

# ゲーム論 I 第七回

上條 良夫

# 講義のキーワード

- 意思決定を順々に行うような状況を分析する
- 展開形ゲーム
- 展開形ゲームの戦略
- 展開形ゲームの標準形で表す
- 展開形ゲームのNash均衡

- 戦略形ゲーム

- 複数の主体(プレイヤー)が同時に意思決定(行動の決定)をする

- 展開形ゲーム

- 戦略形ゲームよりも、より豊富に状況を表現可能
  - プレイヤーが順々に行動を決定していく状況
  - プレイヤーがある戦略形ゲームを繰り返し行うような状況

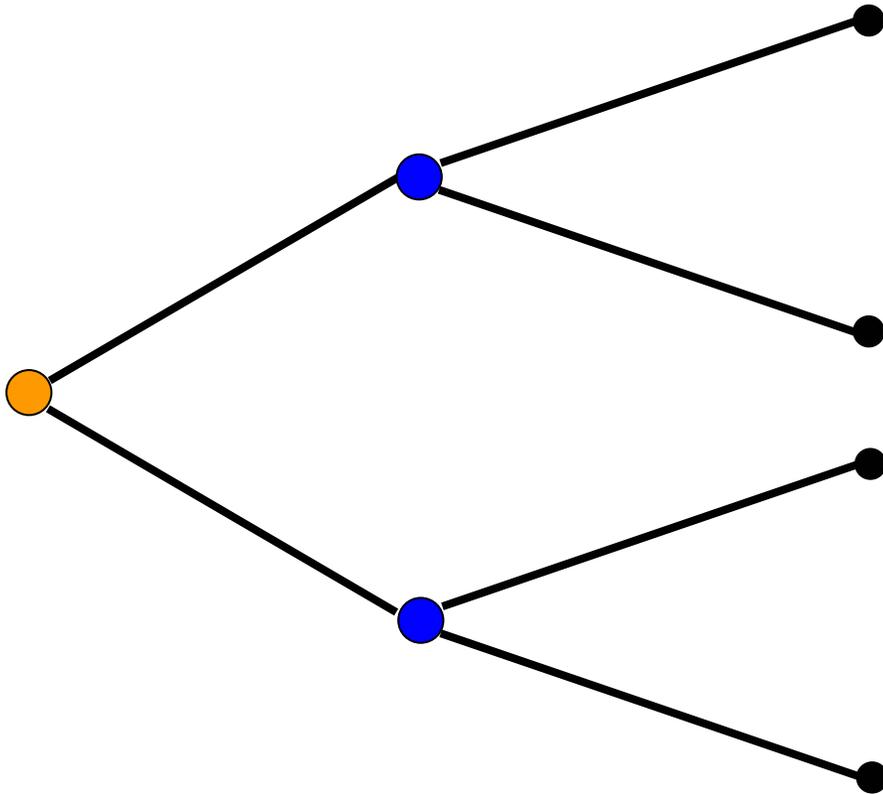
# 展開形ゲーム

- 具体例

- プレイヤーが1が先に手を出し、それを観察した上でプレイヤー2が手を決めるようなじゃんけん
- ○×、五目並べ、将棋、チェス、碁
- ポーカー、その他の多くのトランプゲーム
  
- 価格引下げ競争における先導者と追随者
- 参入と参入阻止

# ● ゲームの木による表現

- 誰が、どのような順番で行動の選択をするのか
- 自分の番でどのような行動を選ぶことができるのか
- 各人の選択の帰結がどのような結果(利得)を導くのか
- プレイヤーは行動を選択する際にどのような情報を利用できるのか

