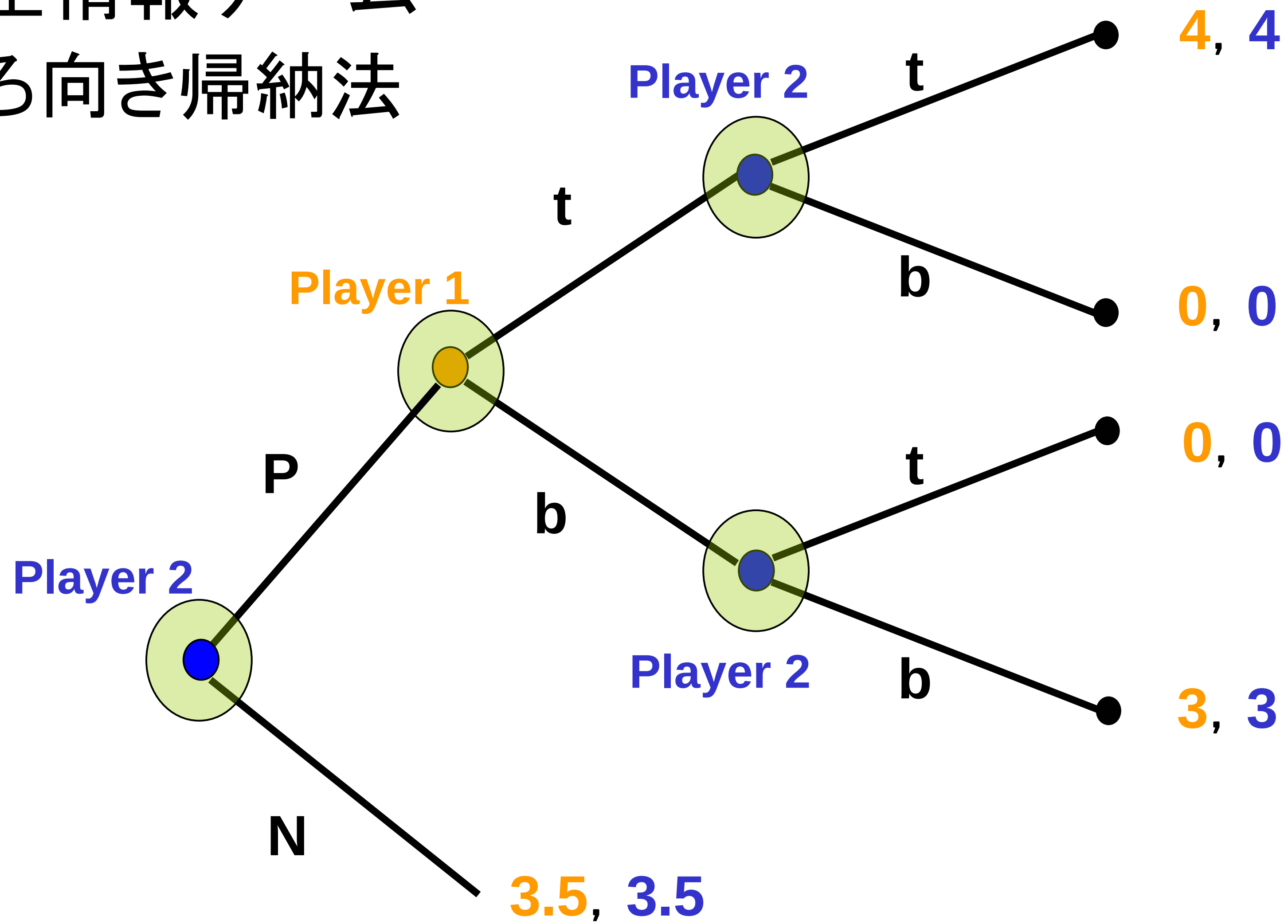
ゲーム論Ｉ 第九回

上條 良夫

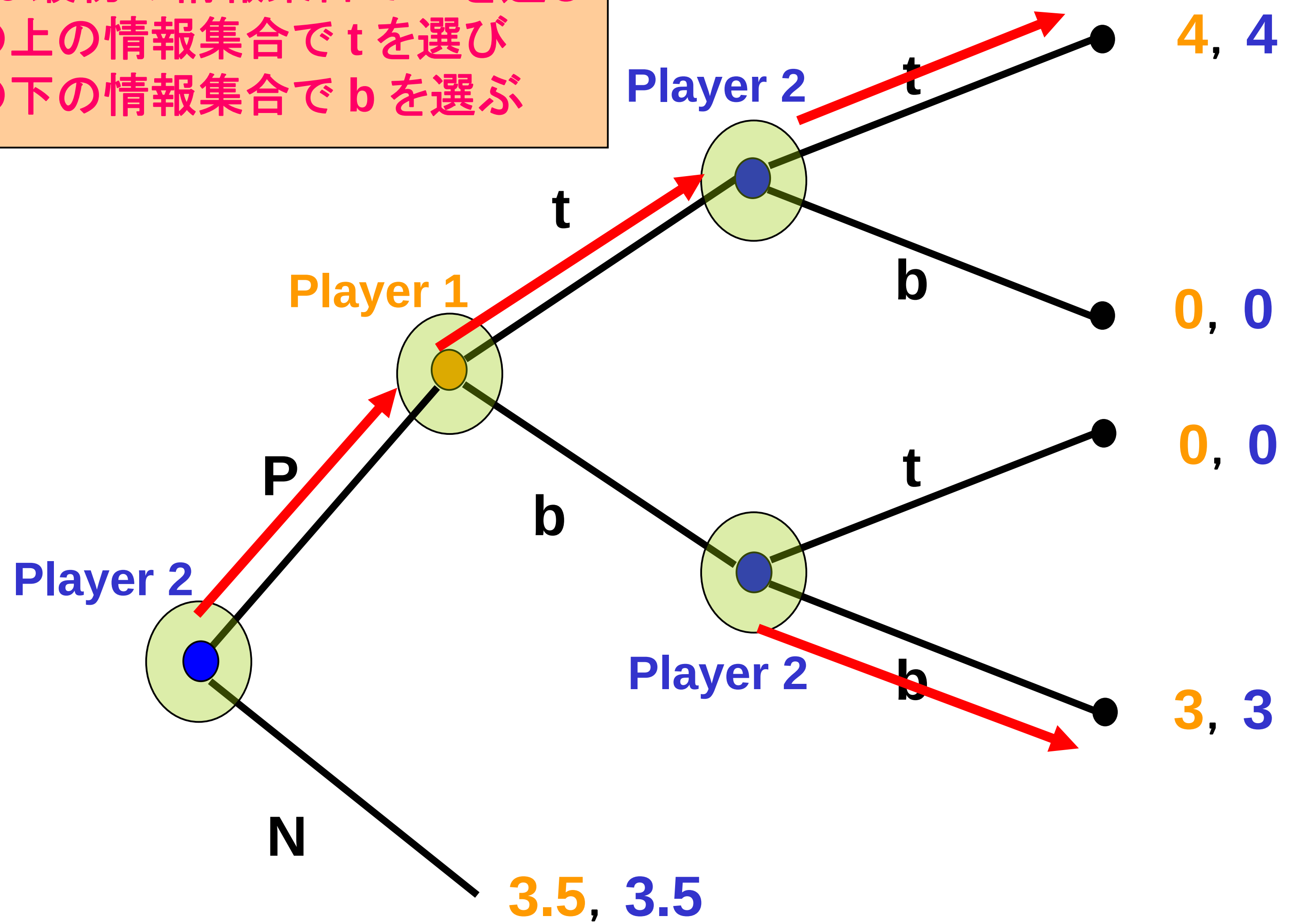
講義のキーワード

- 部分ゲーム完全均衡の導出
- 応用
  - コミットメント
- 局所戦略と行動戦略

- 例1
  - 完全情報ゲーム
  - 後ろ向き帰納法



部分ゲーム完全均衡は、
Player 1 は t を選ぶ
Player 2 は最初の情報集合で P を選び
二回目の上の情報集合で t を選び
二回目の下の情報集合で b を選ぶ



部分ゲーム完全均衡は、
Player 1 は t を選ぶ
Player 2 は最初の情報集合で P を選び
二回目の上の情報集合で t を選び
二回目の下の情報集合で b を選ぶ

