千葉大学　ゲーム論II　第十回

上條　良夫

今日の内容

- 前回扱った，交渉の決裂・遅延のモデルを少しだけ一般化したモデルを扱う。

- 前回は、買い手のタイプは高タイプと低タイプの二つだけであったが、今回は様々なタイプがあるようなケースを扱う。

- 基本的なゲーム事態は同じなので，考え方はほぼ同じ。

モデル１：
相手の情報に不確実性が存在するとき、なぜ交渉が決裂しうるのか？

- 新車の販売者（プレイヤー1）と潜在的な購入者（プレイヤー2）との間での取引交渉を考えよう。
- 車を一台、いくらで取引するのか（価格）、だけが交渉の争点。

プレイヤー1

いらっしゃいませ。
どちらの商品をお求めでしょうか。

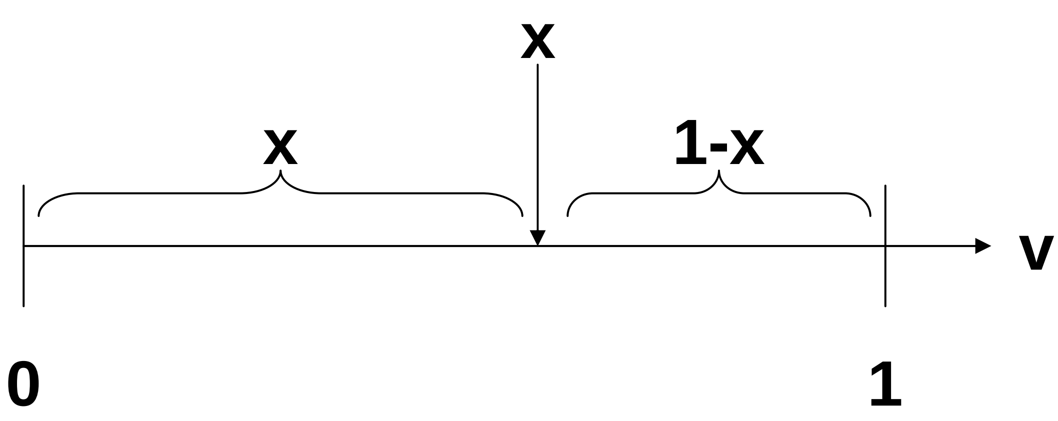
プレイヤー2

この青い車がいいわ

- プレイヤー1にとっては、財の価値は 0.（に基準化しておく）
- プレイヤー2には、財の評価に対して様々なタイプが存在する。
- 財の評価を **v** とするようなプレイヤー２のタイプ（これを**タイプ v** とよぶ）が[0, 1]区間上に一様に分布している。
- [0, 1]区間上に一様に分布？

[0, 1]区間上に一様に分布

- [0, 1]区間内のすべてのタイプｖが同じぐらい存在している状況を表す。
- すべてのタイプｖが同じ確率で存在している状況ともいえる。
- 重要な性質
  - プレイヤー2の評価値がｘ 以上である確率 ・・・ **1-x**
  - プレイヤー2の評価値がｘ 以下である確率 ・・・ **x**



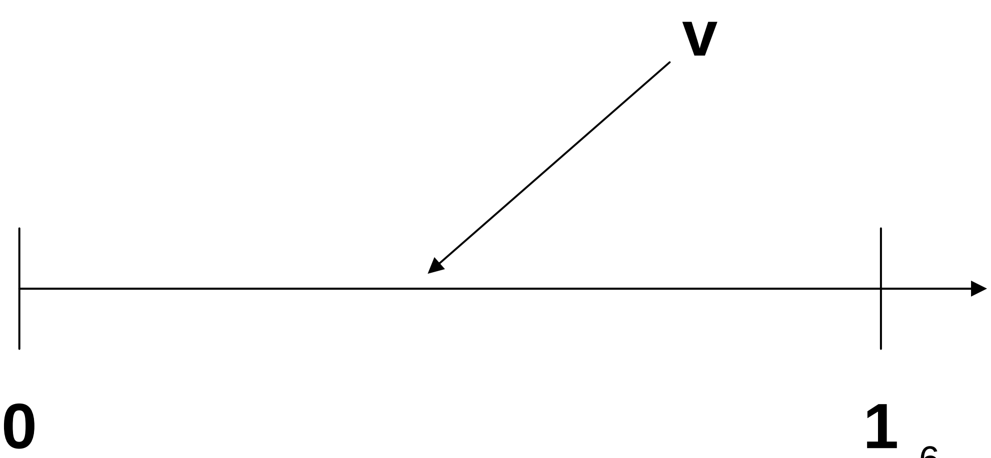
プレイヤー1

プレイヤー2

プレイヤー1には
購入者のタイプ
はわからない。

評価値が [0, 1]
区間上の一様分布
であることはしっている。

プレイヤー2 は自分の評価値 v
がわかる



完全ベイジアン均衡の導出

- 均衡を考えるときのポイントは、
  - タイプごとの最適反応
  - 必要であれば、情報のベイズルールによる更新
- 二番目のベイズルールによる情報の更新はここではあまり気にしなくて良い。
- まず
  - プレイヤー2のタイプごとの最適反応を求め、
  - 次に、それを考慮したプレイヤー1の最適反応
- を考えればよい。

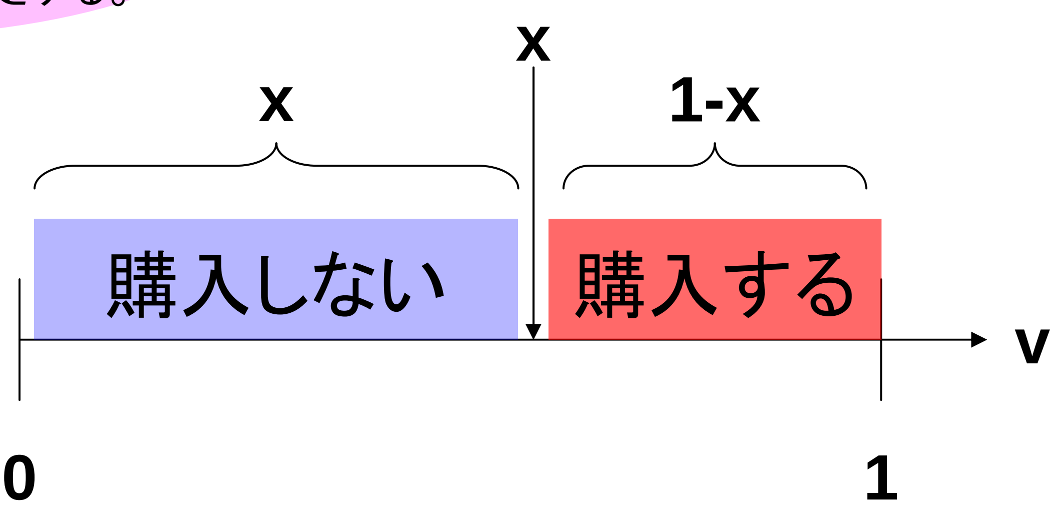
プレイヤー1の提案 x（万円）に対する プレイヤー2の最適反応

x 万円 →

タイプ v の反応

x <= v	購入
x > v	購入しない

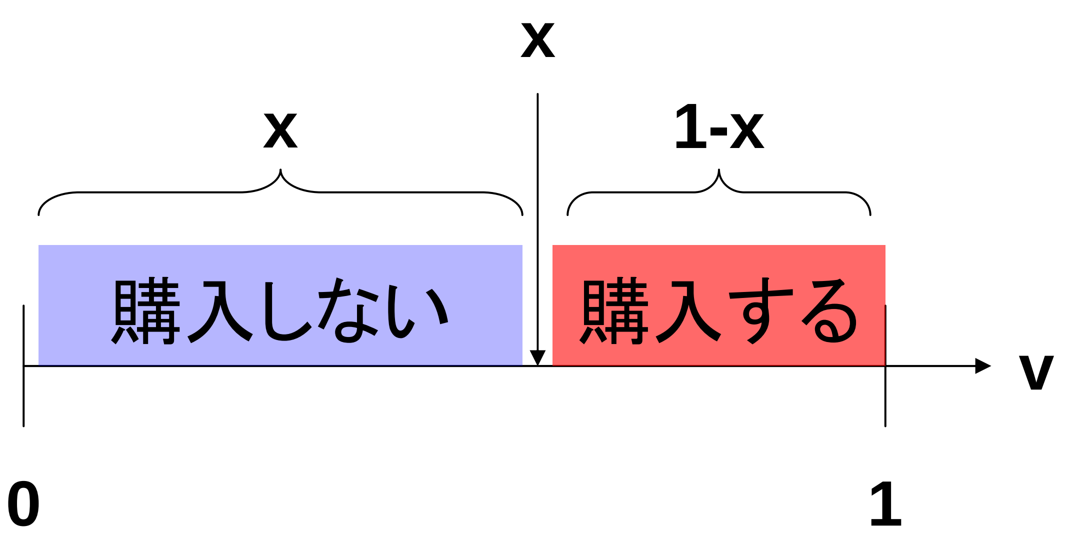
注意
プレイヤー2は、「購入する」と「購入しない」が無差別であれば「購入する」を選ぶと仮定する。