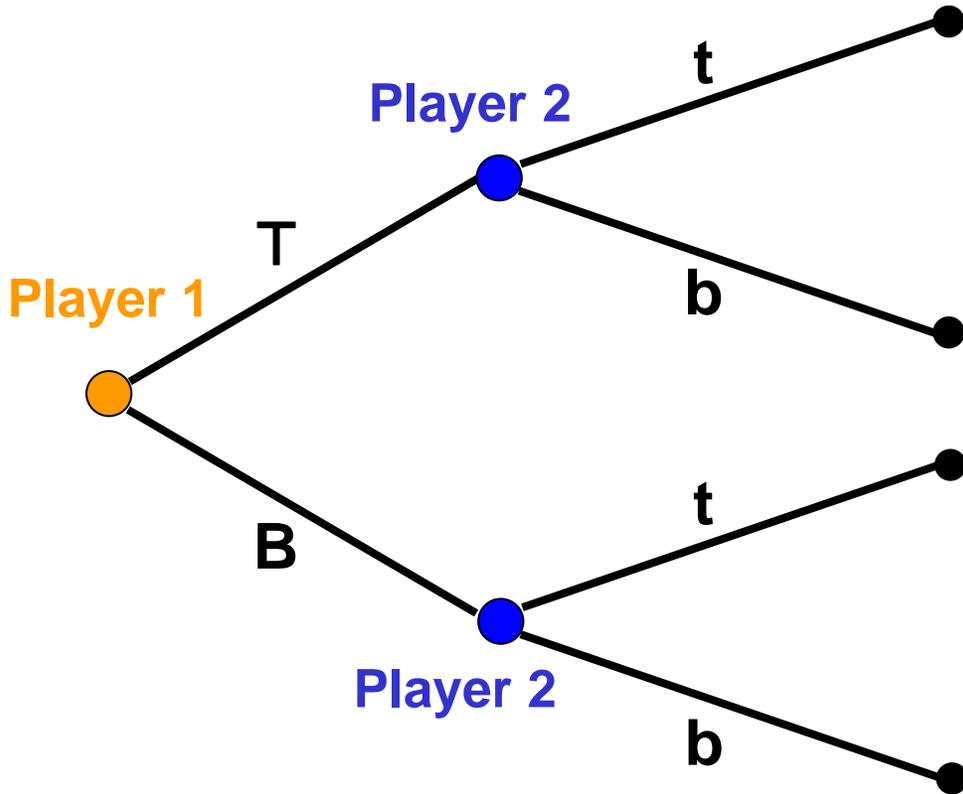


## 約束事

- 左から右へと進む
- 一番左の点が始まり
- 一番右の点が終点
- 各点(終点以外)からは有限個の枝が生えている
- 各点(頂点以外)には、そこに到達する枝が必ず一つだけある

