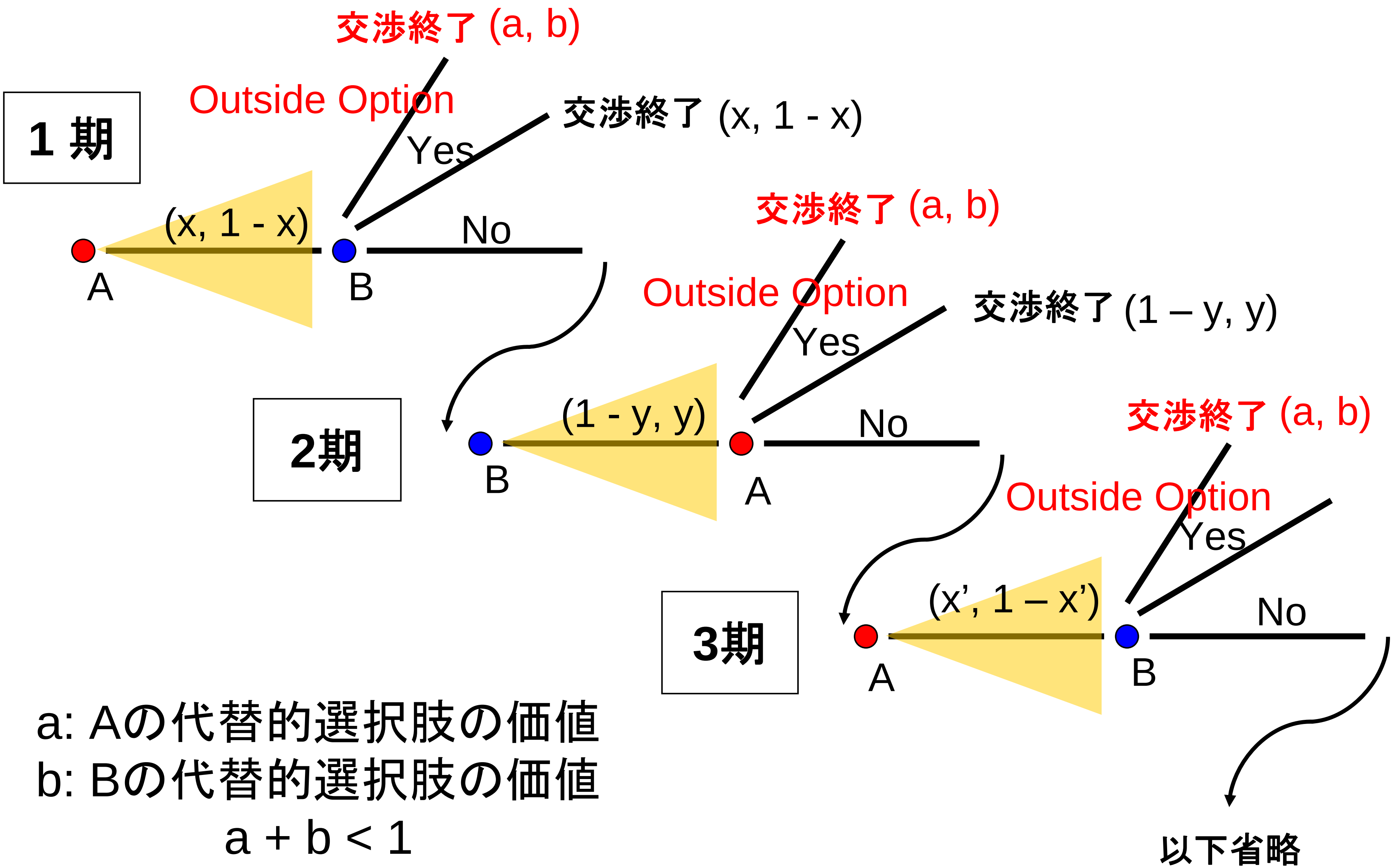
代替的選択肢の影響1

- 先ほどと同じ様な交渉の場面を考えるが、双方ともに交渉が決裂した際の代替的な選択肢を持つ。

お前の代わりなんて
いくらでも見つかる

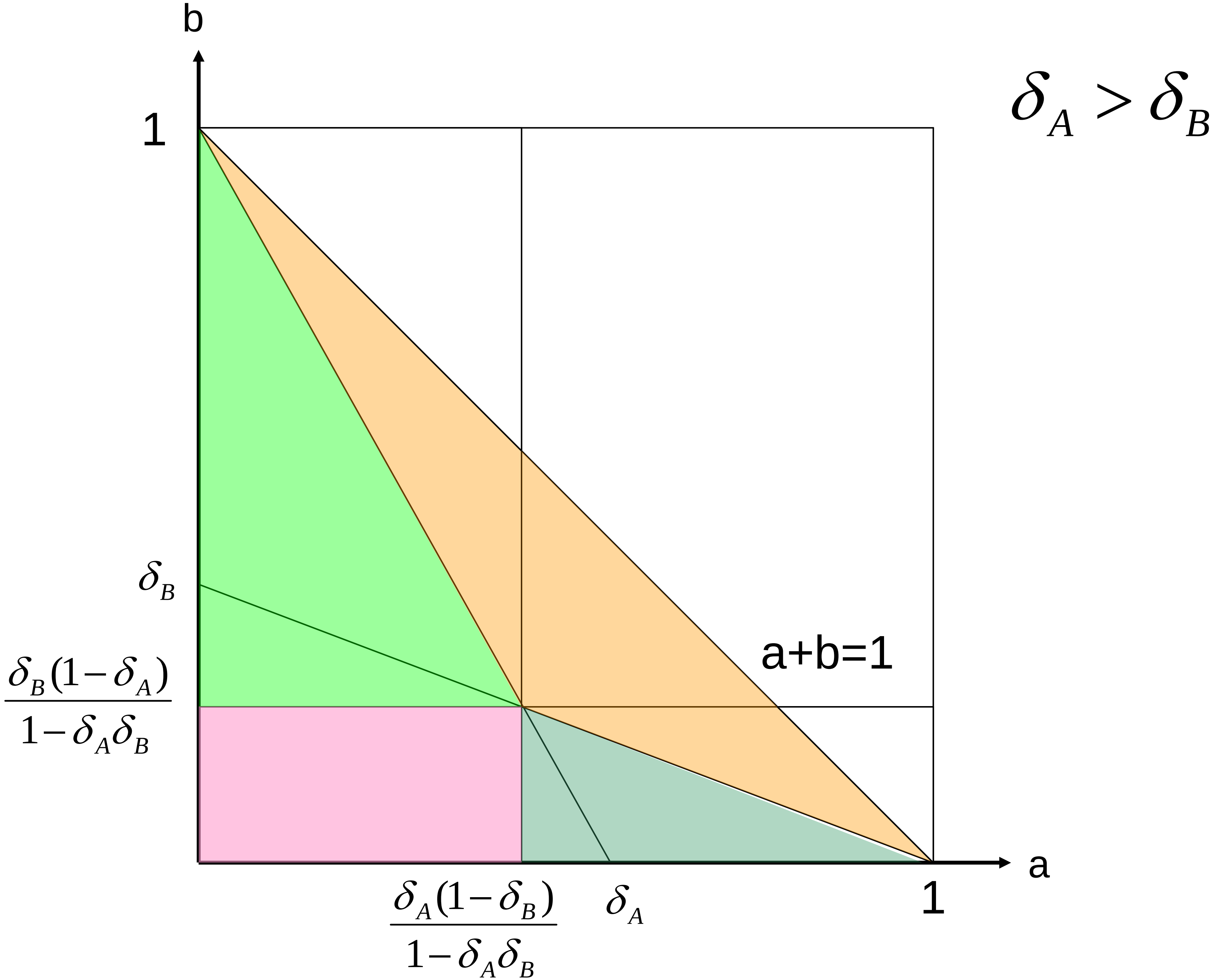