部分ゲーム完全均衡は、

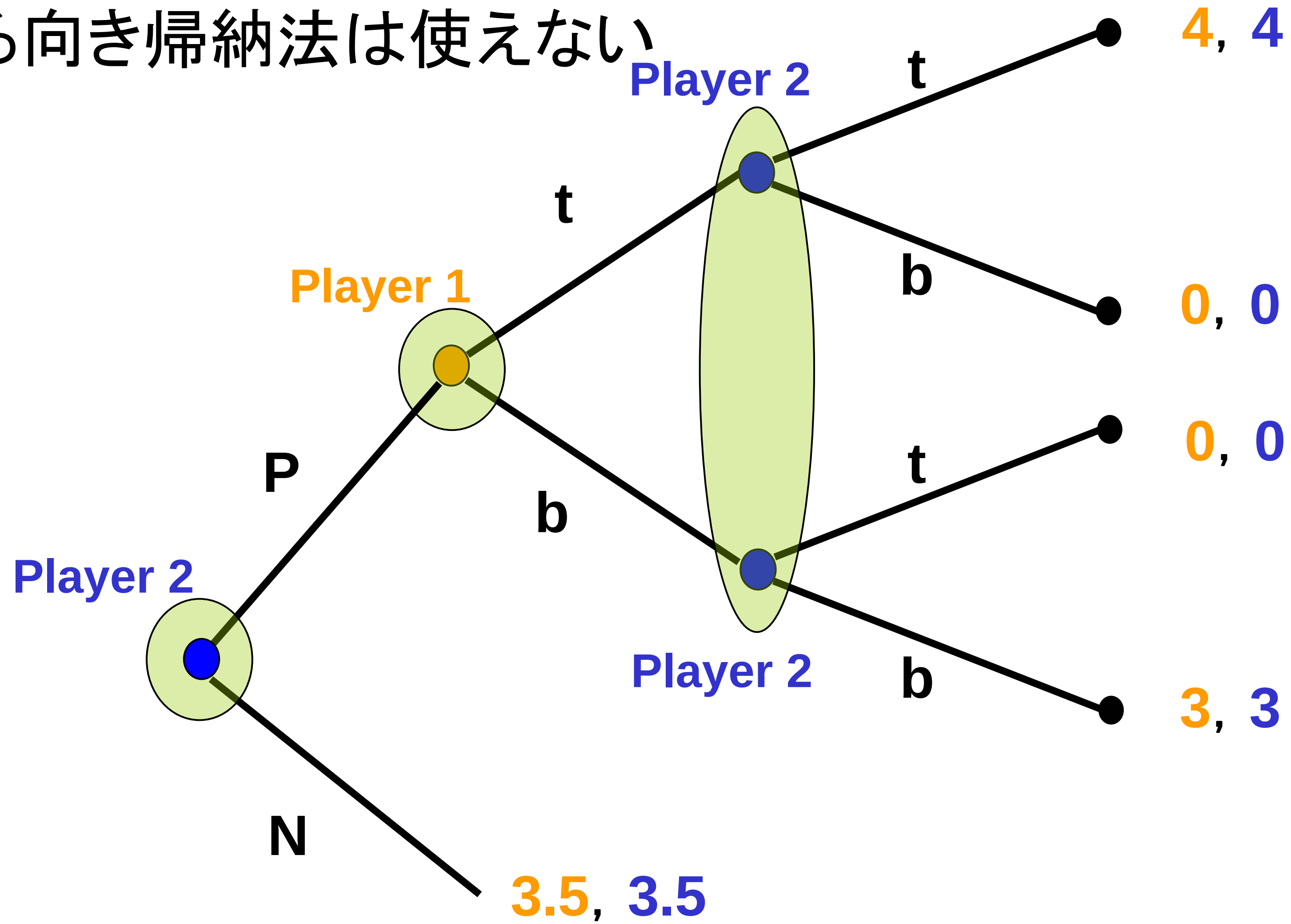
（t, $\boxed{\text{Ptb}}$）

この部分の表現方法はいろいろとある

例えば、

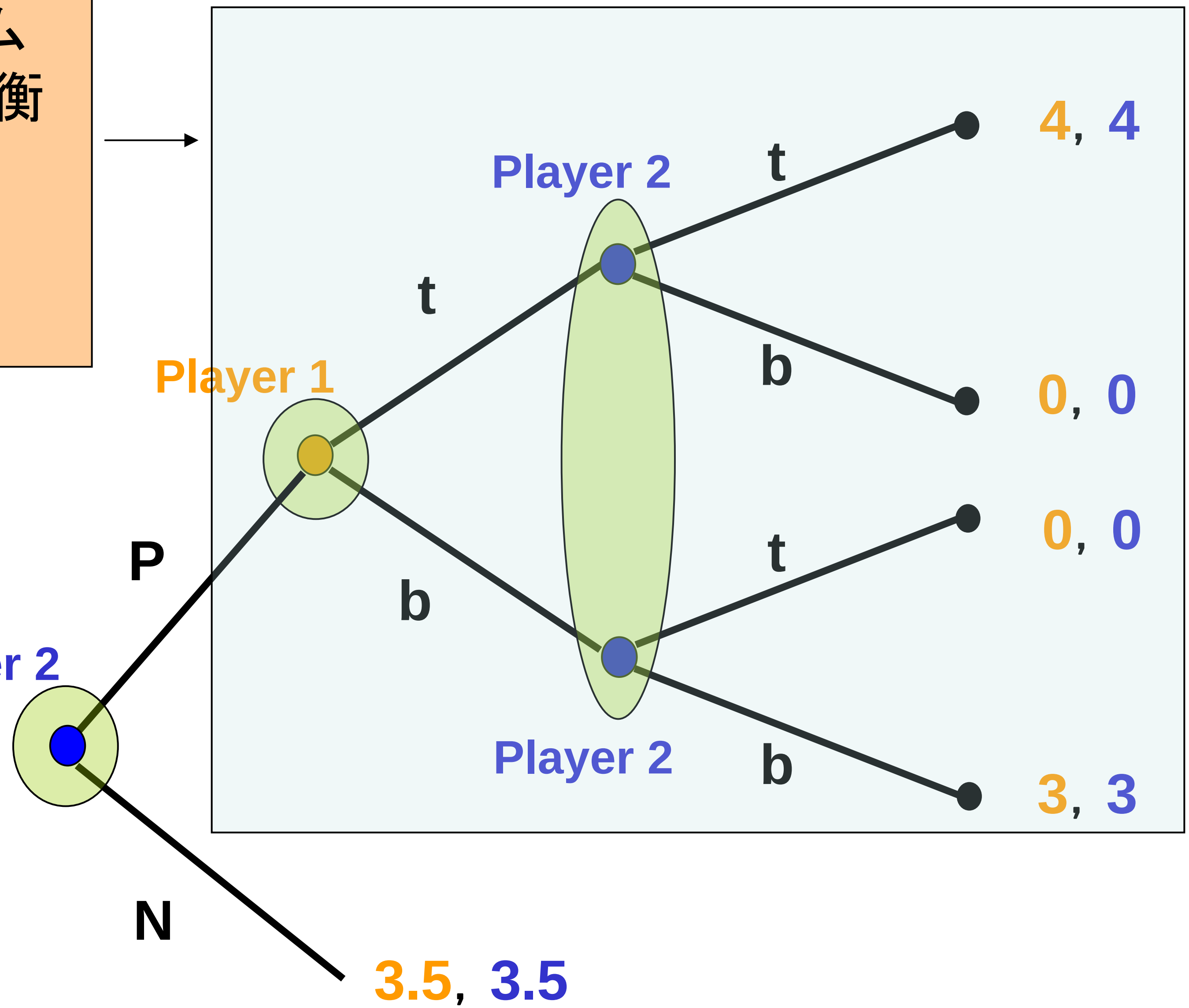
P --- t --- b
P / t / b
(P, t, b)

- 例2
  - 完全情報ゲームではない
  - 後ろ向き帰納法は使えない



この部分ゲームにはナッシュ均衡が二つある。

(t, t), (b, b)