# ● ゲームの木による表現

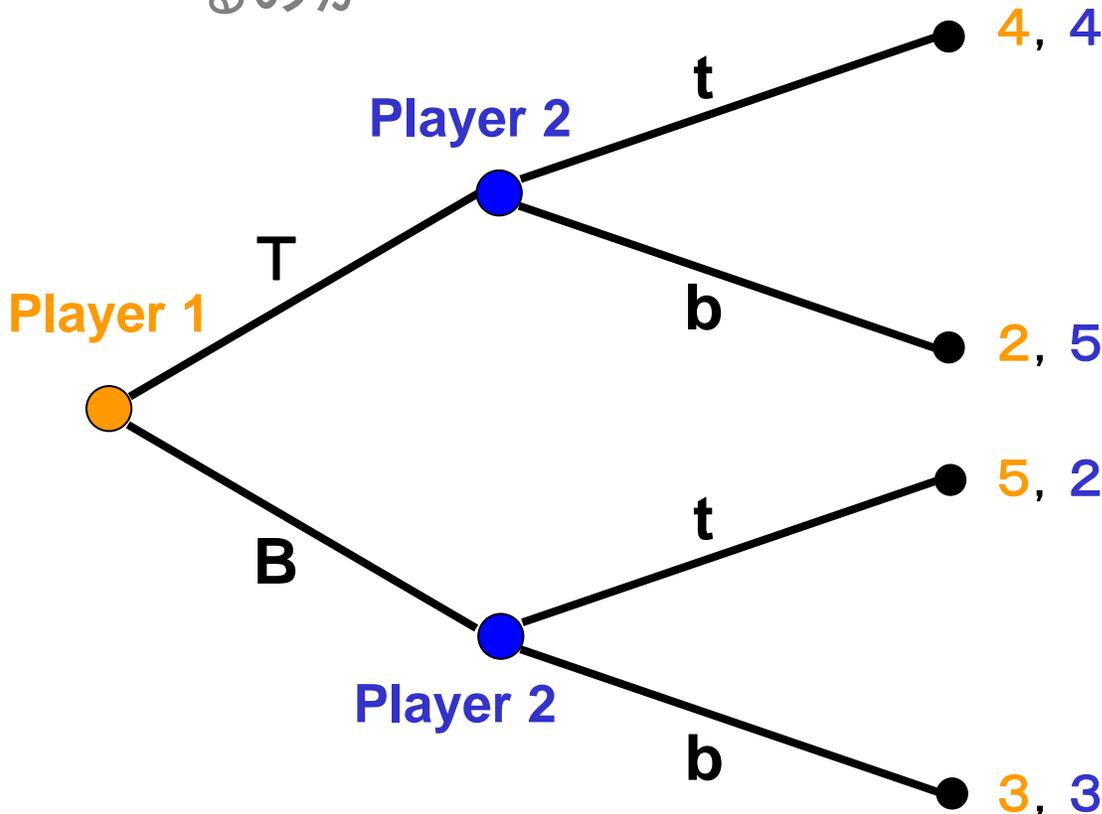
- 誰が、どのような順番で行動の選択をするのか
- 各手番でどのような行動を選ぶことができるのか
- 各人の選択の帰結がどのような結果(利得)を導くのか
- プレイヤーは行動を選択する際にどのような情報を利用できるのか



- 終点以外の点は**手番**とよばれる
- 各手番には**一人のプレイヤー**が割り当てられる。