プレイヤー1の最適反応

プレイヤー2の最適反応を考慮すると、
プレイヤー1が x を提案したときの期待利得は

$$Eu(x) = \mathbf{(1-x)\ x}$$



プレイヤー1の最適反応

期待利得を最大化するｘの値を求める。

$$Eu(x) = x(1-x) = -(x - 1/2)^2 + 1/4$$

$$d\,Eu / d\,x = 1 - 2x = 0$$
$$\Rightarrow \quad x = 1/2$$

よって、
x = 1/2 でプレイヤー1の期待利得は最大化される。

- つまり、完全ベイジアン均衡では
  - プレイヤー1は 1/2 を提示して
  - プレイヤー2 タイプ v は、
    - v >= 1/2 ならば購入して、
    - v < 1/2 なら購入しない、
- ということになる。

- つまり、プレイヤー1と評価値が 1/2 未満のタイプのプレイヤー2との間にも取引の利益は存在していたが、そのような利益は実現されない。

- これは、プレイヤー1がなるべく高い価格で財を販売しようとした合理的な選択の結果である。

モデル2:
相手の情報に不確実性が存在するとき、なぜ交渉は遅延するのか

- 先ほどと同様に、新車の販売者(プレイヤー1)と潜在的な購入者(プレイヤー2)との間での取引交渉を考えよう。
- ただし、ここでは複数期間にわたり交渉を行う状況を考える

プレイヤー1

いらっしゃいませ。
どちらの商品をお求めでしょうか

プレイヤー2

この青いのがいいわ

- 交渉形態としては、最初にプレイヤー1が各期の販売価格を提示し、それに対して、プレイヤー2がどの期で購入するか、あるいは購入しないかを決定するモデルを考える。つまり、
- まず、プレイヤー1が第一期の販売価格 x と第二期での販売価格 y を決定する。
- 次に、プレイヤー2が、第一期に購入するのか、第二期に購入するのか、あるいは購入しないかを決定する。

プレイヤー1

今買えば60万円ですよ。
一ヵ月後は56万円です。

プレイヤー2

なら一ヵ月後に買おうかしら。

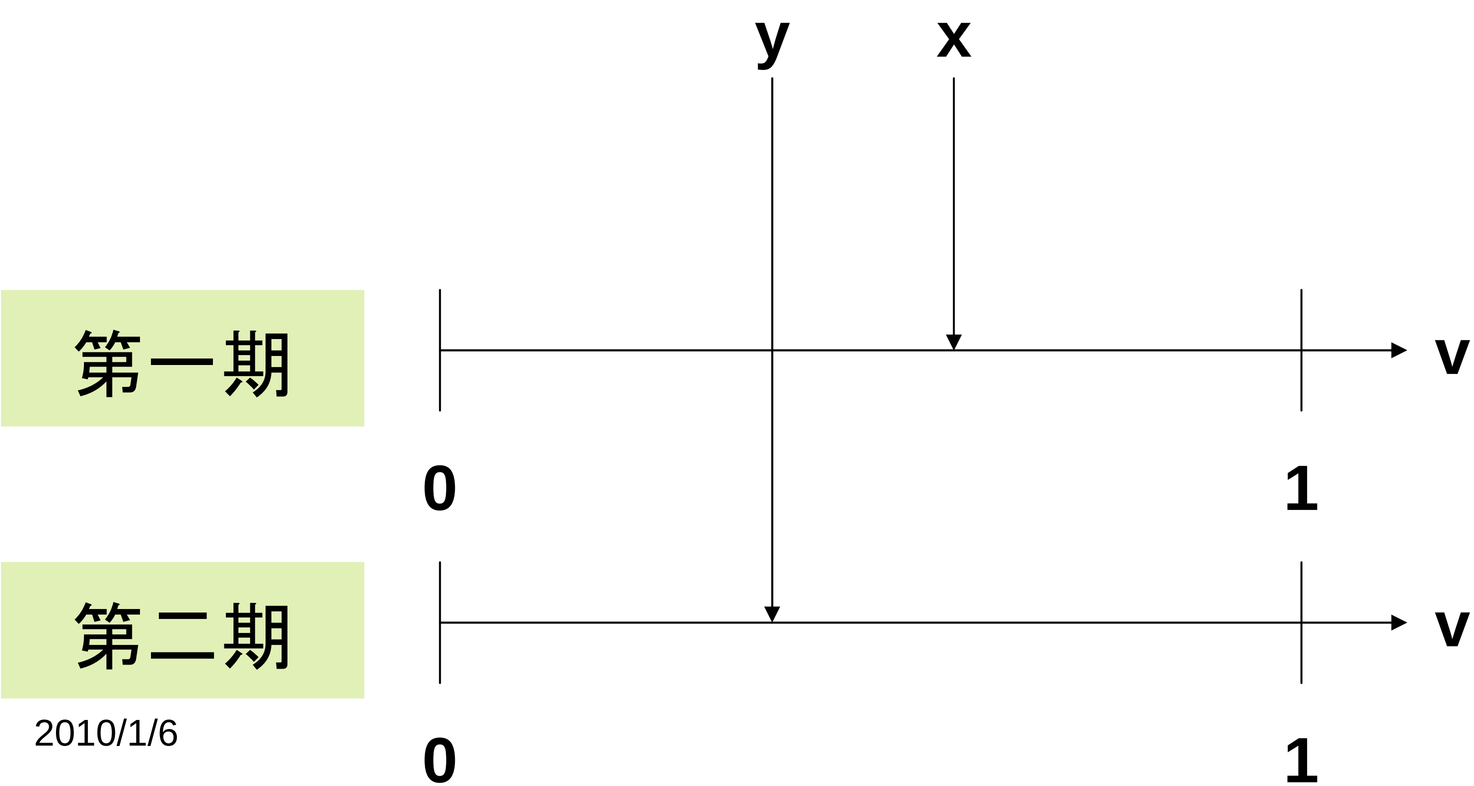
- プレイヤー1にとっては、財の価値は 0.（に基準化しておく）
- プレイヤー2には、財の評価に対して様々なタイプが存在する。
- 財の評価を **v** とするようなプレイヤー２のタイプ（これを**タイプ v** とよぶ）が[0, 1]区間上に一様に分布している。

- プレイヤー2はなるべく早く商品をほしいと考えており、割引因子 δ である。
- その一方で、プレイヤー1には時間選好は存在しない。つまり、第一期の利得も第二期の利得も、第一期からみて同じ価値を有する。