Cさんのところで
働くこともできるわ

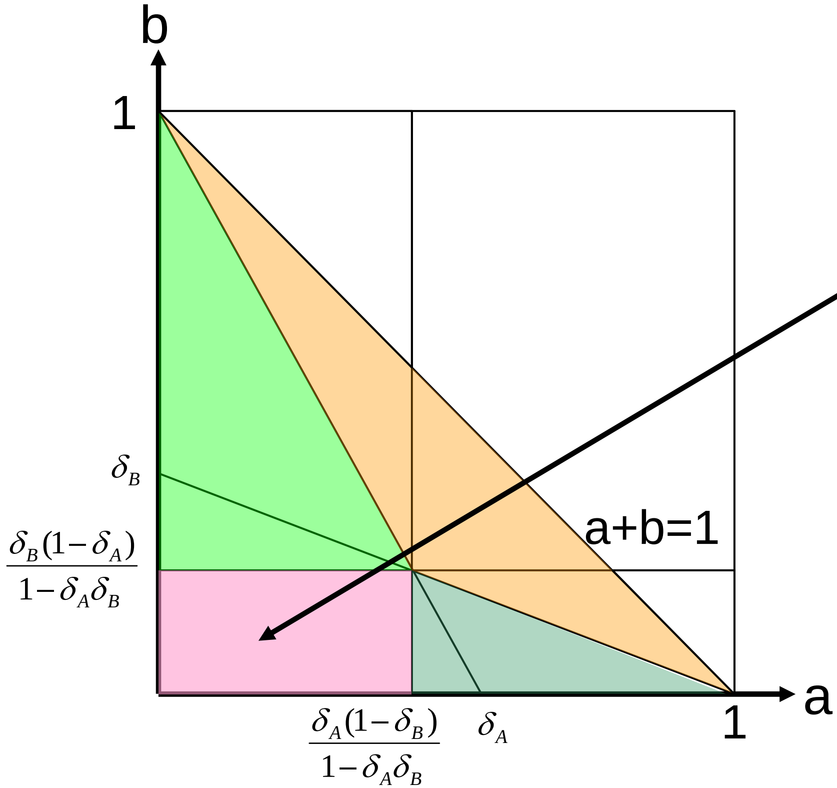
- 代替的選択肢のある交互提案応答ゲームの流れ



a: Aの代替的選択肢の価値
b: Bの代替的選択肢の価値

$a + b < 1$


b
1
$\delta_A > \delta_B$
δ_B
a+b=1
$\frac{\delta_B(1-\delta_A)}{1-\delta_A\delta_B}$
a
$\frac{\delta_A(1-\delta_B)}{1-\delta_A\delta_B}$
δ_A
1