- このプレイヤーが、当該手番において行動できるプレイヤーである。
- 手番からはえる枝は、プレイヤーが**選択できる行動**を表す。

# ゲームの木による表現

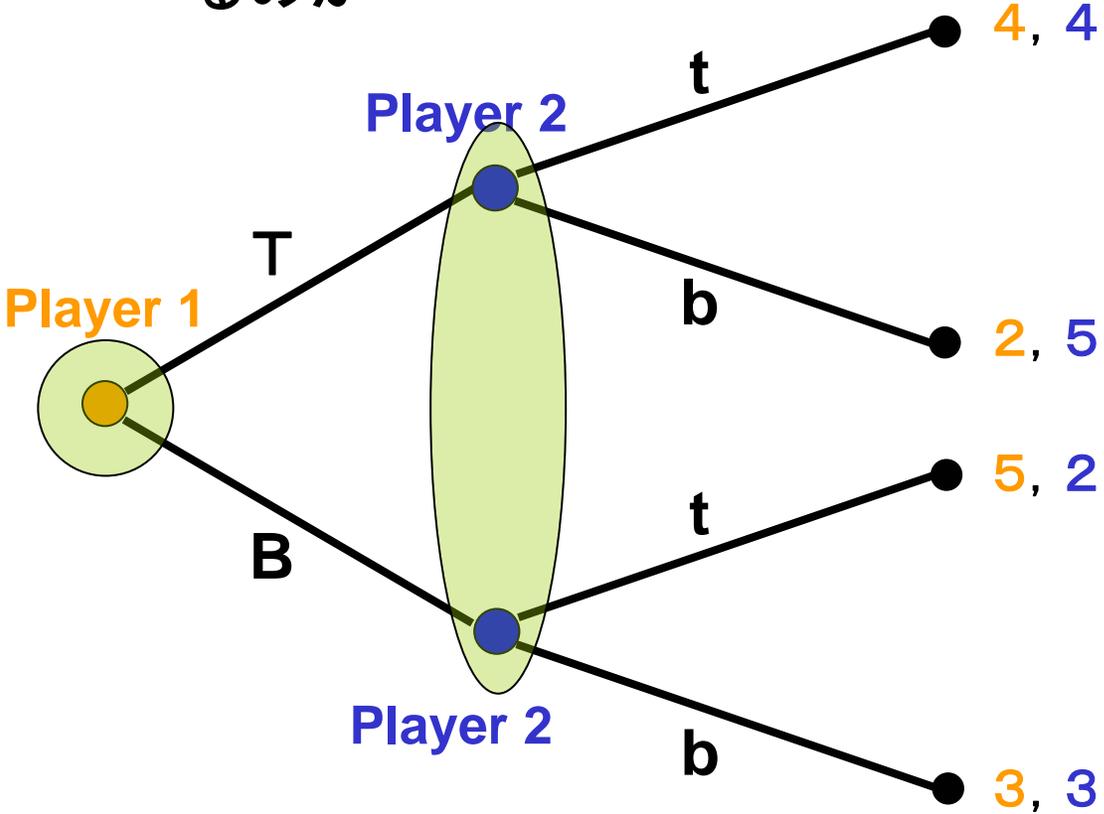
- 誰が、どのような順番で行動の選択をするのか
- 各手番でどのような行動を選ぶことができるのか
- 各人の選択の帰結が**どのような結果(利得)**を導くのか
- プレイヤーは行動を選択する際にどのような情報を利用できるのか