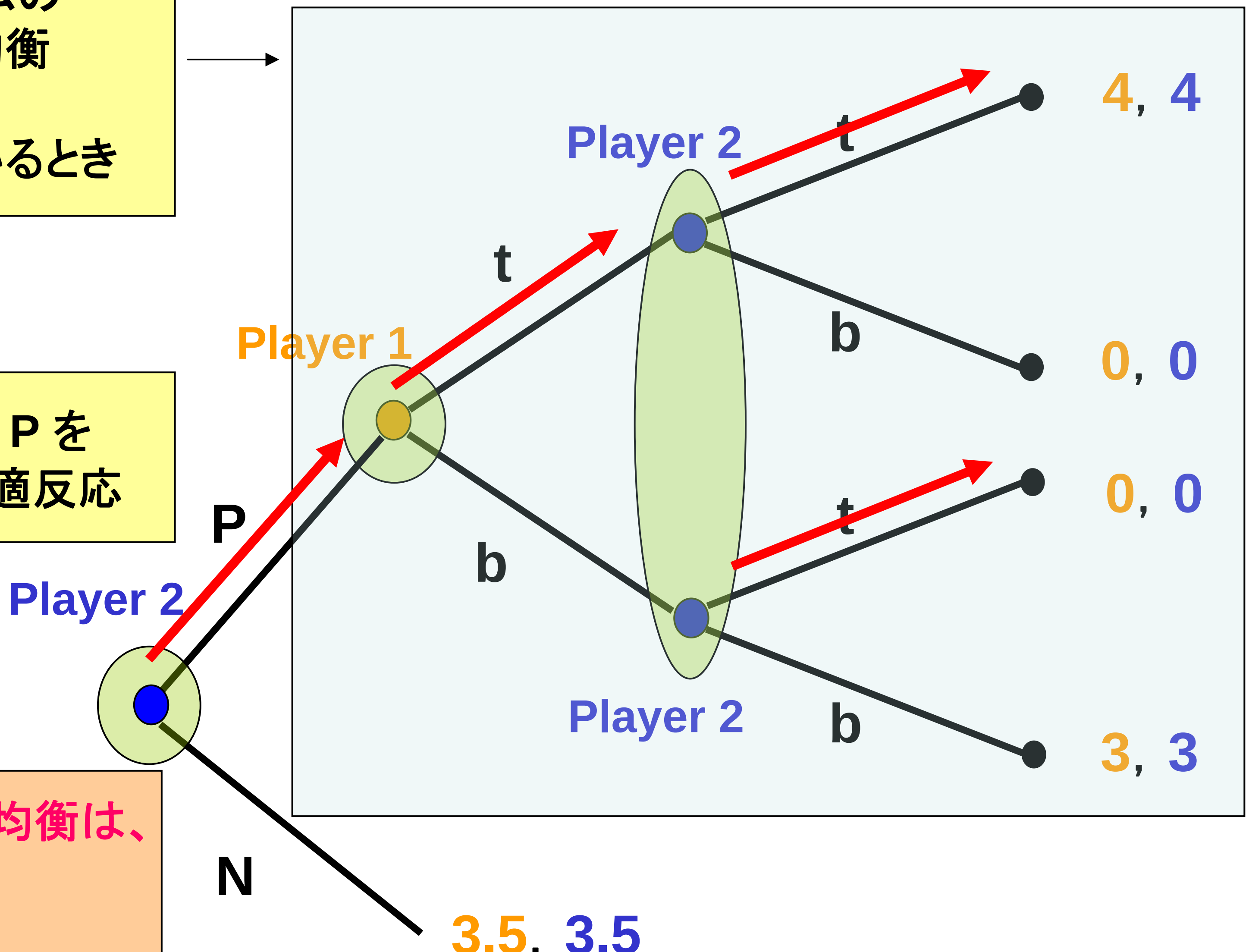


部分ゲームの
ナッシュ均衡
(t, t)
が選ばれているとき

Player 2 は P を
選ぶことが最適反応

部分ゲーム完全均衡は、

（t, Pt）

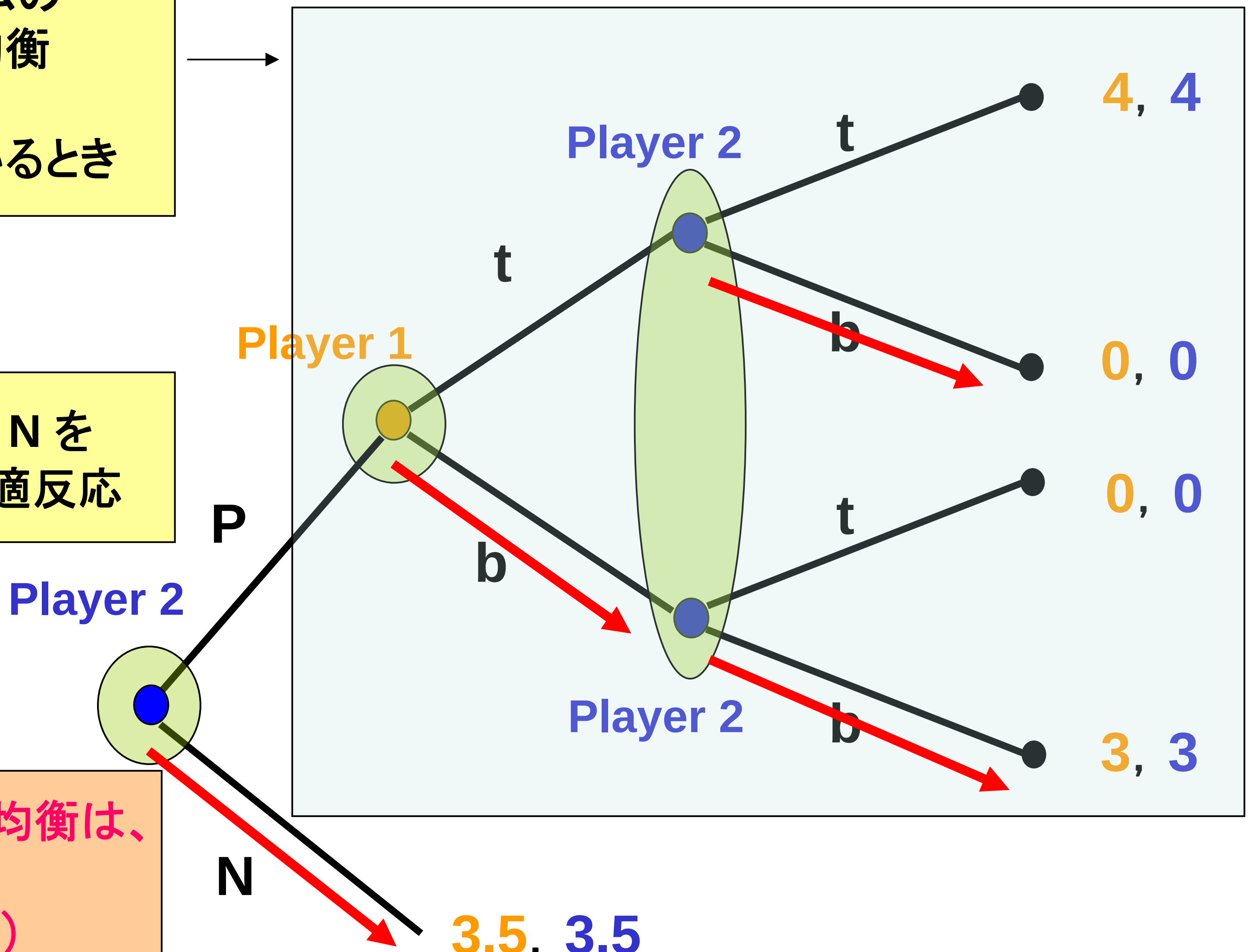


部分ゲームの
ナッシュ均衡
(b, b)
が選ばれているとき

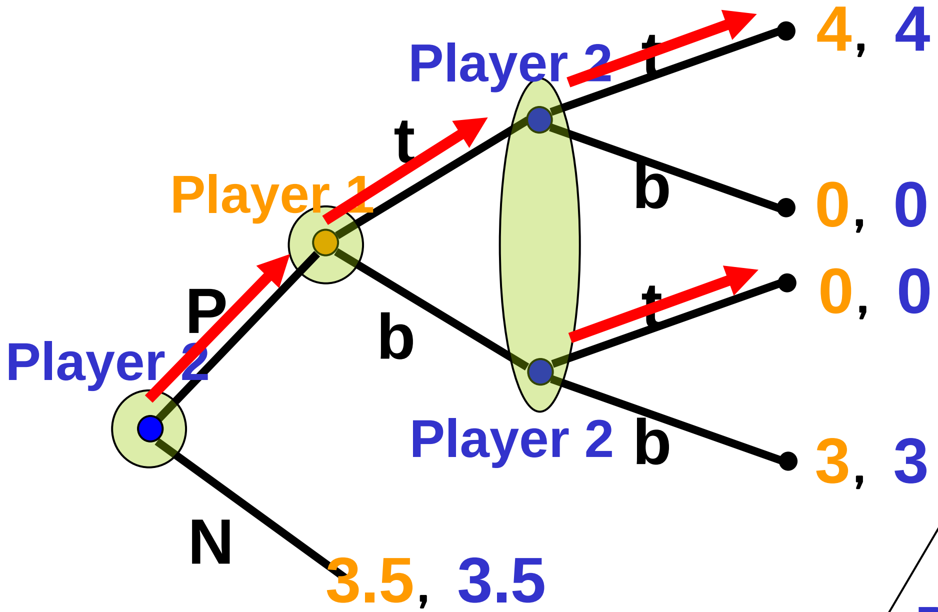
Player 2 は N を
選ぶことが最適反応

部分ゲーム完全均衡は、

（b, Nb）

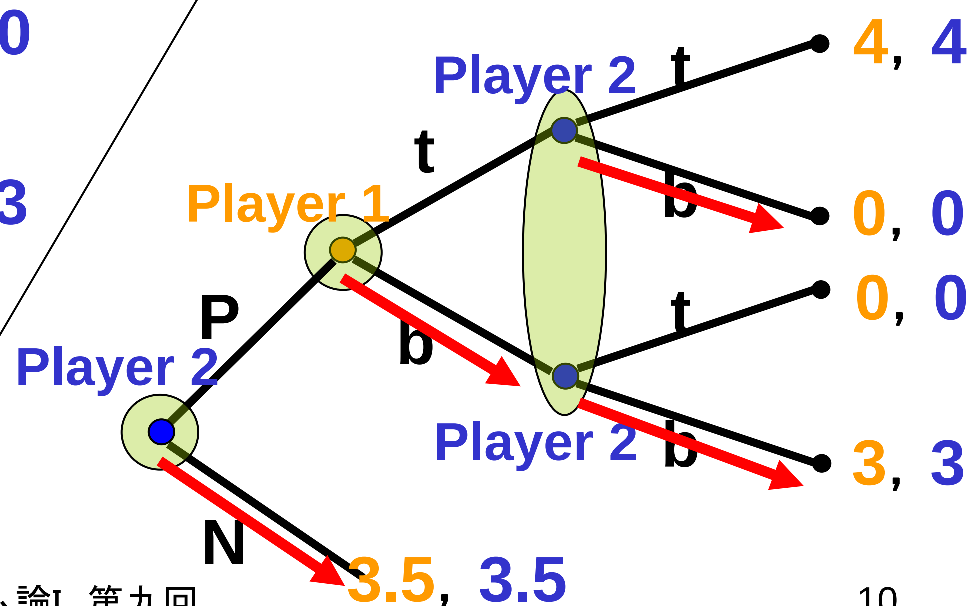


- 例2のように、ある部分ゲームに複数のナッシュ均衡があるような場合には、各ナッシュ均衡ごとに部分ゲーム完全均衡が求まることになる。
- つまり、ナッシュ均衡と同じように、部分ゲーム完全均衡も複数存在する場合がある。