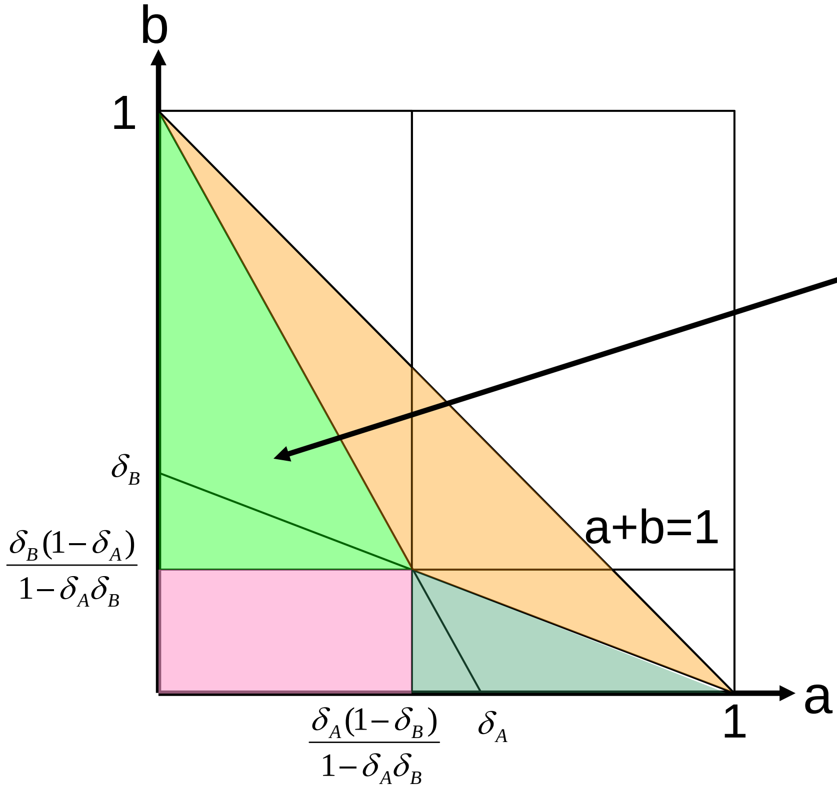
二人の代替的選択肢の価値が、代替的選択肢がないケースでの応答時の分配額よりも低い場合

代替的選択肢は
交渉の結果に影響を与えない。

1 期 $x=\frac{1-\delta_B}{1-\delta_A\delta_B}$ $1-x=\frac{\delta_B(1-\delta_A)}{1-\delta_A\delta_B}$

2 期 $1-y=\frac{\delta_A(1-\delta_B)}{1-\delta_A\delta_B}$ $y=\frac{1-\delta_A}{1-\delta_A\delta_B}$

実行されない
選択肢は
交渉に影響を
与えない。



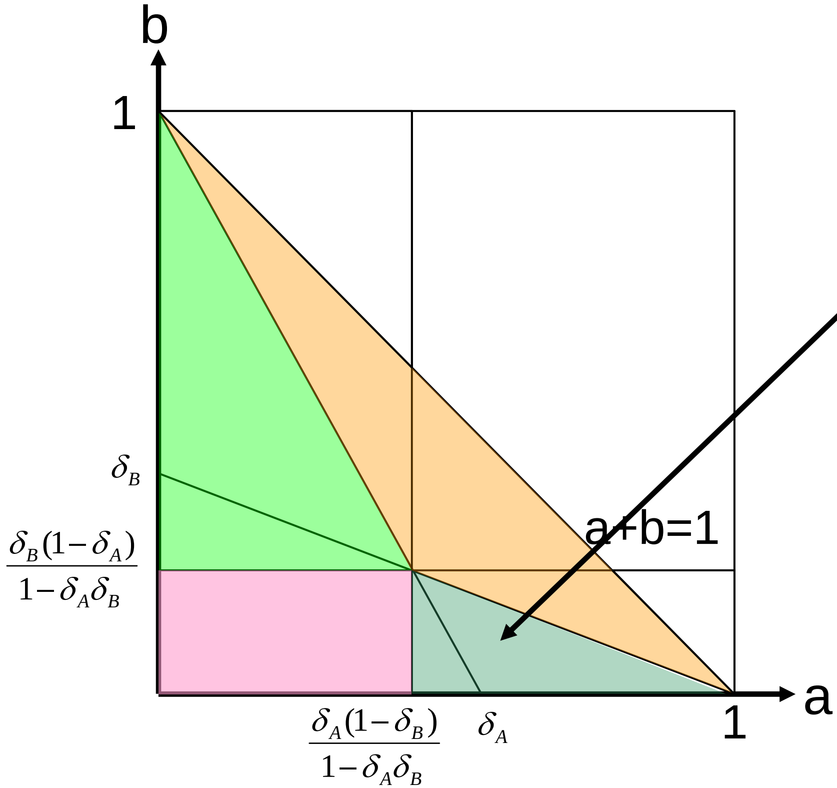
Bの代替的選択肢の価値が、代替的選択肢がないケースでの応答時の分配額よりも高い場合