- 頂点から一つの終点に到達する方法は、常に一通りしか存在しない。
- 各終点には、プレイヤーの利得の組が割り当てられる。
- これは、対応する終点に到達した際のプレイヤーが獲得する利得を表す。

# ゲームの木による表現

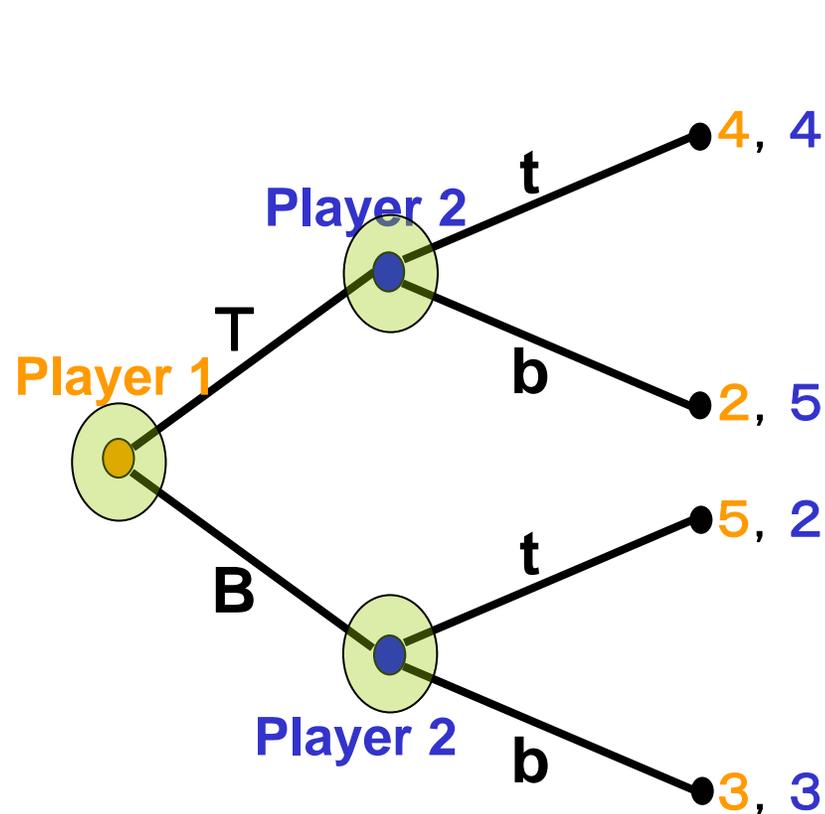
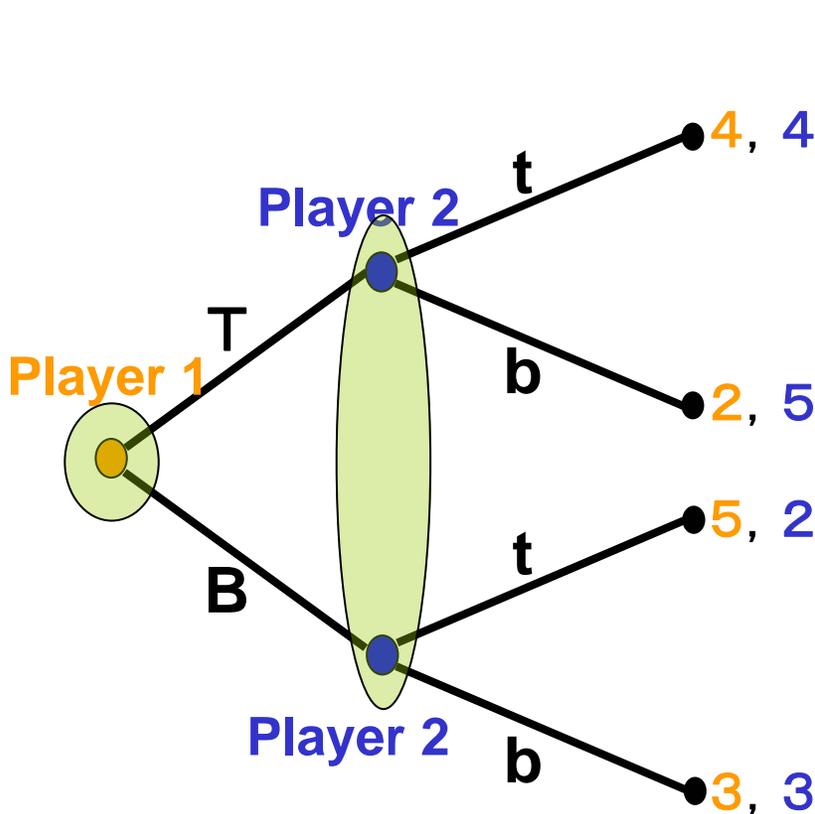
- 誰が、どのような順番で行動の選択をするのか
- 各手番でどのような行動を選ぶことができるのか
- 各人の選択の帰結がどのような結果(利得)を導くのか
- プレイヤーは行動を選択する際に**どのような情報**を利用できるのか



- ゲームの木にさらに**情報集合**を書き加える。
- すべての手番は必ず一つの**情報集合**に含まれる
- 逆に、一つの**情報集合**は、一つまたは複数個の手番を含む
- プレイヤーは、自分がいまどの**情報集合**にいるのかが知ることが出来る。
- 逆に、**情報集合**内に複数の手番が含まれるとき、これはプレイヤーが自分がどの手番にいるのかがわからないことを表す。