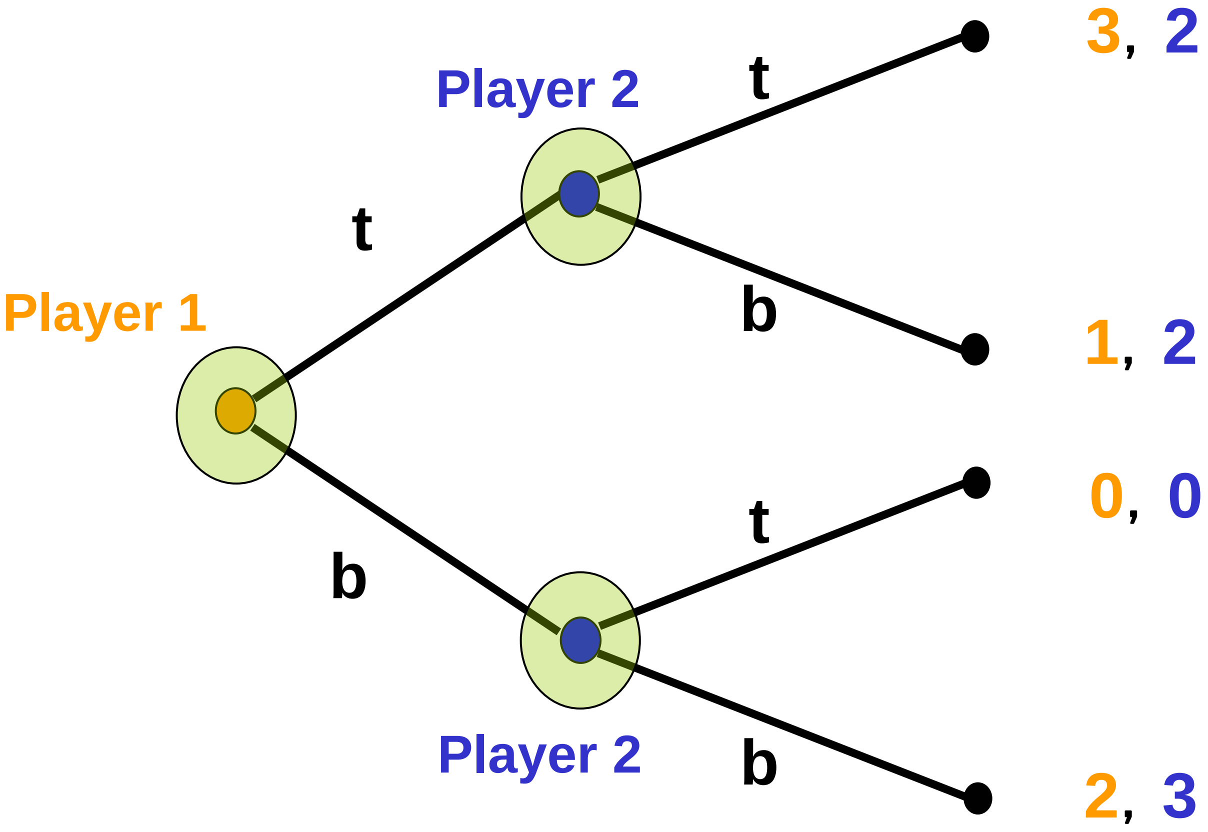


部分ゲーム完全均衡は、
（t, Pt）

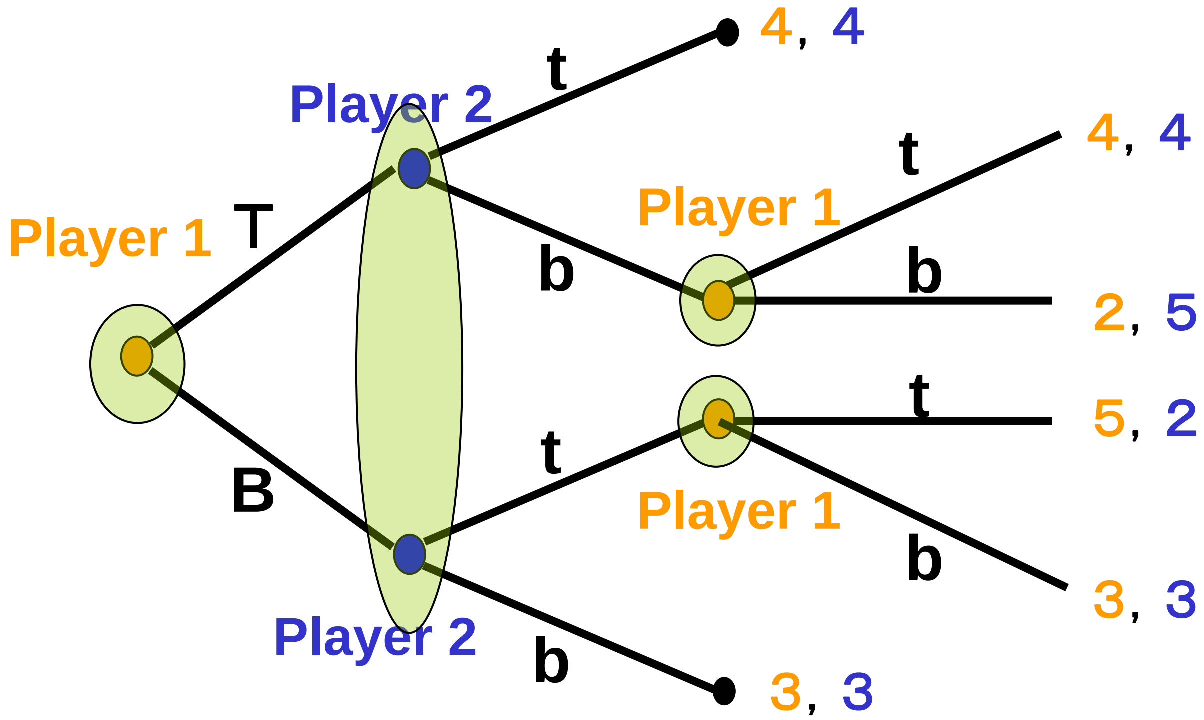
部分ゲーム完全均衡は、
（b, Nb）



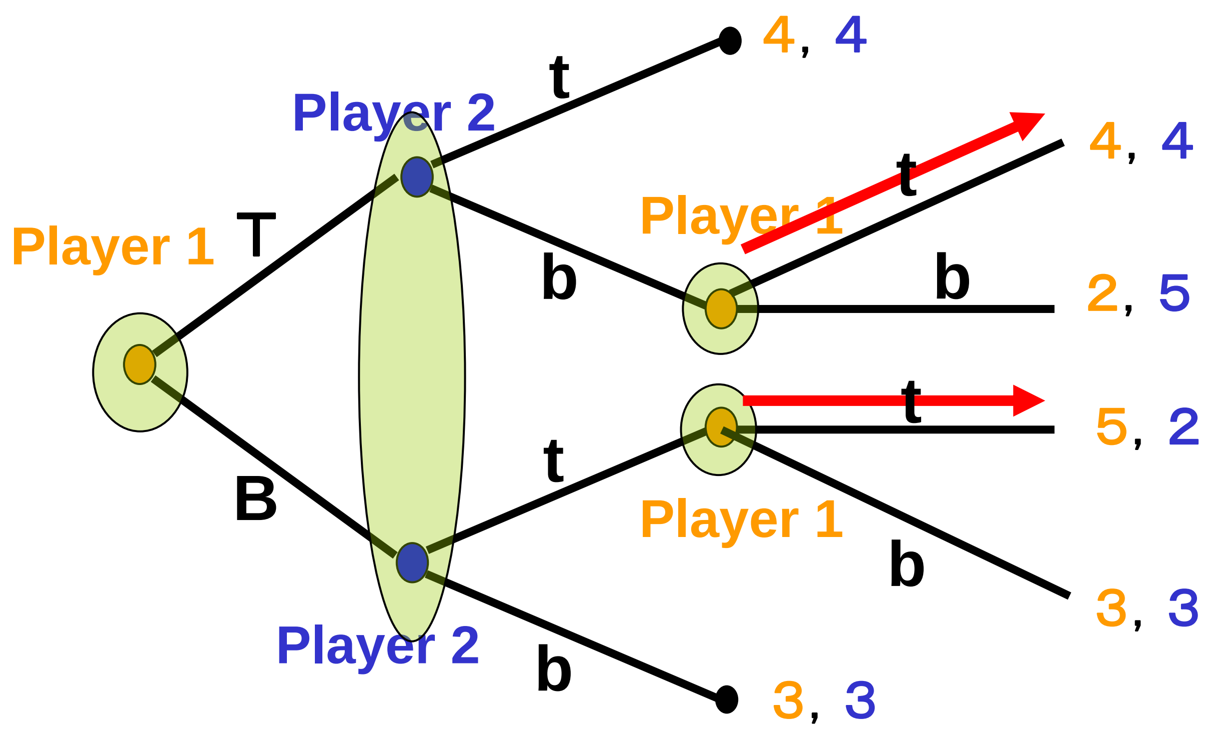
- 例3
  - 完全情報ゲーム
  - 部分ゲーム完全均衡が複数ある場合



- 例4



Player 1
T
B
Player 2
Player 2
t
b
t
b
Player 1
Player 1
t
b
t
b
4, 4
4, 4
2, 5
5, 2
3, 3
3, 3