代替的選択肢は交渉の結果に影響を与える。

1 期 $x = 1 - b$ $1 - x = b$

2 期 $1 - y = \delta_A(1-b)$ $y = 1 - \delta_A(1-b)$

Bの代替的選択肢は信憑性のある選択となる。



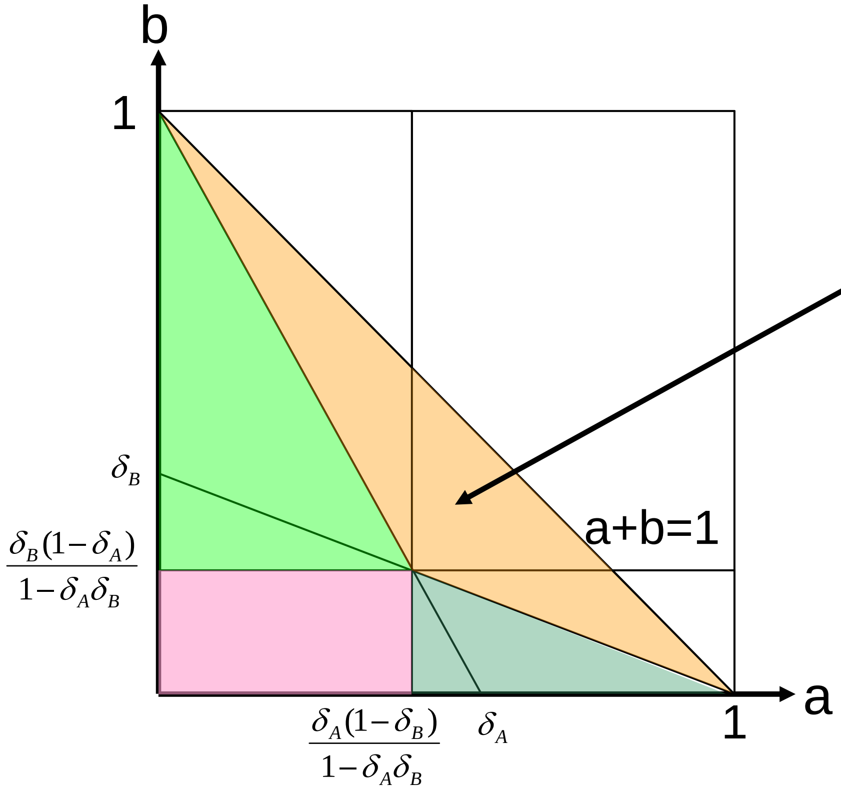
Aの代替的選択肢の価値が、代替的選択肢がないケースでの応答時の分配額よりも高い場合

代替的選択肢は交渉の結果に影響を与える。

1 期 $x=1-\delta_B(1-a)$ $1-x=\delta_B(1-a)$

2 期 $1-y=a$ $y=1-a$

Aの代替的選択肢は信憑性のある選択となる。



双方の代替的選択肢の価値が、
代替的選択肢がない場合の
応答時の交渉の結果よりも高い

代替的選択肢は
交渉の結果に影響を与える。

1 期	$x=1-b$	$1-x=b$
2 期	$1-y=a$	$y=1-a$

双方の代替的
選択肢は
信憑性のある
選択となる。

- 重要な帰結
  - 自分で代替的選択肢を選ぶかどうかを決められるようなときには、代替的選択肢をとるということに信憑性がない限り、代替的選択肢は交渉の結果に影響を与えない。