- 左図と右図を比べると

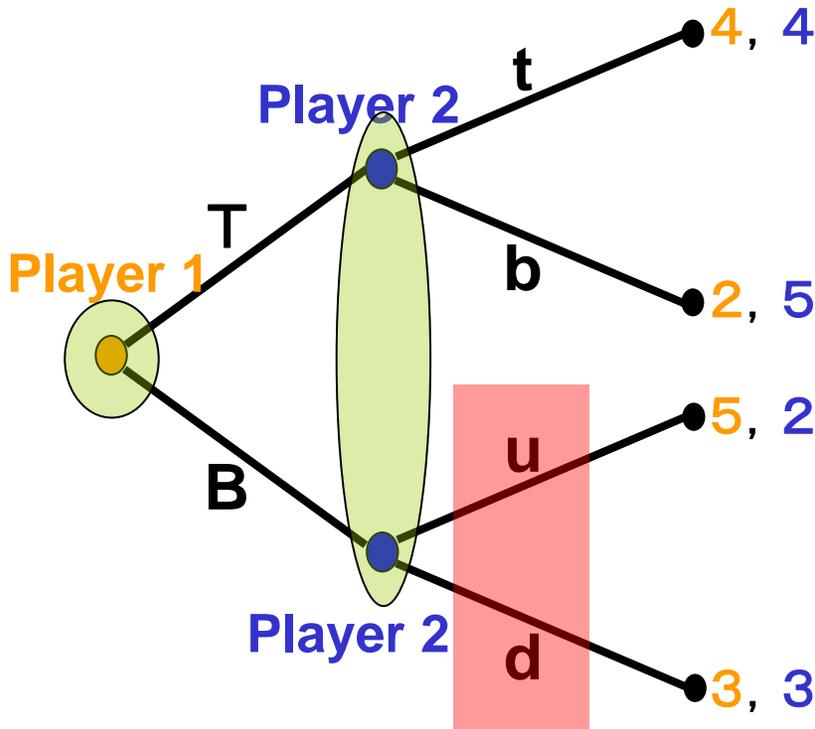
- 左図・・・Player 2 は、Player 1 の選択内容を知らない状態  
で、自身の行動を決定しなければならない
- 右図・・・Player 2 は、Player 1 の選択内容を知った状態  
で、自身の行動を決定することができる。