プレイヤー1の提案 第一期x, 第二期y に対するプレイヤー2の最適反応

今なら x 万円

来月は y 万円

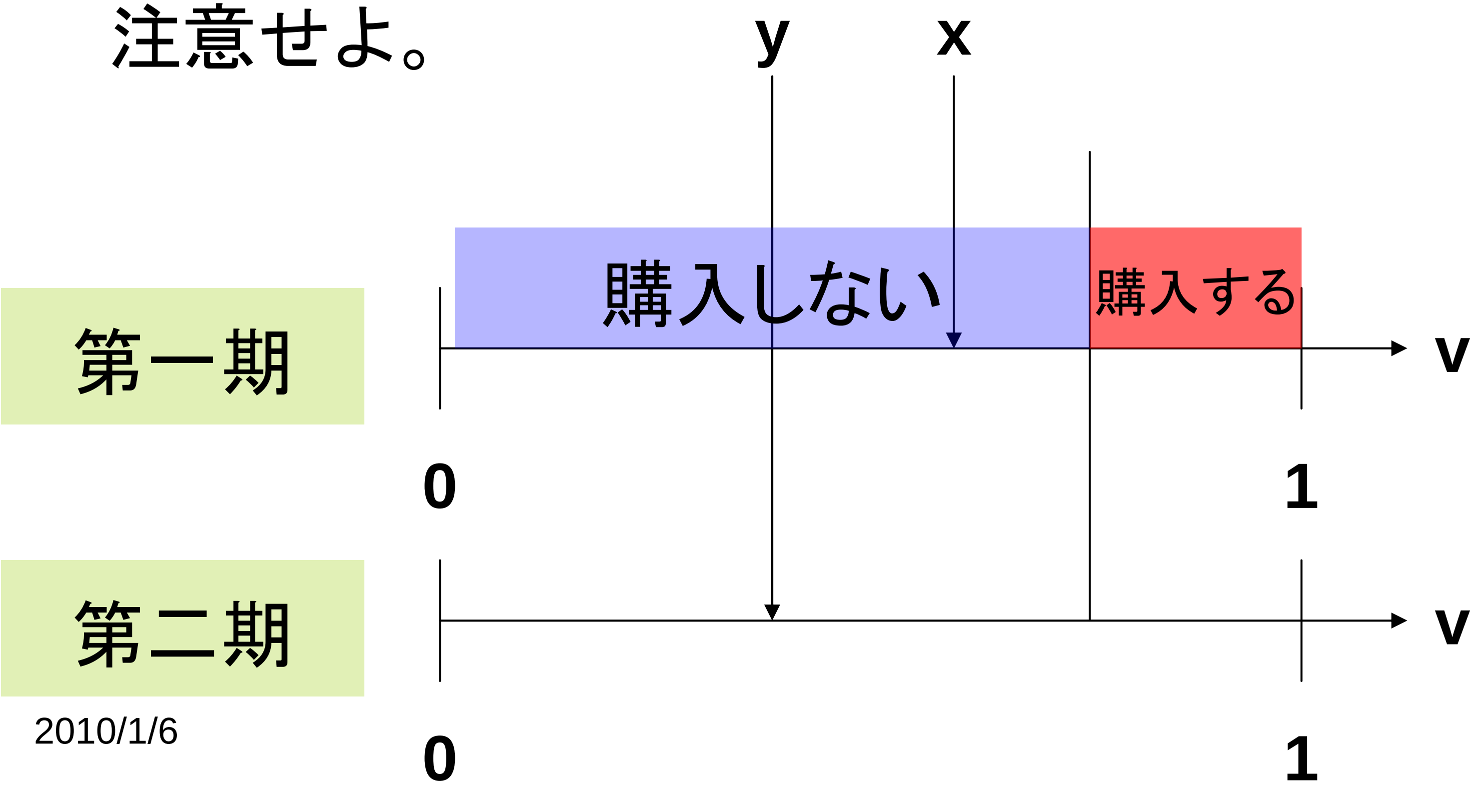


- タイプ v が第一期に財を購入するための条件

$$v - x \geq \delta(v - y) \qquad and \qquad v \geq x$$

$$\Leftrightarrow v \geq \frac{x - \delta y}{1 - \delta} \qquad and \qquad v \geq x$$

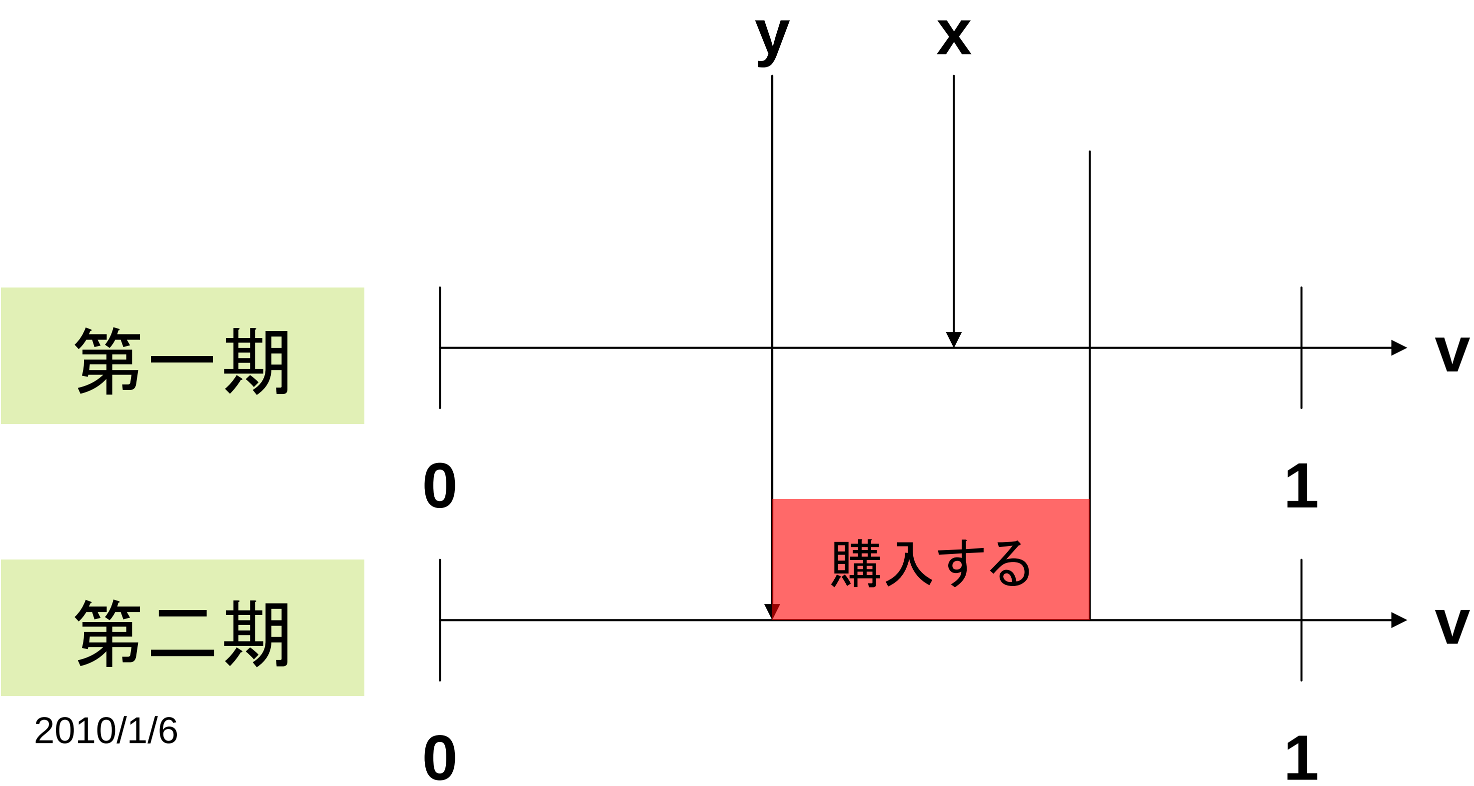
- x >= y であるかぎり, (x-δy)/(1-δ) > x であることに注意せよ。



- タイプｖが第二期に財を購入するための条件

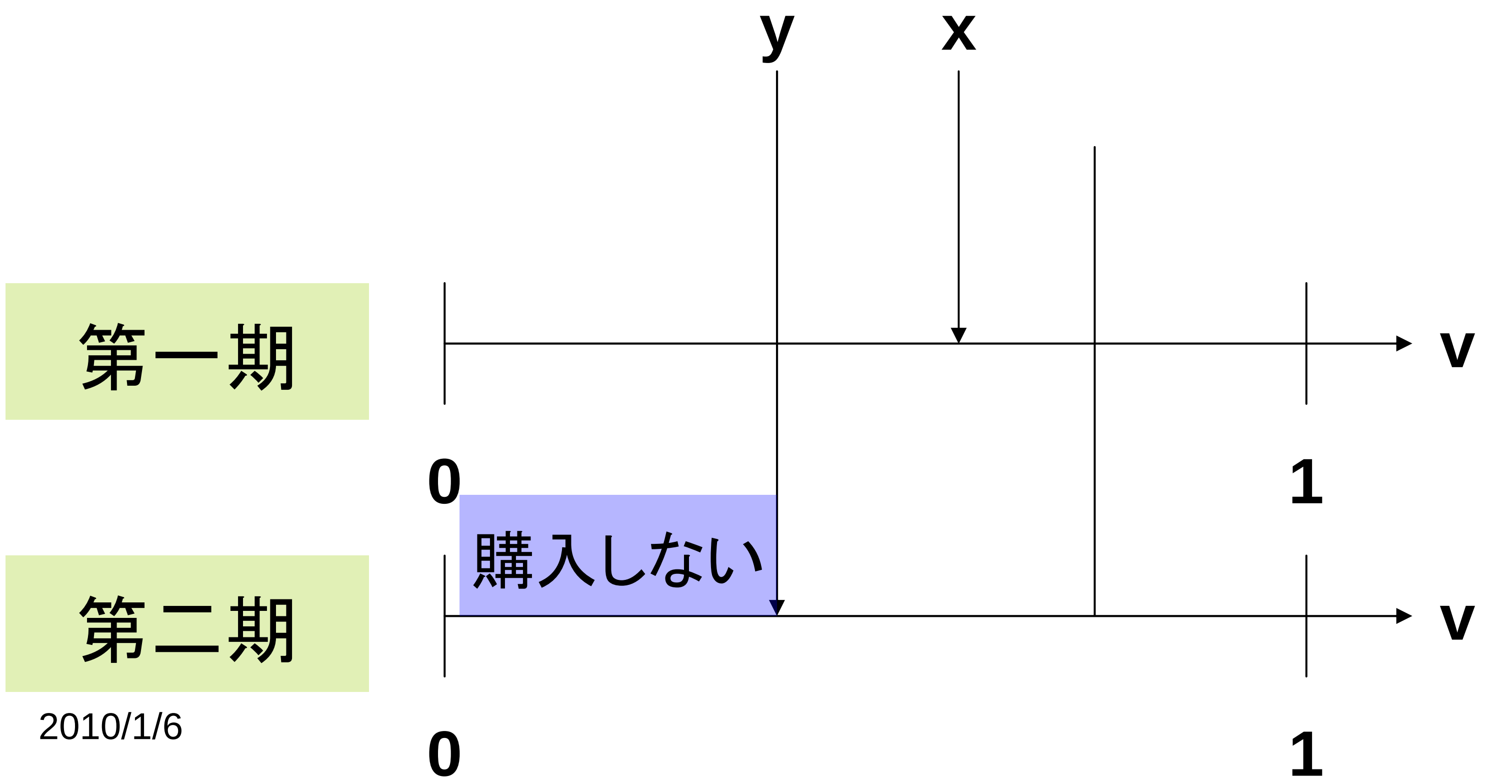
$$v - x < \delta(v - y) \qquad and \qquad v \geq y$$