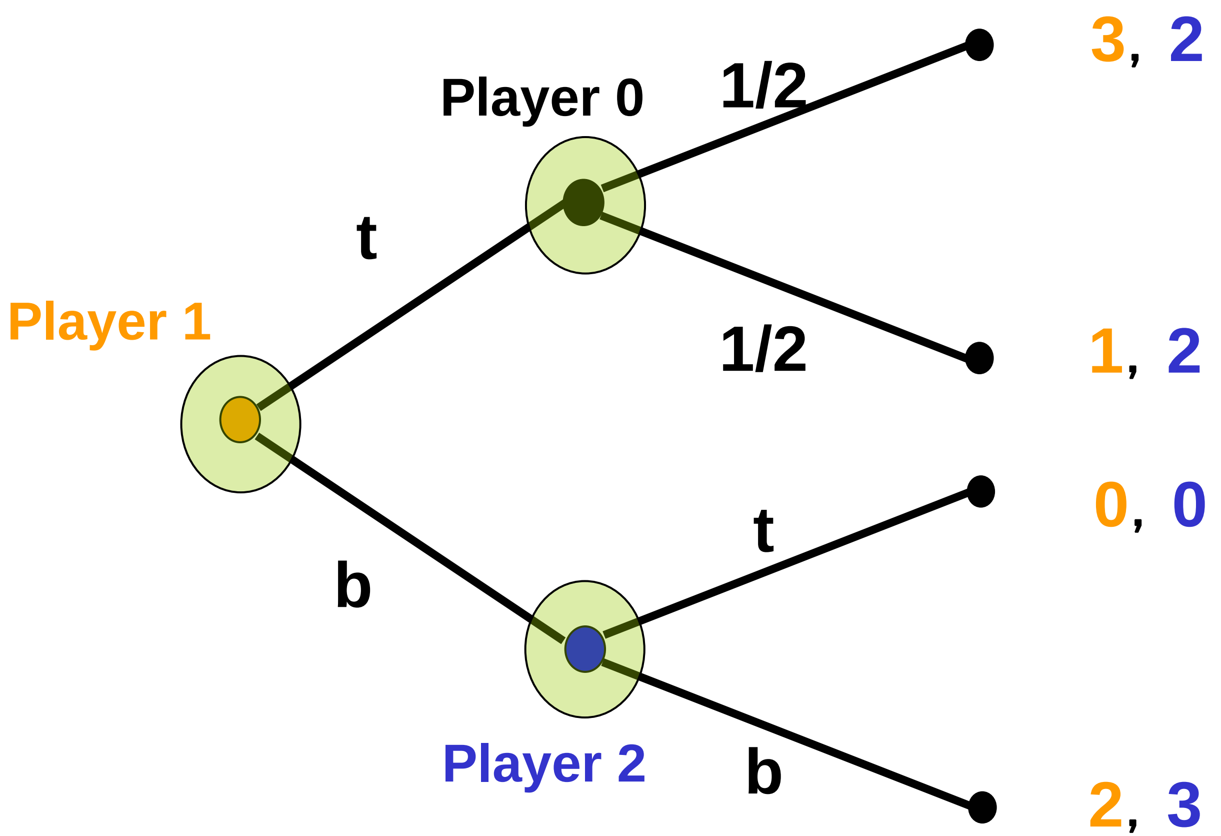


	t	b
T	4, 4	4, 4
B	5, 2	3, 3

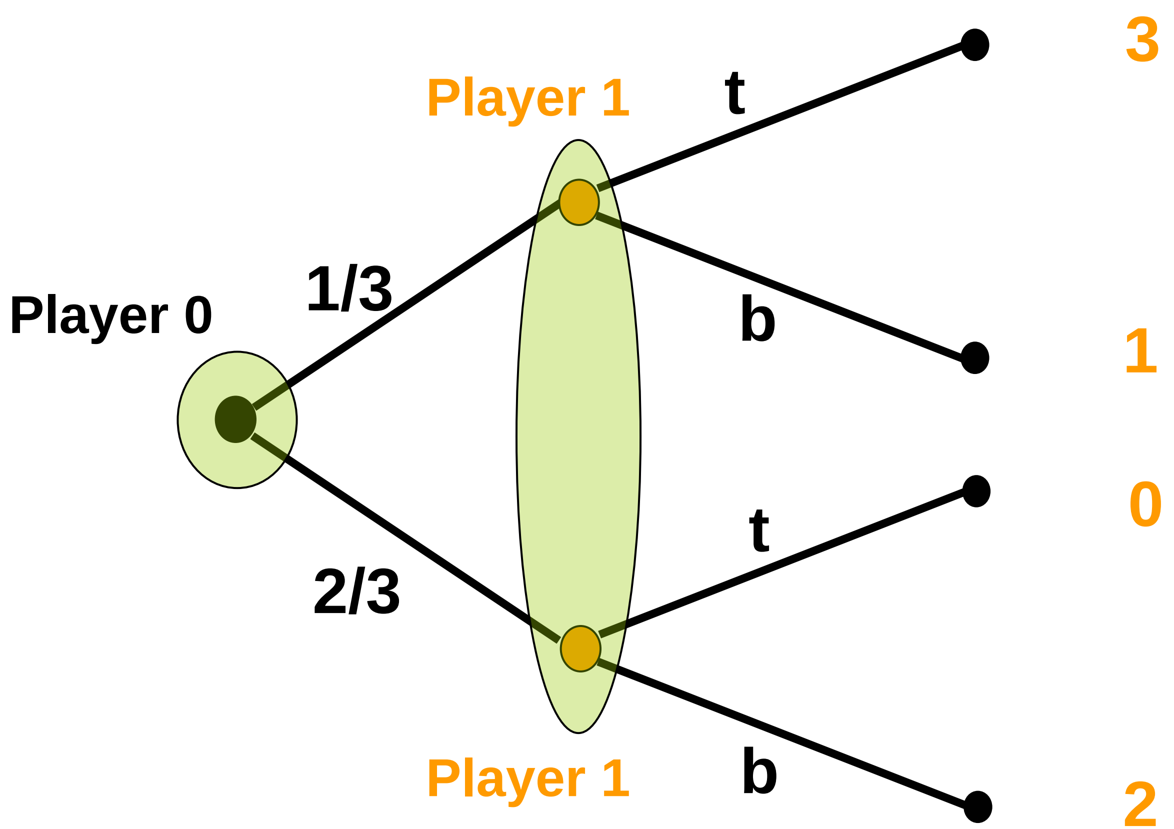
Nash 均衡は
(T, b)

部分ゲーム完全均衡は、
（Ttt, b）

- 例5
  - 完全情報ゲーム
  - 偶然手番がある場合



- 例6
  - 完全情報ではないゲーム
  - 偶然手番がある場合



コミットメント

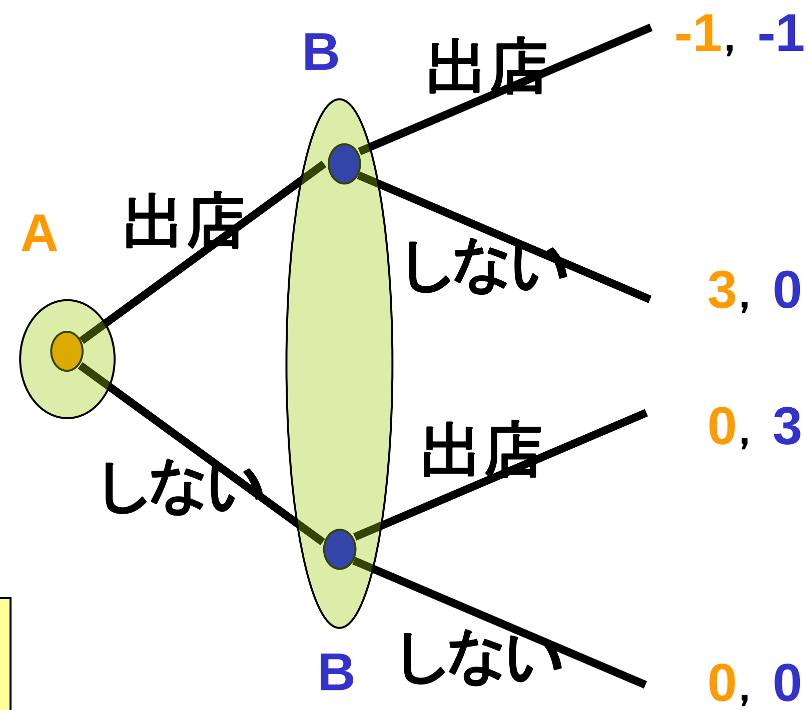
- 法律や契約などにより、自らを特定の行動へと拘束し、その行動を履行するような行為のことをコミットメントという。

- しばしばコミットメントにより、状況を自身に有利なものへと変更することが出来る。

- レストランを経営するAさんとBさんが，同一地区へ出店を計画している。
- AさんとBさんのどちらかの店舗だけが出店した場合には、出店コストを上回る十分な収益が期待できる。
- その一方で、両者とも出店した場合には、お客を奪い合ってしまい、出店コストに見合うだけの収益は望めない。

- 当該状況を同時意思決定のケースで分析すると、

	出店	しない
出店	-1, -1	3, 0
しない	0, 3	0, 0



Nash 均衡は

(出店, しない) と（しない, 出店）

- Aさんは、新店舗を建設する前に、新店舗の建設を前提として、新店舗の店長との雇用契約や、新店舗での用いる設備の購入や食材などの仕入れ契約などをすでにしてしまった。

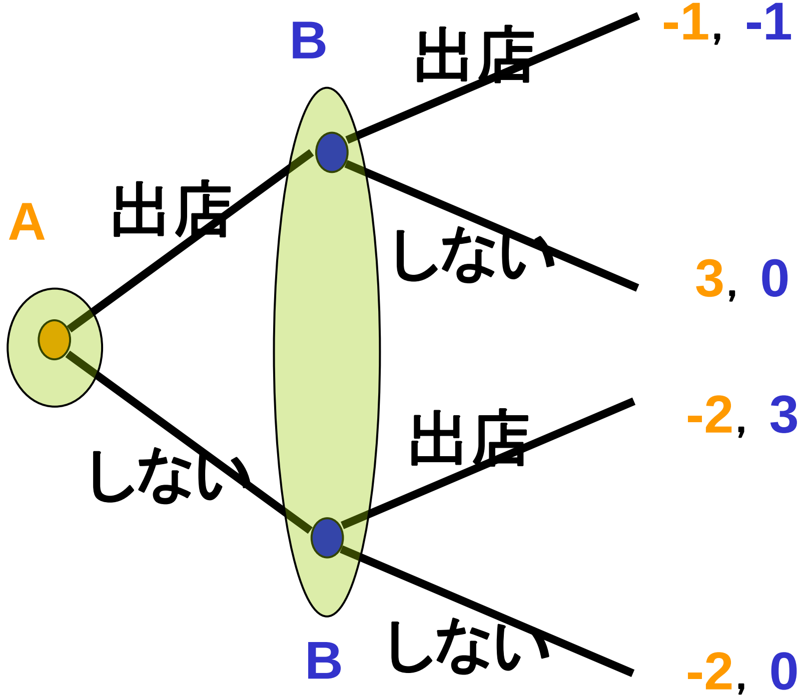
- いまさら、新店舗建設を白紙にすると、関係者に多額の賠償金を支払う必要がある。