- それでは、代替的選択肢を有効に活用するにはどうすればよいのか。

- 一定の確率で自身の意思とは関係なく交渉を決裂させるようにして、代替的選択肢の実現を信憑性があるものにすればよい。

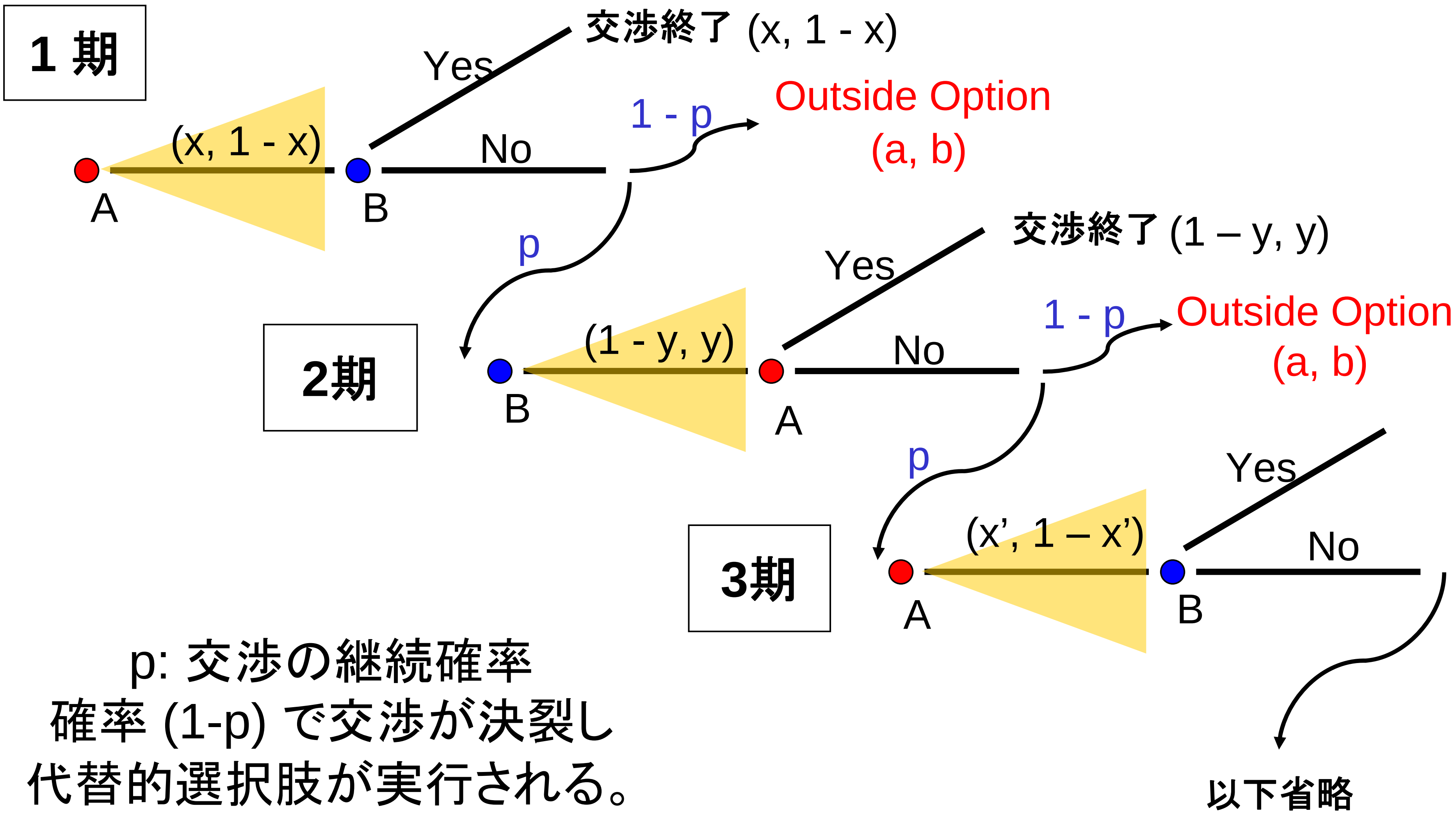
代替的選択肢の影響2

- 先ほどと同じ様な交渉の場面を考えるが、双方ともに交渉が決裂した際の代替的な選択肢を持つ。代替的選択肢は確率的に実行される。

お前の代わりなんて
いくらでも見つかる

私はあなたといっしょにいたい。
でもCさんからのアプローチが
激しいの

- 代替的選択肢のある交互提案応答ゲームの流れ



p: 交渉の継続確率
確率 (1-p) で交渉が決裂し
代替的選択肢が実行される。

- 第三期から始まる部分ゲームにおいて、プレイヤーAが (x’, 1 – x’) を提案し、それがプレイヤーBに受け入れられる.。

- 第二期から始まる部分ゲームにおいて、プレイヤーBが (1 - y, y) を提案し、それがプレイヤーAに受け入れられる。
- ところで、プレイヤーBはプレイヤーAが受け入れられるぎりぎりの提案をするはずなので、

$$(1-y) = px' + (1-p)a \quad \cdots \quad (5)$$

- 第一期では、プレイヤーAが (x, 1-x) を提案し、それがプレイヤーBに受け入れられる。
- ところで、プレイヤーAはプレイヤーBが受け入れられるぎりぎりの提案をするはずなので、

$$(1-x) = py + (1-p)b \quad \cdots \quad (6)$$

- 定常性より、x = x' なので、これを使って条件を書き換えると、

$$(1-y) = px + (1-p)a \quad \cdots \quad (5')$$

$$(1-x) = py + (1-p)b \quad \cdots \quad (6)$$

- これを解くと

1 期 $x = \dfrac{1+pa-b}{p+1}$ $\quad 1-x = \dfrac{p-pa+b}{p+1}$