$$\Leftrightarrow v < \frac{x - \delta y}{1 - \delta} \qquad and \qquad v \geq y$$

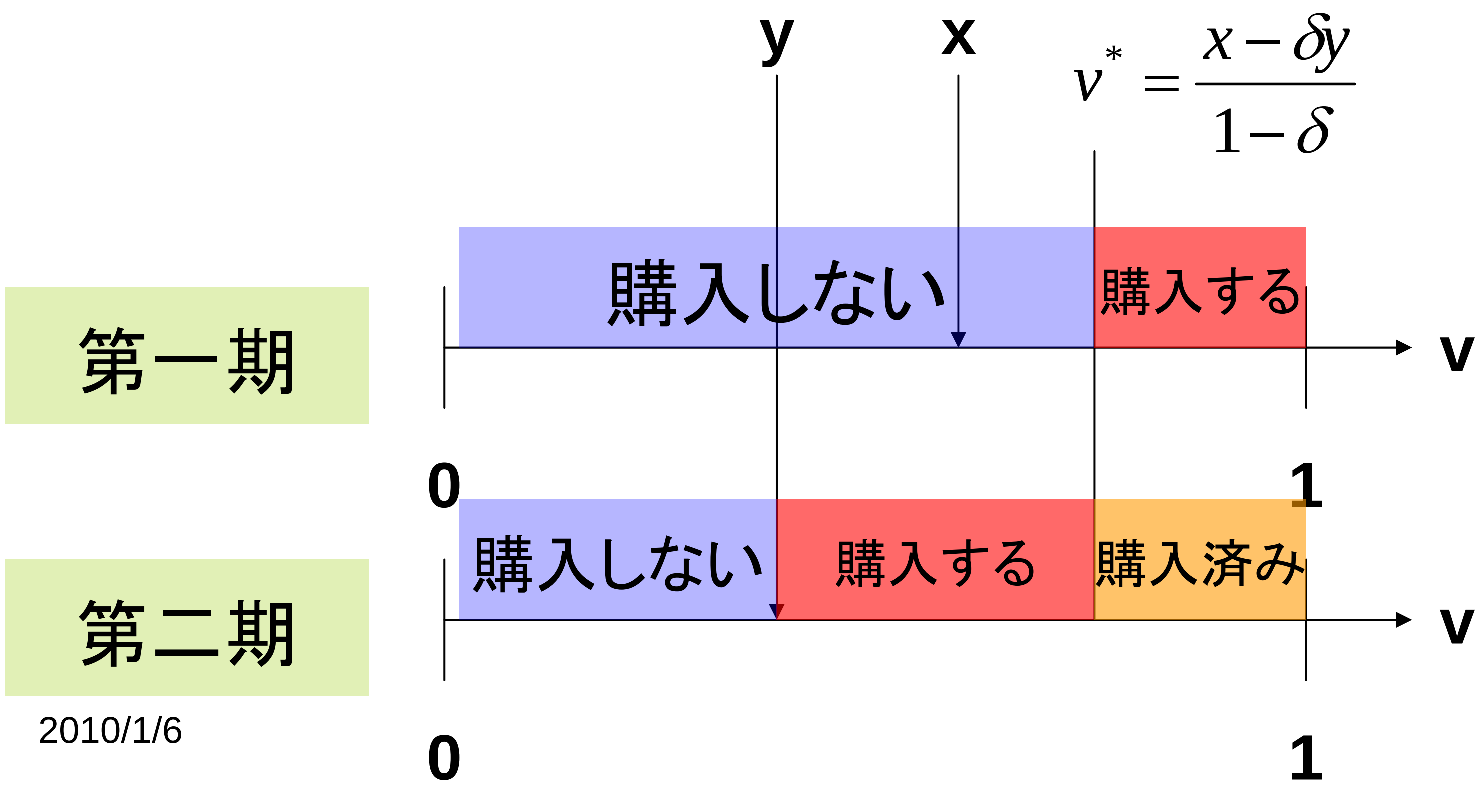


- タイプｖが第一期にも第二期にも財を購入しない条件

$$y > v$$



- 以上をまとめると、 $v^* = \dfrac{x - \delta y}{1 - \delta}$ とすると、
  - v>=v* ならば、第一期に購入
  - v < v* and v >= y ならば、第二期に購入
  - v < y ならば購入しない。