- つまり、Aさんは出店にコミットメントした。

- このとき、状況はどのように変化するか。

- 賠償金を -2 と評価すると、

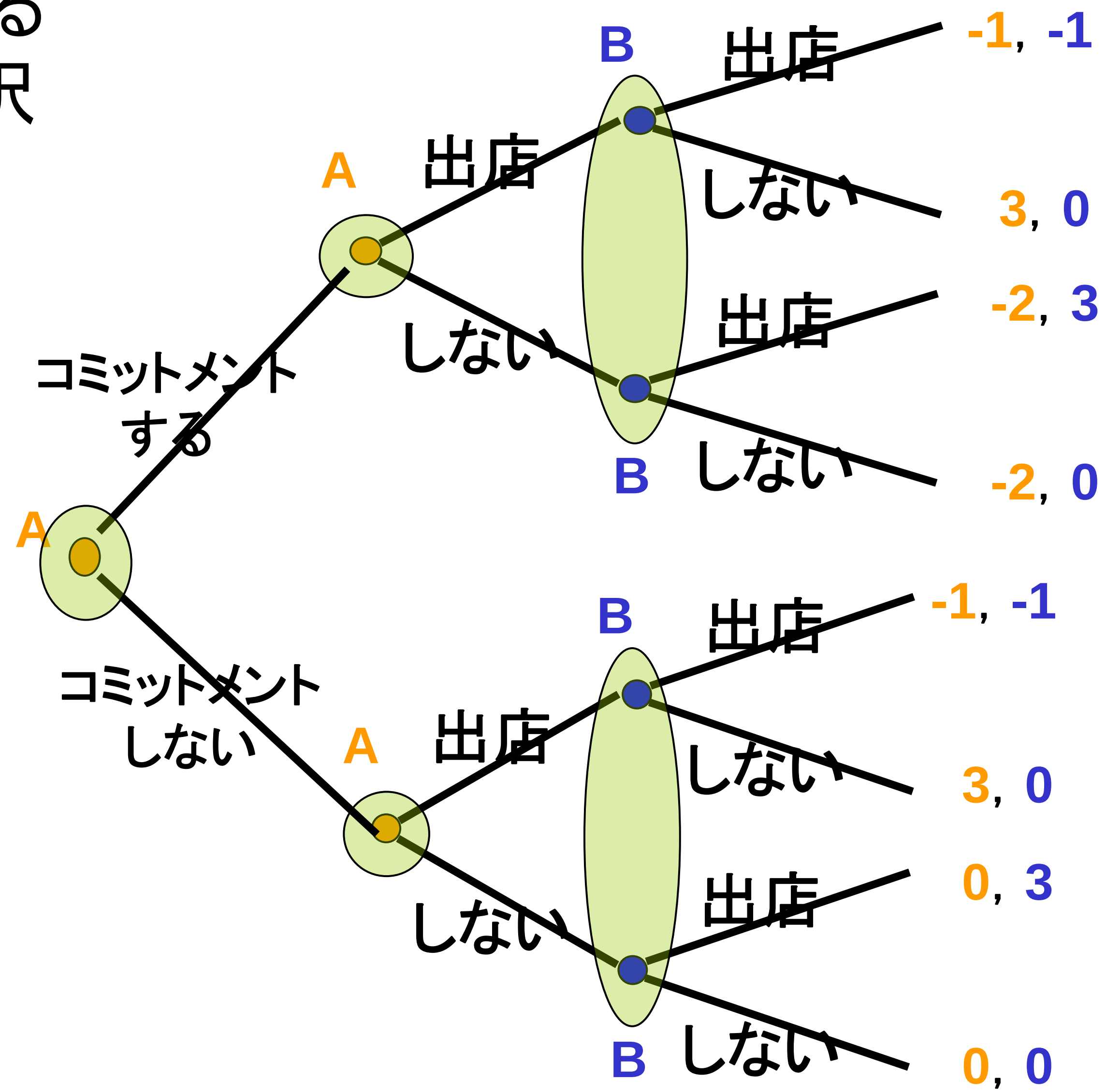
	出店	しない
出店	-1, -1	3, 0
しない	-2, 3	-2, 0



Nash 均衡は

(出店, しない)

- コミットメントをするかしないかの選択を考慮すると



- 部分ゲーム完全均衡は三つ
  - （コミットメントする/出店/出店、しない/しない）
  - （コミットメントする/出店/しない、しない/出店）
  - （コミットメントしない/出店/出店、しない/しない）

- 均衡プレイでは、常に、Aさんが出店し、Bさんは出店しない。

- 結局、すべての部分ゲーム完全均衡で、Aさんに有利な結果になる。

局所戦略と行動戦略

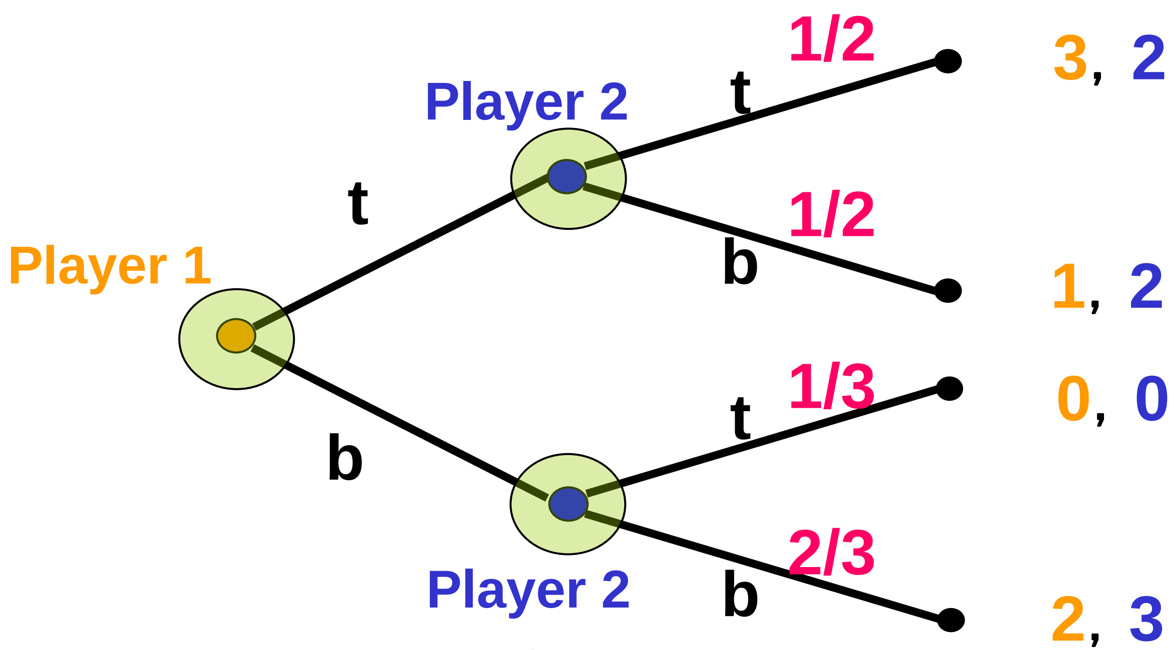
- 展開形ゲームにおいて、標準形ゲームのときと同じように、確率的な選択というものを考えるにはどうしたらよいのか？
- 一つの方法は、展開形ゲームを標準形ゲームに変換して、その上で混合戦略を考えること。
- これは少々分かりにくいし、展開形ゲームの動的な側面をうまく記述できているとは言いがたい。さらに言えば、しばしば戦略の数は膨大（例えば、後出しじゃんけんゲームの後手）