2 期 $1-y = \dfrac{p+a-pb}{p+1}$ $\quad y = \dfrac{1-a+pb}{p+1}$

- 重要な帰結
  - 代替的選択肢が確率的に実行される場合には、代替的選択肢は交渉の結果に影響を与える。
  - 自身の代替的選択肢の価値を高めることは、交渉の結果を有利なものにする。逆に交渉相手の代替的選択肢の価値の増加は、交渉の結果を不利なものにする。

$$x = \frac{1 + pa - b}{p + 1} \qquad 1 - y = \frac{p + a - pb}{p + 1}$$

はａが増加すると増加し、bが増加すると減少する。

代替的選択肢の効果のまとめ

- 代替的選択肢の影響
  - 代替的選択肢を自分の意思で選択できる場合には、代替的選択肢の影響は限定的。代替的選択肢の価値が十分に高く無い限りは、交渉に影響は与えない。
  - 代替的選択肢の影響力を高めるには、自分の意思とは関係なく、代替的選択肢が実行されるようにすること。

- この点を利用した交渉の実例
  - 和平交渉のテーブルに着いたときに、交渉人の判断とは別に、現場には戦闘を開始する権限が与えられていることを示す。
  - 労使交渉において、組合側が事前に労働者を十分に煽っておいて、交渉が長引くようならば、もはや組合側にもストライキに突入することを防ぐ手段がないようにする。

宿題

- 交互提案応答ゲームの次のようなバリエーションを考えよう。

- ゲーム１
- 双方ともに、共通の割引因子 δ を有する。
- プレイヤーBが提案を拒否した後に、次のプレイヤーBの提案が行われるまでには3期間必要。
- プレイヤーAが提案を拒否した後に、次のプレイヤーAの提案が行われるまでには１期間必要。

- 部分ゲーム完全均衡でのそれぞれの提案額を求めろ。

- ゲーム２
- 代替的選択肢２で取り扱った交互提案応答ゲームにおいて、交渉決裂確率とは別に、遅延費用を考慮すると、結果はどのように変わるか考察せよ。
- ただし、割引因子は二人共通のδとする。
- 交渉が決裂した際の利得は、その期に実現される利得として考えること。