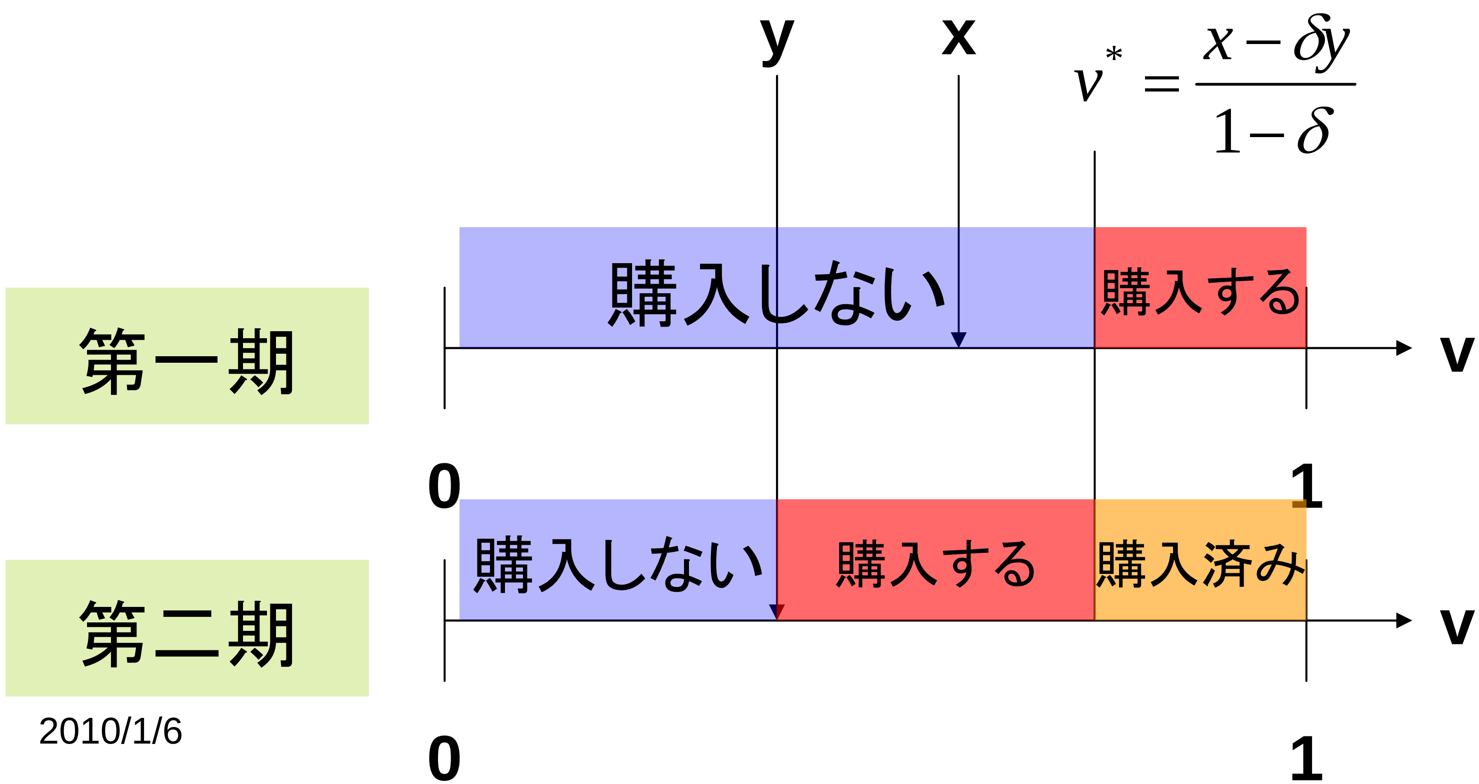


プレイヤー1の最適反応

プレイヤー2の最適反応を考慮すると、
プレイヤー1が x, y を提案したときの期待利得は

$$Eu(x, y) = (1 - v^*)x + (v^* - y)y$$

$$v^* = \frac{x - \delta y}{1 - \delta}$$



プレイヤー1の最適反応

期待利得を最大化する x, y を求める。

$$v^* = \frac{x - \delta y}{1 - \delta}$$ なので

$$Eu(x, y) = (1 - v^*)x + (v^* - y)y$$

$$= (1 - \frac{x - \delta y}{1 - \delta})x + (\frac{x - \delta y}{1 - \delta} - y)y$$

$$\frac{\partial Eu}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial Eu}{\partial y} = 0$$

を満たすようなx, y の値を
求めるのが一番簡単な方法

プレイヤー1の最適反応

計算すると

$$\frac{\partial Eu}{\partial x} = 0 \Leftrightarrow 2x - (1+\delta)y = 1-\delta$$

$$\frac{\partial Eu}{\partial y} = 0 \Leftrightarrow (1+\delta)x - 2y = 0$$

よって

$$x = \frac{2(1-\delta)}{4-(1+\delta)^2}$$

$$y = \frac{1-\delta^2}{4-(1+\delta)^2}$$

- ベイジアン完全均衡では、プレイヤー1の提案は

$$x = \frac{2(1-\delta)}{4-(1+\delta)^2}$$

$$y = \frac{1-\delta^2}{4-(1+\delta)^2}$$

- プレイヤー2は,
- $v^* = \dfrac{\delta^2 - \delta + 2}{4-(1+\delta)^2}$ として
  - v >= v* ならば、第一期に購入
  - y<=v<v* ならば、第二期に購入
  - v<y ならば購入しない

- 評価値が v* 以上の買い手とは，無駄なく第一期に取引を終えることが可能。

- その一方で、評価値が y 以上 v* 未満の買い手とは、取引は第二期に行われるので、交渉は遅延している。買い手に時間選好があることを考慮すると、これは無駄である。

- さらには、評価値が y 未満の買い手とは、取引利益が存在するのにもかかわらず、取引はなされない。

ところで

- モデル2は、交渉の遅延を説明するモデルとして適当であろうか？

- モデル2がうまくあてはまる例
  – ハードカバーと文庫本
  – 初回限定版と通常版

- 売り手の、ある「販売戦略」を説明するモデルではあるが、交渉という感じはしない。

- モデル2は、交渉におけるプレイヤー間の動的なやりとりを排除していることが問題。
- 二期間のモデルであれば、売り手は買い手の第一期での反応を見たうえで、第二期の提示価格を決定するほうが交渉としては自然である。
- モデル2では売り手は最初に提示した第二期の価格ｙを買い手の反応を見た上で変更することができないのに対して（言い換えれば、価格ｙにコミットできる）、修正したモデルでは買い手の反応に応じて第二期の価格を決定できるのである。

モデル3：
相手の情報に不確実性が存在するとき、なぜ交渉は遅延するのか

- 先ほどと同様に、新車の販売者（プレイヤー1）と潜在的な購入者（プレイヤー2）との間での取引交渉を考えよう。
- ただし、ここでは複数期間にわたり交渉を行う状況を考える

プレイヤー1

いらっしゃいませ。
どちらの商品をお求めでしょうか

この青いのがいいわ

プレイヤー2

- 交渉形態としては、以下のとおり。
- 第一期、
  - プレイヤー1が第一期の販売価格 x とを決定する。
  - それに対して、プレイヤー2が購入するかしないかを決定する。
  - 購入しない場合には第二期に移行。
- 第二期
  - プレイヤー1が第二期の販売価格 y を決定する。
  - それに対して、プレイヤー2が購入するかしないかを決定する。
  - 購入しない場合は交渉は決裂で終了する。

第一期

プレイヤー1

今買えば80万円ですよ。
（ちょっと高めに言っとくか）

高いわ。ならいらない。
（少し待てば安くなるはず）

プレイヤー2

- 交渉形態としては、以下のとおり。
- 第一期、
  - プレイヤー1が第一期の販売価格 x とを決定する。
  - それに対して、プレイヤー2が購入するかしないかを決定する。
  - 購入しない場合には第二期に移行。
- 第二期
  - プレイヤー1が第二期の販売価格 y を決定する。
  - それに対して、プレイヤー2が購入するかしないかを決定する。
  - 購入しない場合は交渉は決裂で終了する。

第二期

プレイヤー1

プレイヤー2

では60万円でどうですか。
（思ったより財布の紐がきついな）

じゃあ、買おうかしら。
（すこし我慢してよかったわ）

完全ベイジアン均衡の導出

- 均衡を考えるときのポイントは、
  - タイプごとの最適反応
  - 信念を前提として、最適反応を計算
  - 必要であれば、情報（信念）のベイズルールによる更新
  - 信念は均衡におけるプレイヤーの行動と整合的

- ここでは、二番目のベイズルールによる情報（信念）の更新が重要になる。

- 簡単に言えば、売り手は当初（第一期）は買い手の評価値は[0, 1] 区間上に一様に分布していると考えるが、
- 第二期に到達したときには、「買い手が第一期の価格で購入しなかったのは評価値が低かったためである」と売り手は考え、買い手の評価値の分布を下方に修正するのである。