- そこで、自分の情報集合に到達したときに、各行動を確率的に選択する、というようなことを考える。

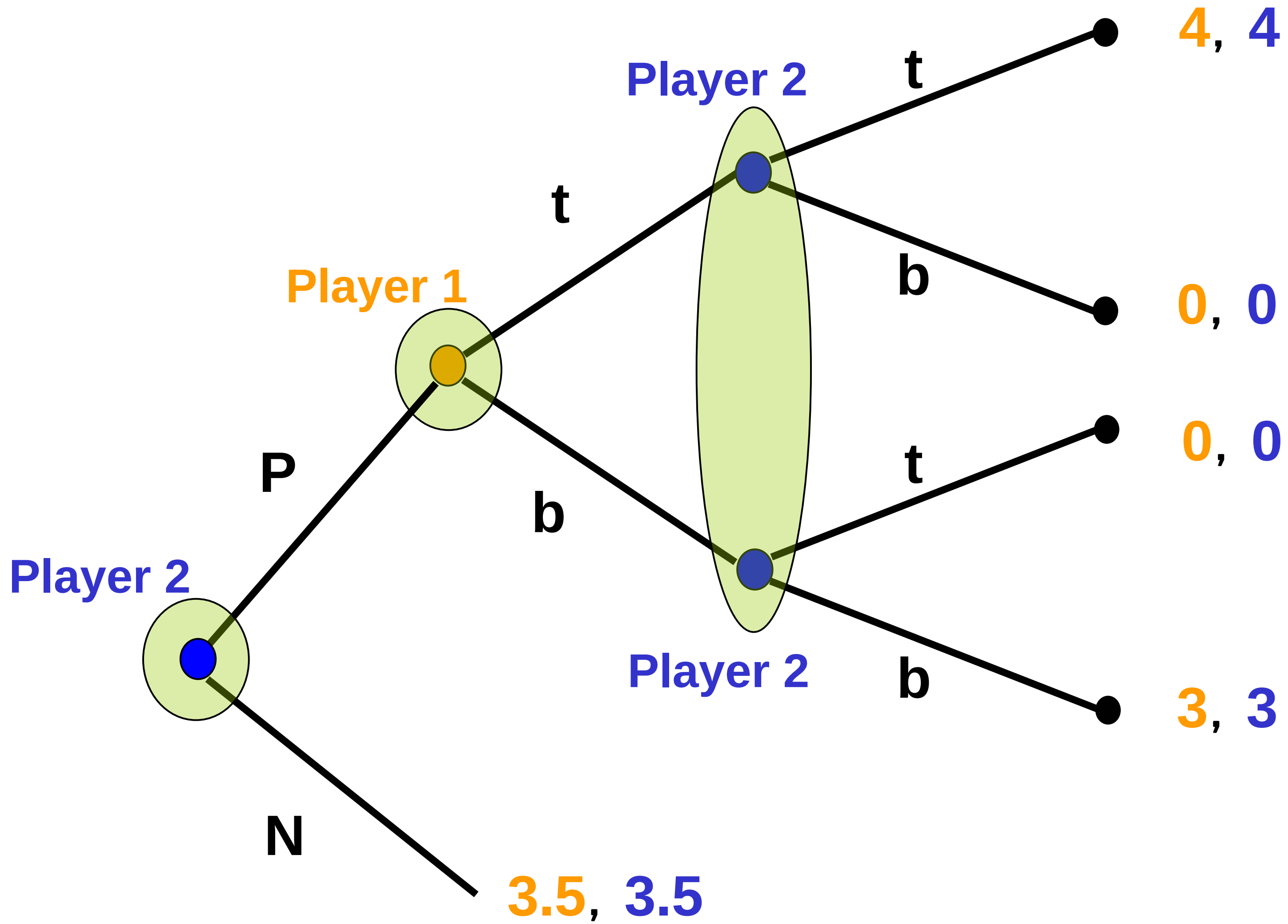
- このように、ある情報集合において、確率的に行動を決定するような戦略のことを、その情報集合における局所戦略とよぶ。

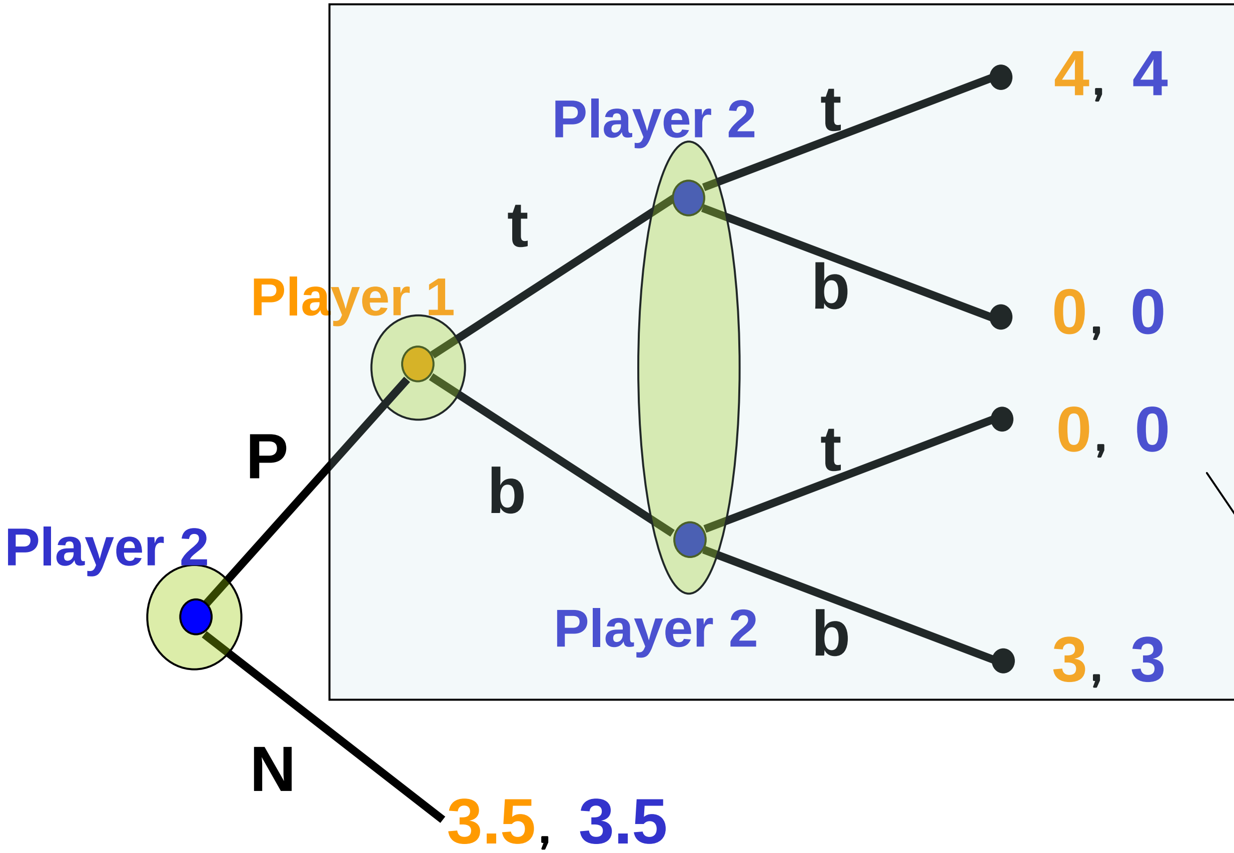
- すべての情報集合における局所戦略をあわせたものを、行動戦略とよぶ。

- 例えば、Player 2 が上の情報集合で確率 1/2 で t を選び、確率 1/2 で b を選ぶというのは、当該情報集合における局所戦略となる。（これを (1/2, 1/2) と書く）
- 同様に、Player 2 が下の情報集合で確率 1/3 で t を選び、確率 2/3 で b を選ぶというのは、当該情報集合における局所戦略となる。(これを (1/3, 2/3) と書く)
- このとき、Player 2 の行動戦略は (1/2, 1/2) --- (1/3, 2/3)



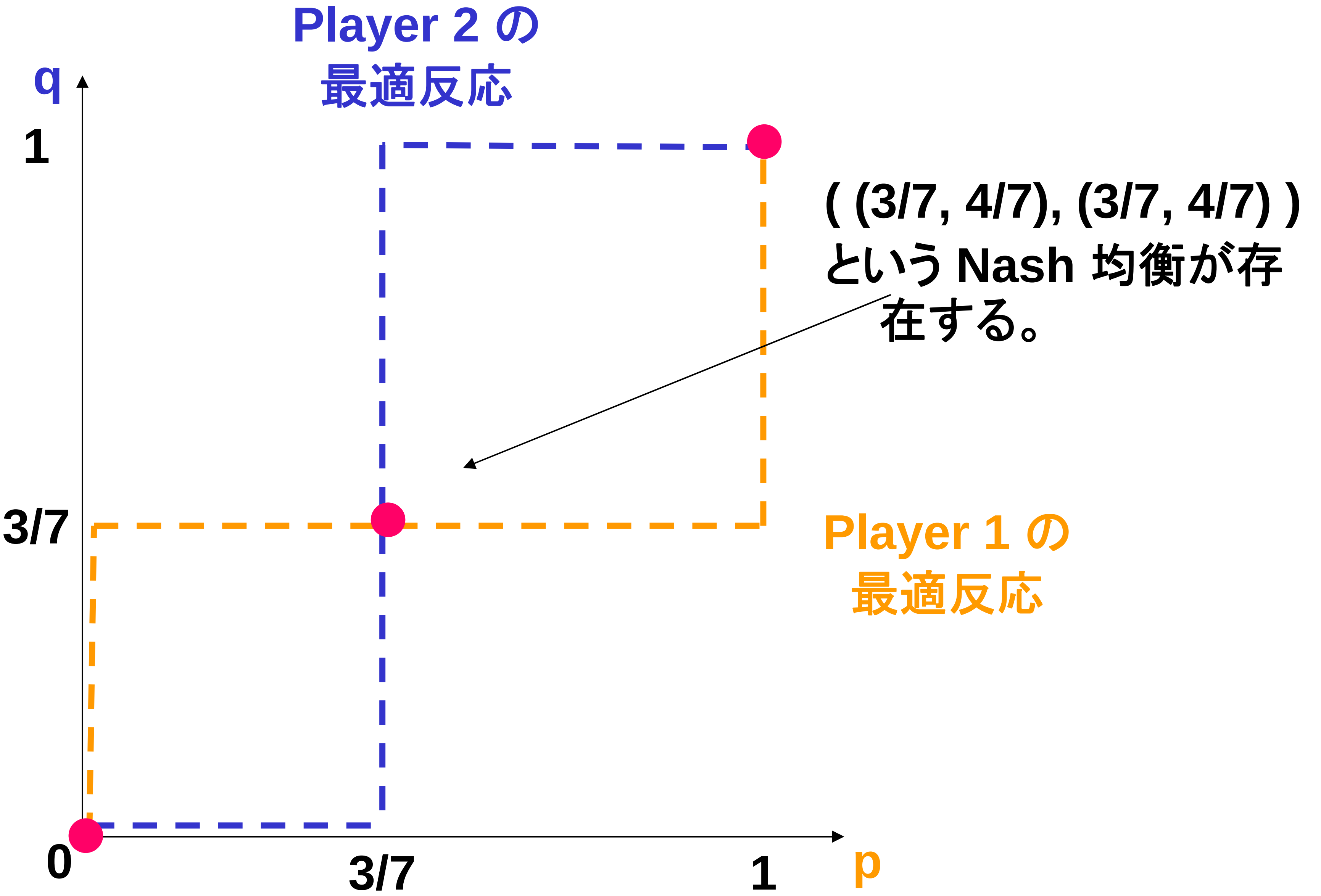
- 例2のゲームで、行動戦略を考えた際の部分ゲーム完全均衡を出そう。

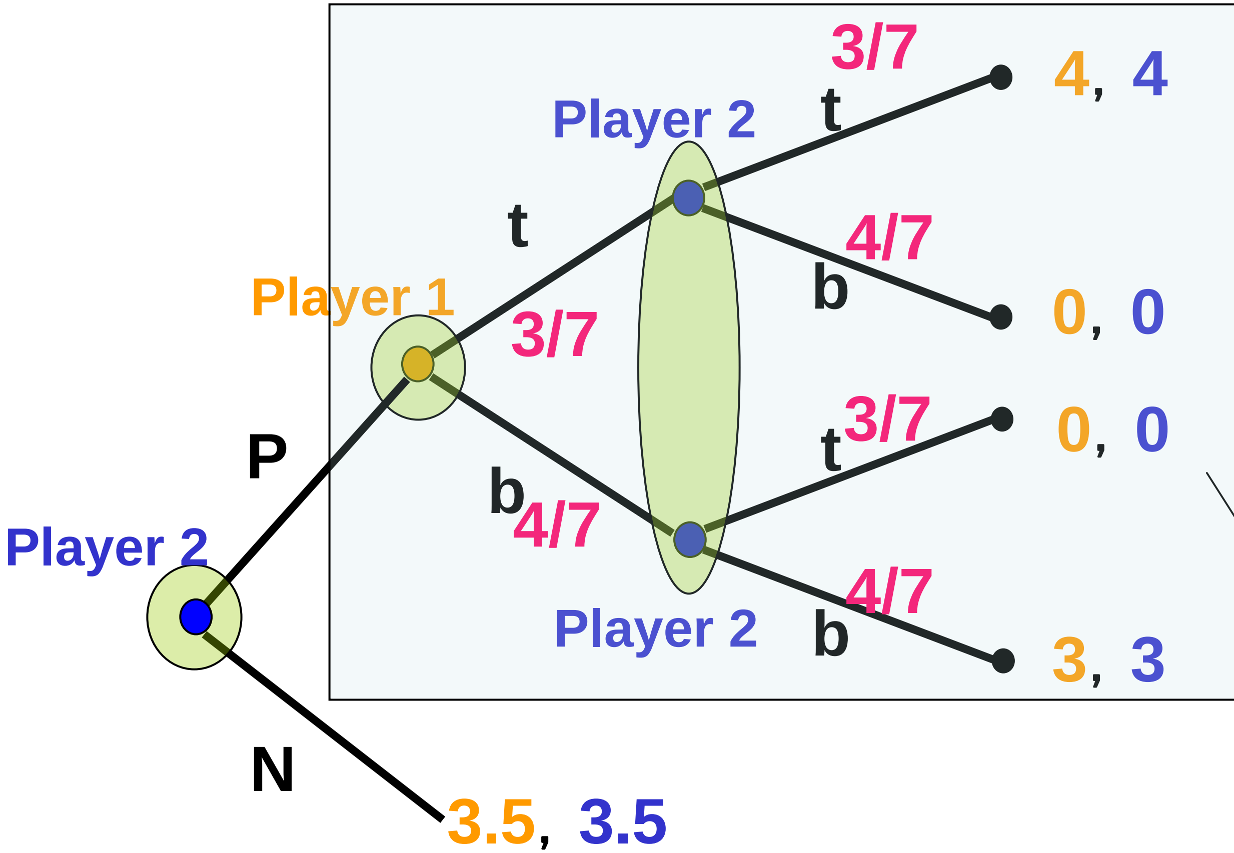




	t	b
t	4, 4	0, 0
b	0, 0	3, 3

この標準形ゲームには
確率的な行動(混合戦略)まで考慮すると
(t,t), (b,b) 以外のナッシュ均衡がある。


Player 2 の
最適反応
q
1
((3/7, 4/7), (3/7, 4/7))
という Nash 均衡が存在する。
3/7
Player 1 の
最適反応
0
3/7
1
p



Player 1, 2 の期待利得
はそれぞれ、
4 ×(3/7)^2 + 3 × (4/7)^2
≒ 1.71

Player 2 は N を選択することが
最適反応

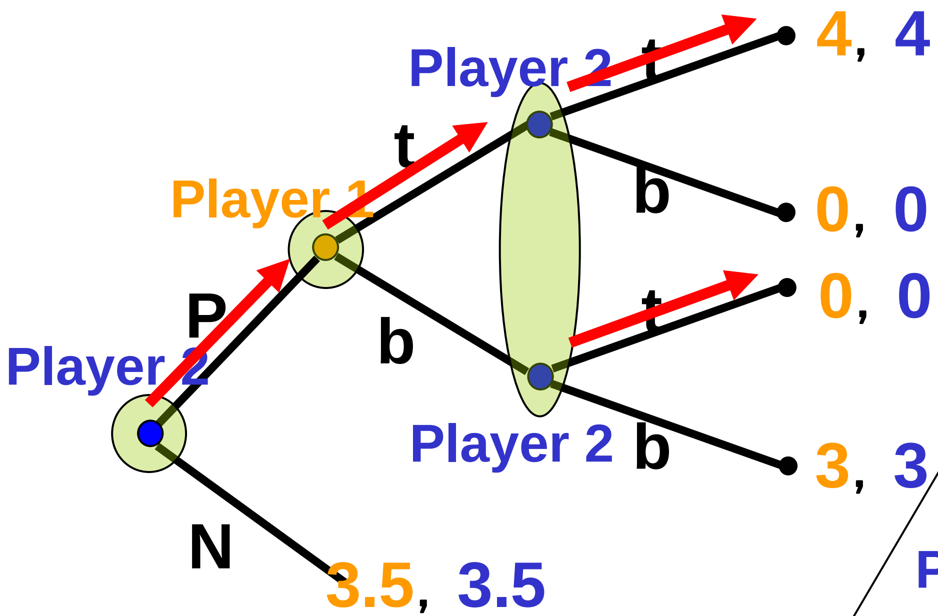
- つまり、例2には、行動戦略を考えれば、
  - Player 1 は，自分の情報集合において、確率 3/7 で t を選び、確率 4/7 で b を選ぶ、
  - Player 2 は，最初の情報集合において確率 1 で N を選択し、
  - 次の情報集合では、確率 3/7 で t を選び、確率 4/7 で b を選ぶ
  - という部分ゲーム完全均衡が存在している。

- 上の部分ゲーム完全均衡は

（ (3/7, 4/7)，(0, 1) --- (3/7, 4/7) ）とかける。

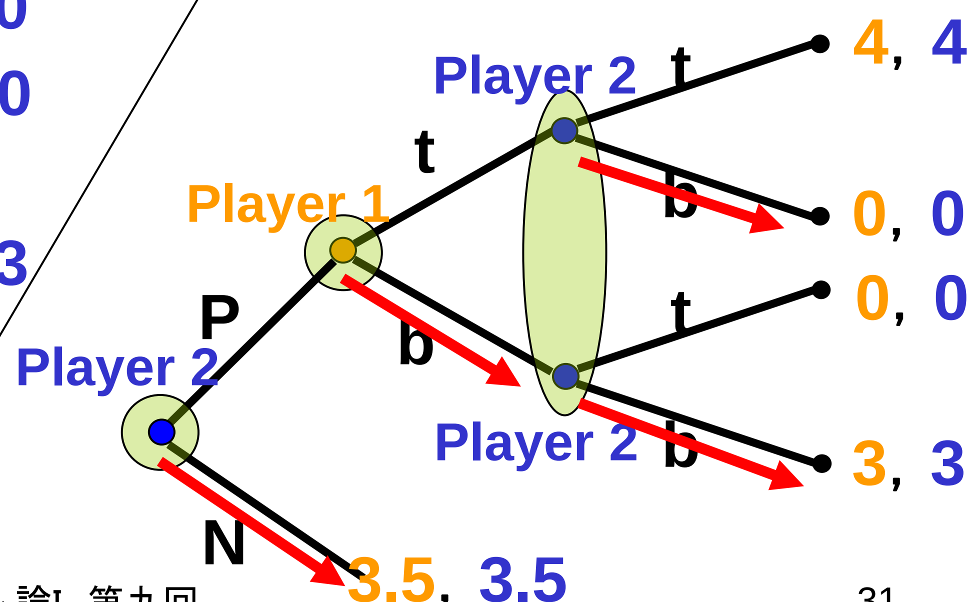
((1, 0) , (1, 0) --- (1, 0))

部分ゲーム完全均衡は、
（t, Pt）



((0, 1) , (0, 1) --- (0, 1))

部分ゲーム完全均衡は、
（b, Nb）



次回講義

- 無限回繰り返しゲーム
- Tit for tat
- フォーク定理