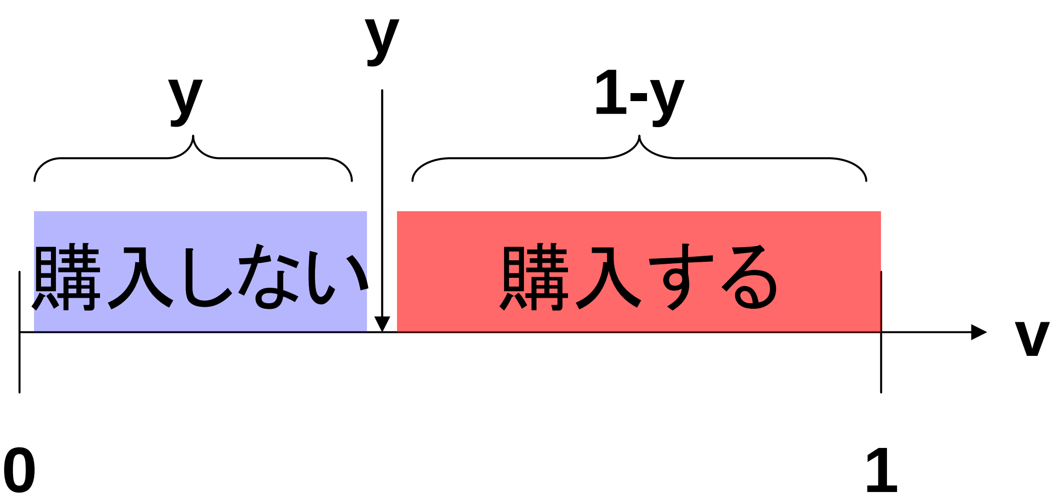
第二期
プレイヤー1の提案 y に対する
プレイヤー2の最適反応

y 万円 →

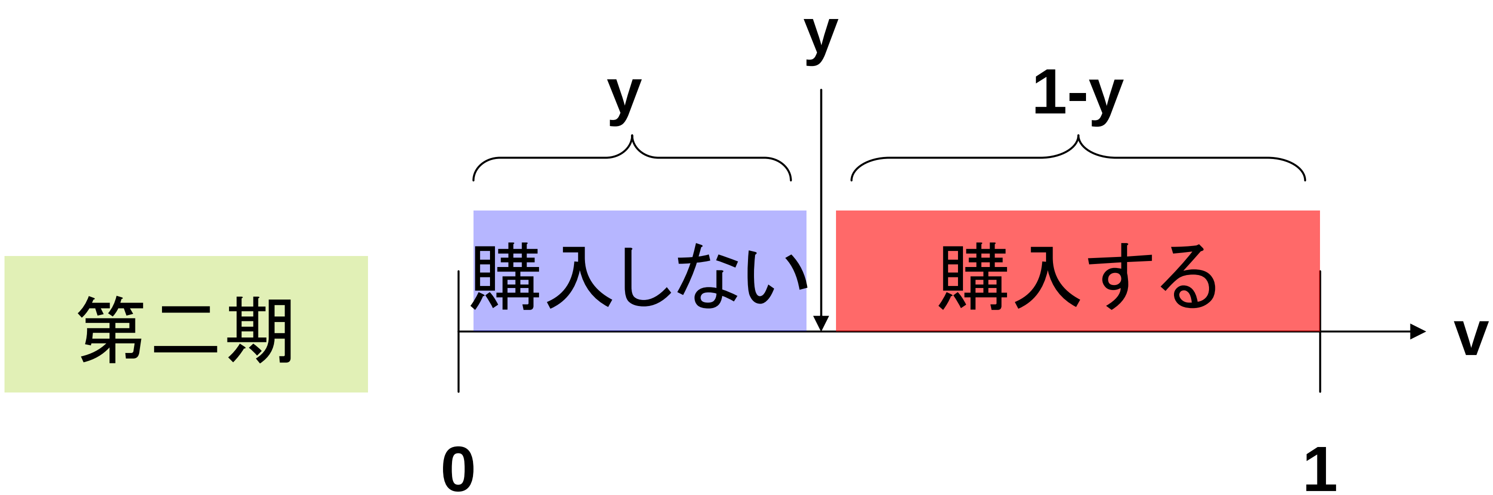
タイプ v の
反応

y <= v	購入
y > v	購入しない

第二期



第二期
プレイヤー1の最適反応

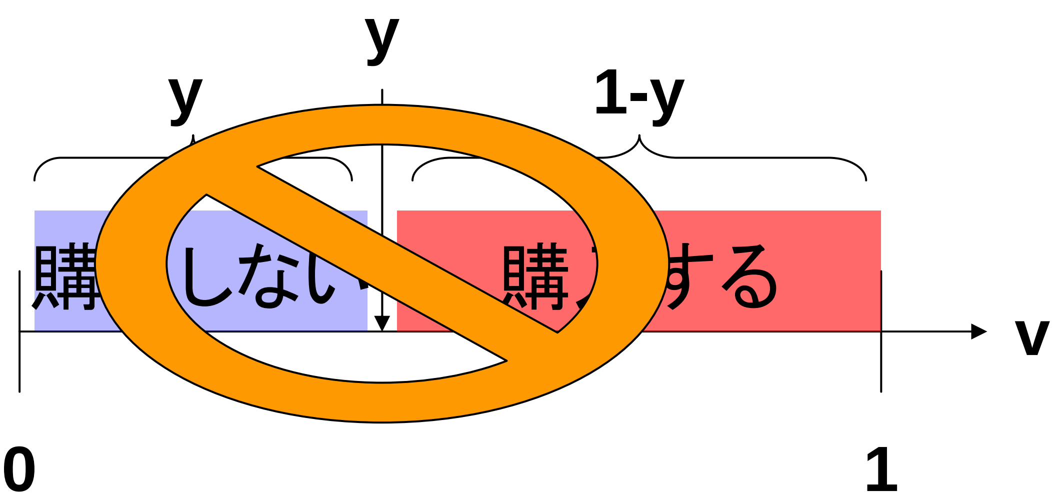


- 第一期のプレイヤー2の行動から、プレイヤー1は、「プレイヤー2の評価値は v* 以下である」と見積もっている。
- 言い換えれば、プレイヤー2の評価値は、[0, v*] 上に一様に分布している、という信念を有している。

第二期
プレイヤー1の最適反応

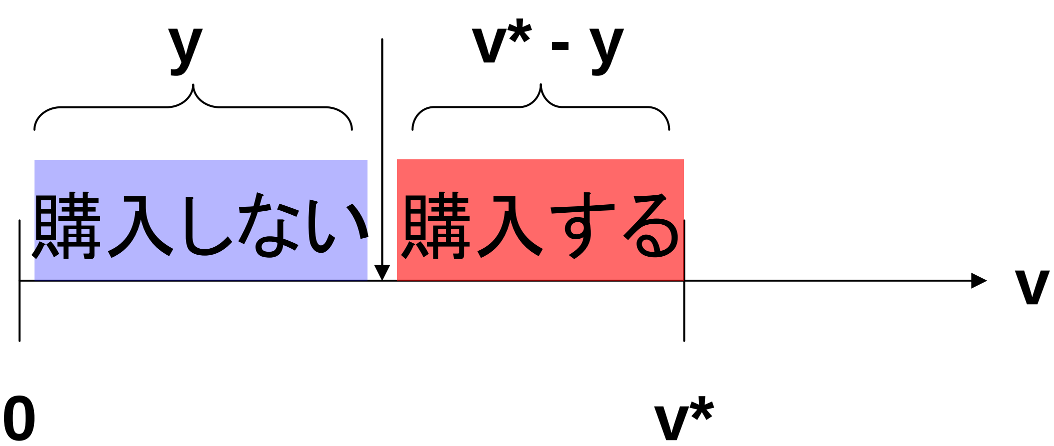
y 万円

第二期



プレイヤー1の信念の下では、

第二期

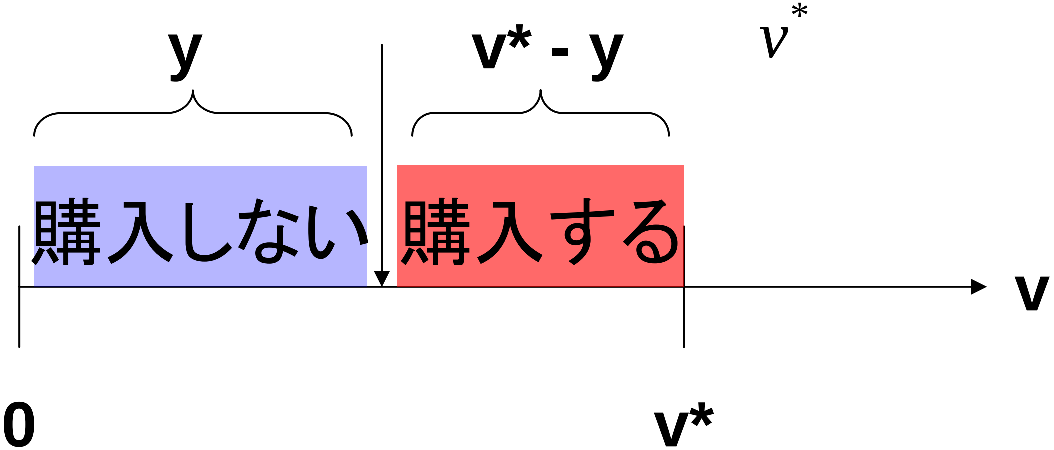


第二期
プレイヤー1の最適反応

y 万円

y

- プレイヤー1の、プレイヤー2の評価値は、[0, v*] 上に一様に分布している、という信念の下では
  - 提案 y で購入される確率 $\frac{v^* - y}{v^*}$
  - 提案 y で購入されない確率 $\frac{y}{v^*}$



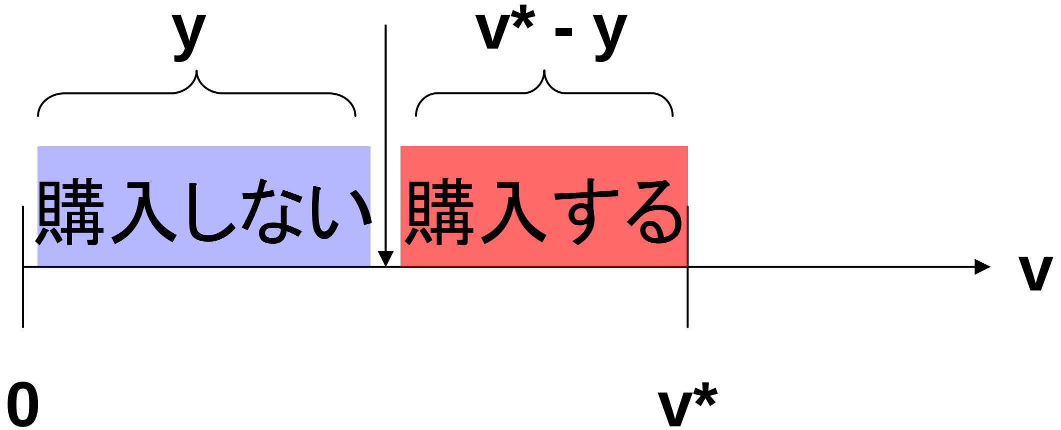
第二期

第二期
プレイヤー1の最適反応

プレイヤー2の最適反応と、プレイヤー1の信念を考慮すると、
プレイヤー1が y を提案したときの期待利得は

$$Eu(x) = \frac{(v^* - y)y}{v^*}$$

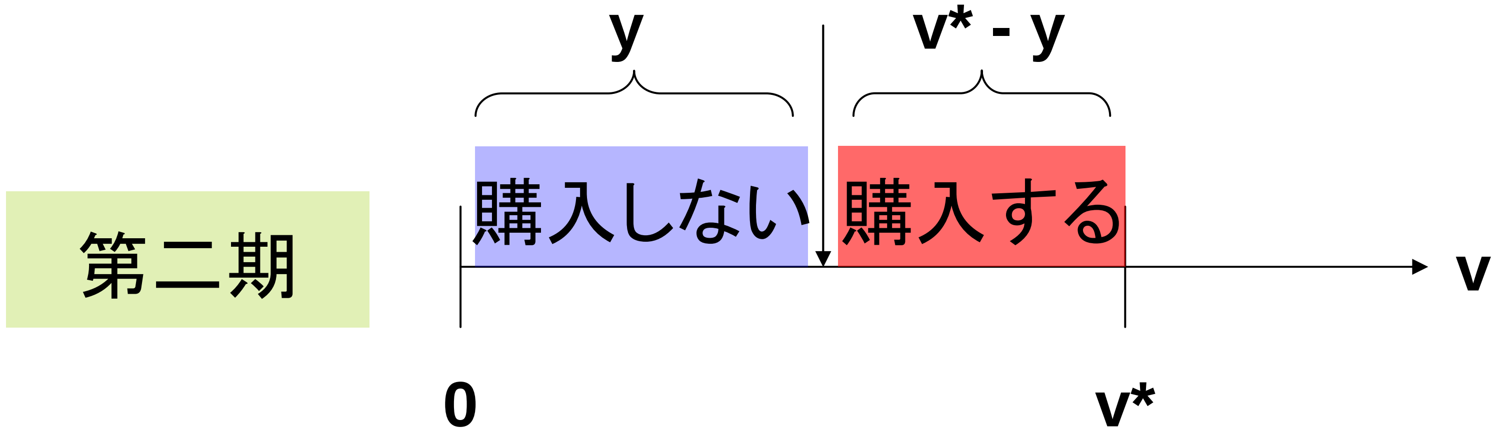
第二期



第二期
プレイヤー1の最適反応

プレイヤー2の最適反応と、プレイヤー1の信念を考慮すると、
プレイヤー1が y を提案したときの期待利得は

よって、y = v* / 2 とすることが最適である。



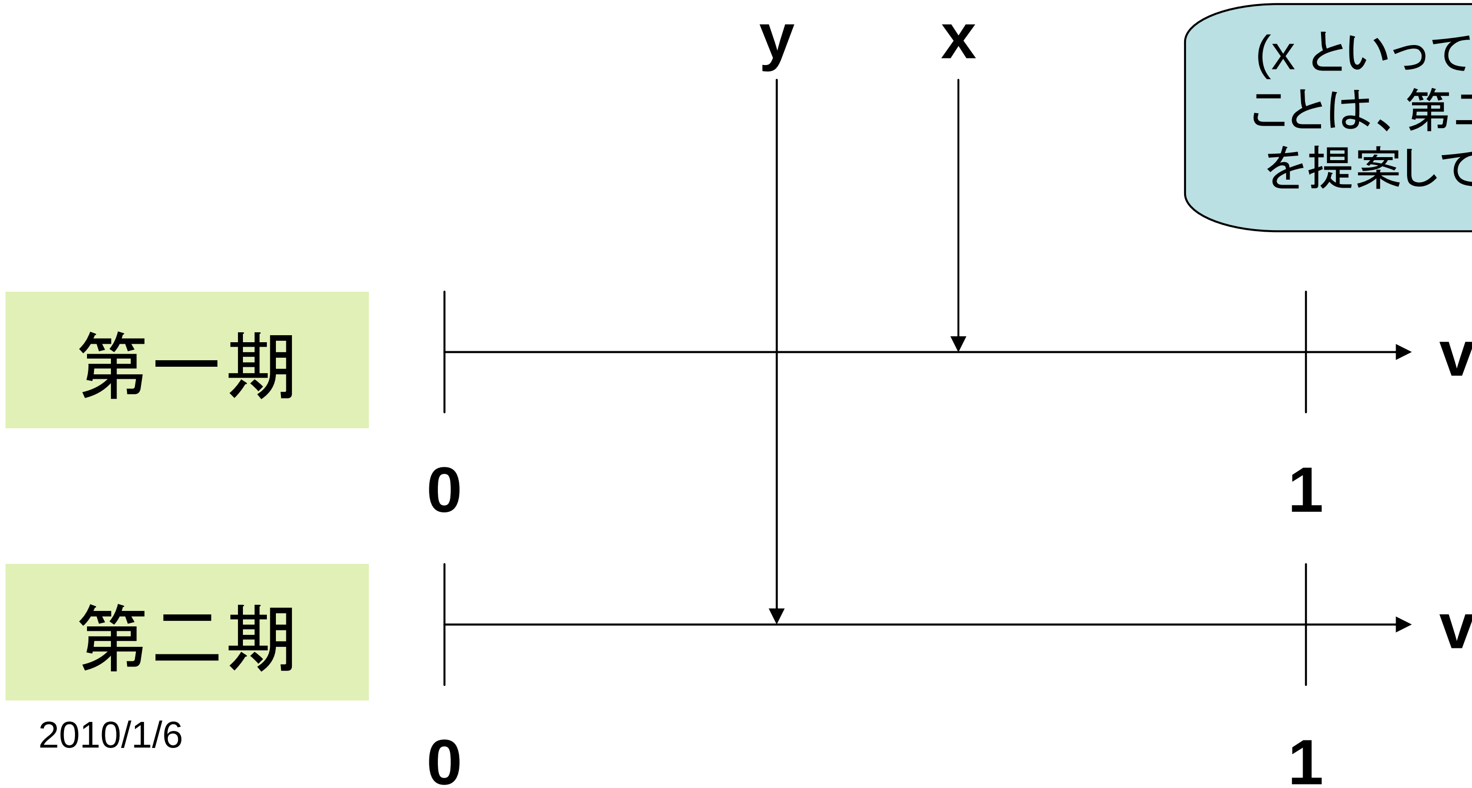
第二期の最適反応のまとめ

- プレイヤー1
  - プレイヤー2の評価値が [0, v*] 上に一様に分布しているという信念の下では、y = v* / 2 を提案する。
- プレイヤー2
  - 評価値 v >= y であれば、購入する。
  - v < y であれば購入しない。

第一期
プレイヤー1の提案 x に対する
プレイヤー2の最適反応（第二期は y を提案してくる予想）

今なら　x　万円

(x といってきたということは、第二期には y を提案してくるわね)

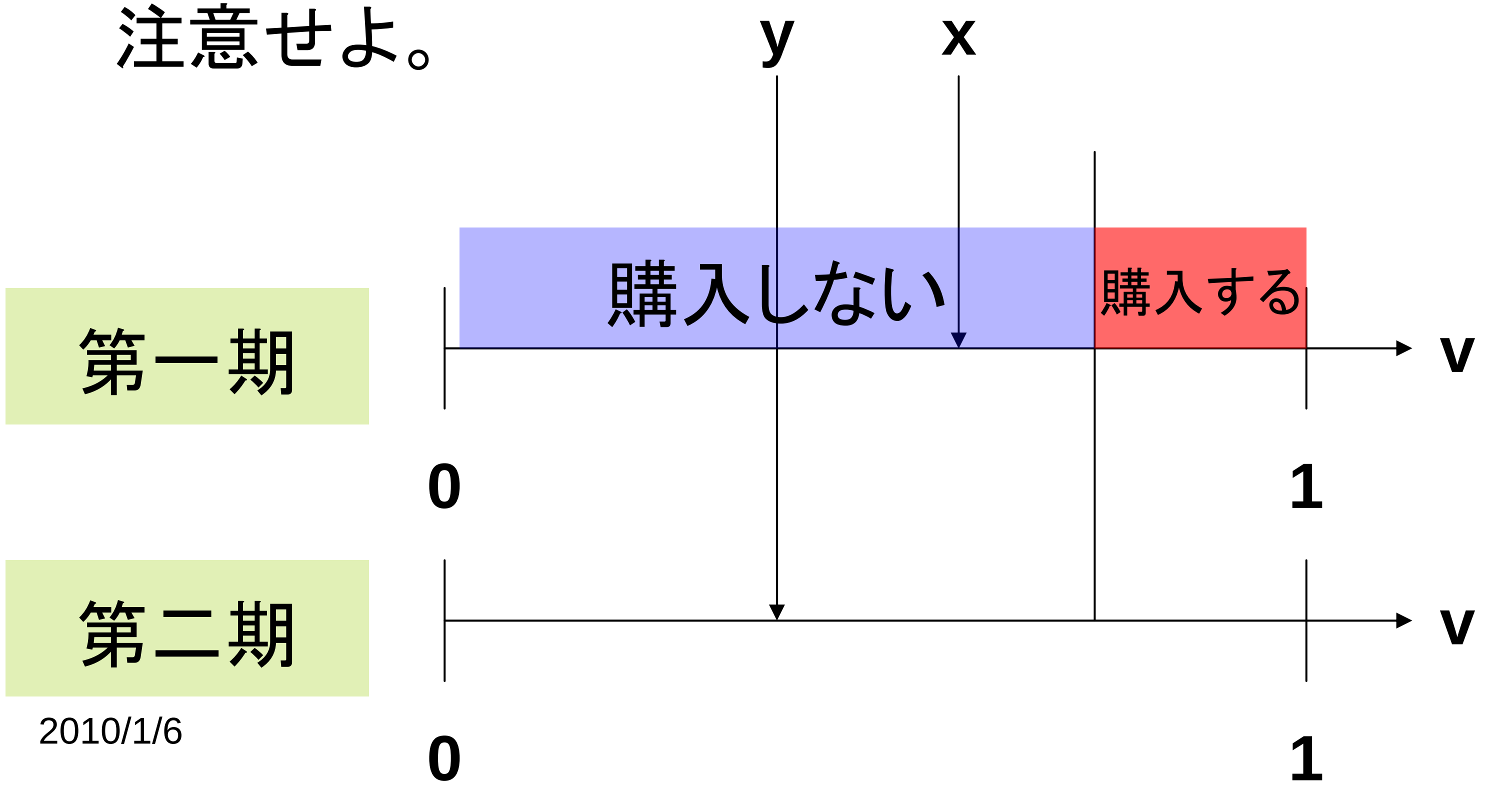


- タイプ v が第一期に財を購入するための条件

$$v - x \geq \delta(v - y) \qquad and \qquad v \geq x$$

$$\Leftrightarrow v \geq \frac{x - \delta y}{1 - \delta} \qquad and \qquad v \geq x$$

- x >= y であるかぎり, (x-δy)/(1-δ) > x であることに注意せよ。



- ここで、第二期のプレイヤー1の信念が、実際の行動と整合的でなければいけない、という条件を使う。

- つまり、 $v^* = \dfrac{x - \delta y}{1 - \delta}$

- さらに、第二期でのプレイヤー1の最適反応より

$$y = \frac{v^*}{2}$$

- 二つの式を連立して、x について解けば

$$y = \frac{x}{2 - \delta}$$

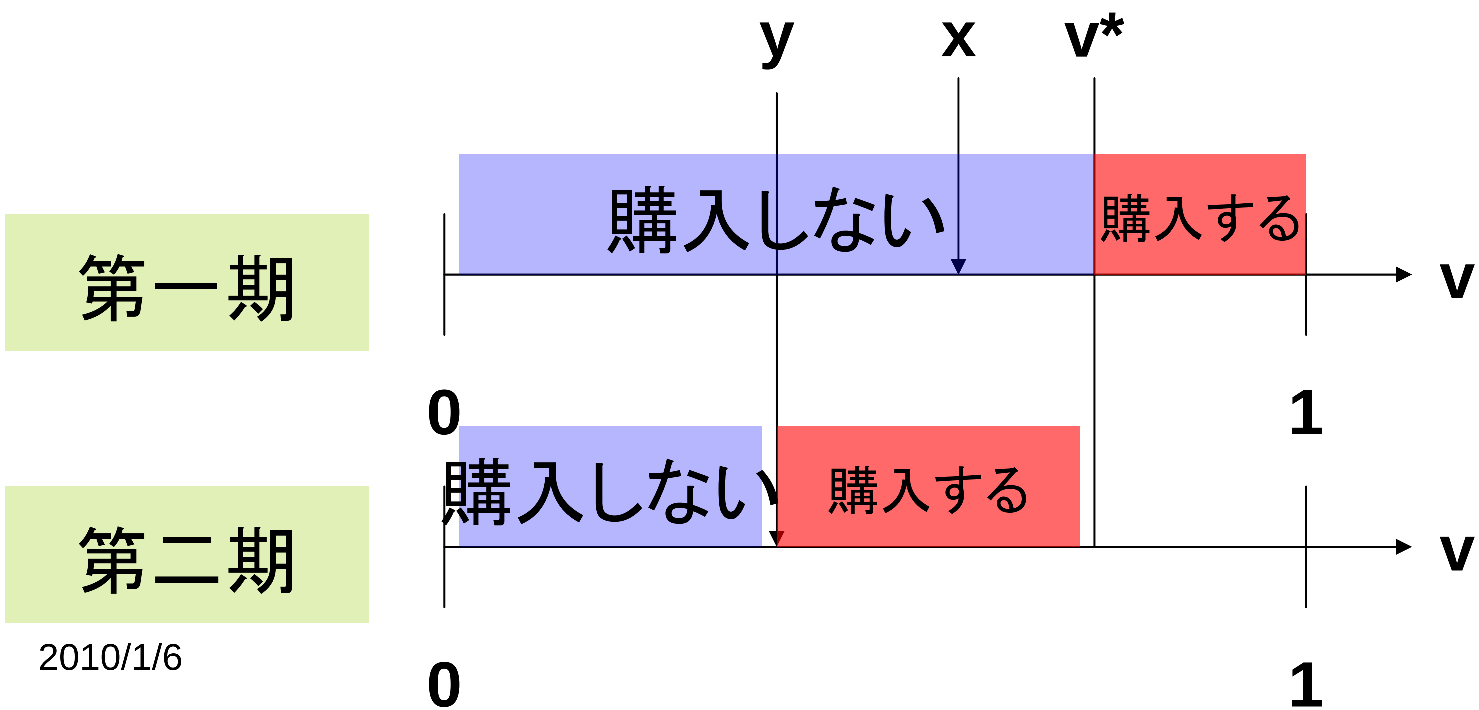
$$v^* = \frac{2x}{2 - \delta}$$

第一期
プレイヤー1の最適反応

期待利得の最大化

$$Eu(x) = (1 - v^*)x + (v^* - y)y$$

$$= (1 - \frac{2x}{2-\delta})x + (\frac{2x}{2-\delta} - \frac{x}{2-\delta})\frac{x}{2-\delta}$$



第一期
プレイヤー1の最適反応

期待利得の最大化

$$\frac{dEu(x)}{dx} = 1 - \frac{4x}{2-\delta} + \frac{2x}{(2-\delta)^2} = 0$$

$$\therefore x = \frac{(2-\delta)^2}{6-4\delta}$$

このときの、y, v* を求めると

$$y = \frac{x}{2-\delta} = \frac{2-\delta}{6-4\delta}$$

$$v^* = 2y = \frac{4-2\delta}{6-4\delta}$$

均衡経路上では

- 評価値が$v^* = \dfrac{4-2\delta}{6-4\delta}$ 以上の人は、第一期に $x = \dfrac{(2-\delta)^2}{6-4\delta}$ で購入する。

- 評価値が $v^* = \dfrac{4-2\delta}{6-4\delta}$ 未満 $y = \dfrac{2-\delta}{6-4\delta}$ 以上の人は第二期に $y = \dfrac{2-\delta}{6-4\delta}$ で購入する。

- 評価値が $y = \dfrac{2-\delta}{6-4\delta}$ 未満の人は購入しない。

- つまり、このモデルでも、交渉の遅延、決裂は生じる。

- 次回は情報の経済学を行う。
  - 逆選択
  - スクリーニング
  - シグナリング
- の順に扱う。