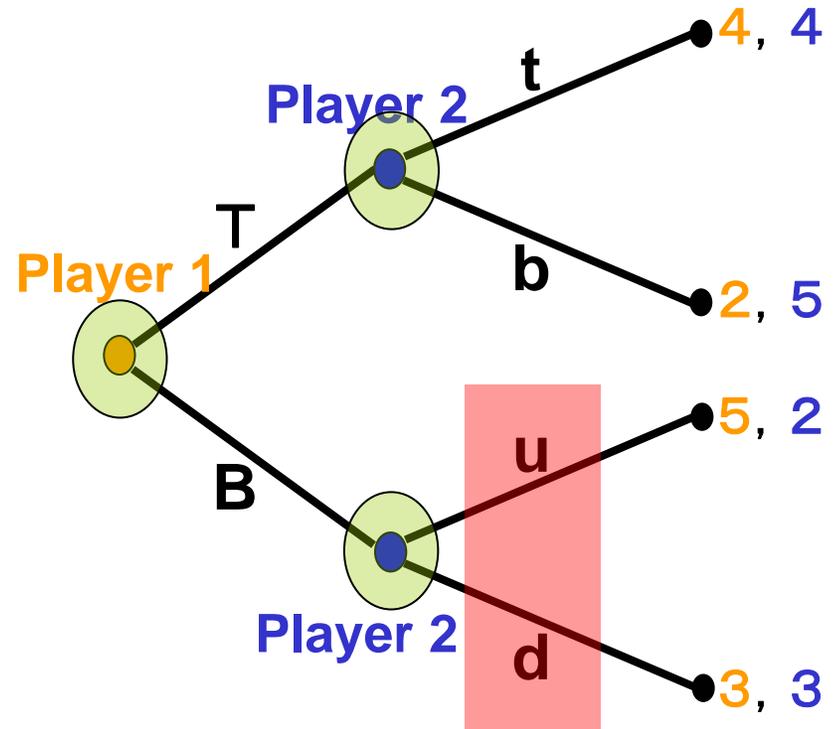
# 情報集合を描くときの注意点1

- 一つの情報集合内のすべての手番は、同じ名前の枝を持つ。

不可



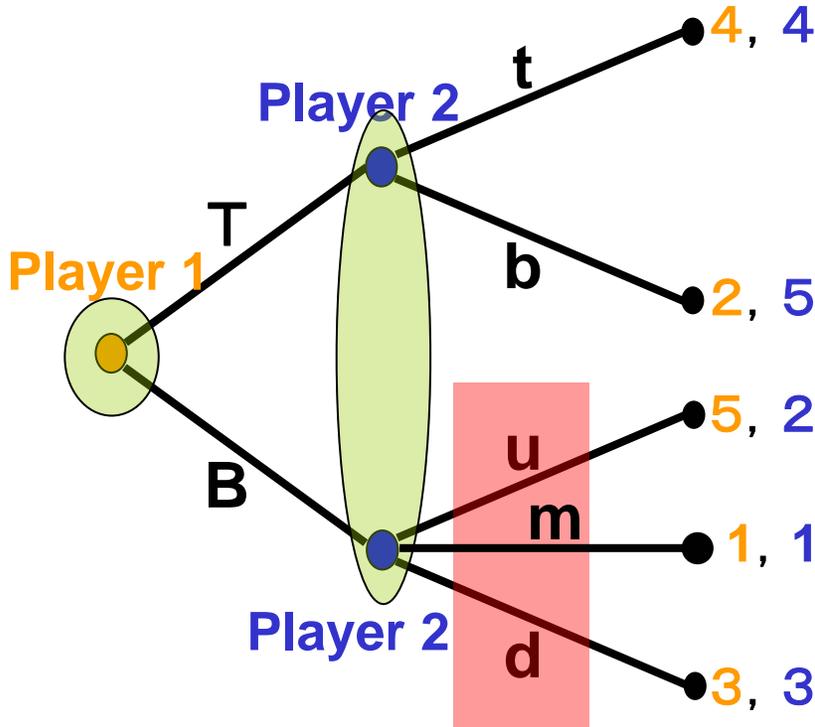
可



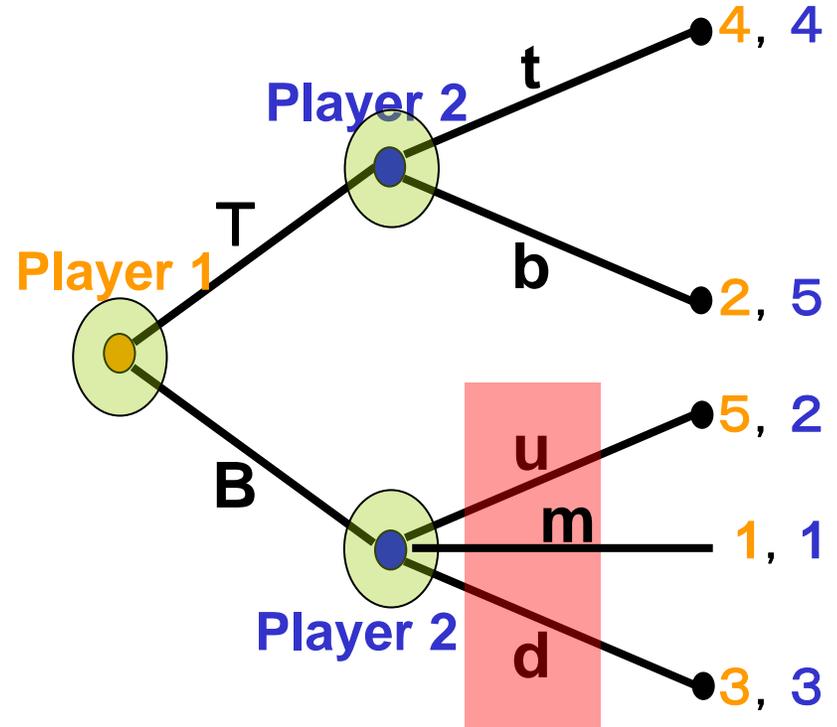
# 情報集合を描くときの注意点2

- 一つの情報集合内のすべての手番は、同じ数の枝を持つ。

不可



可

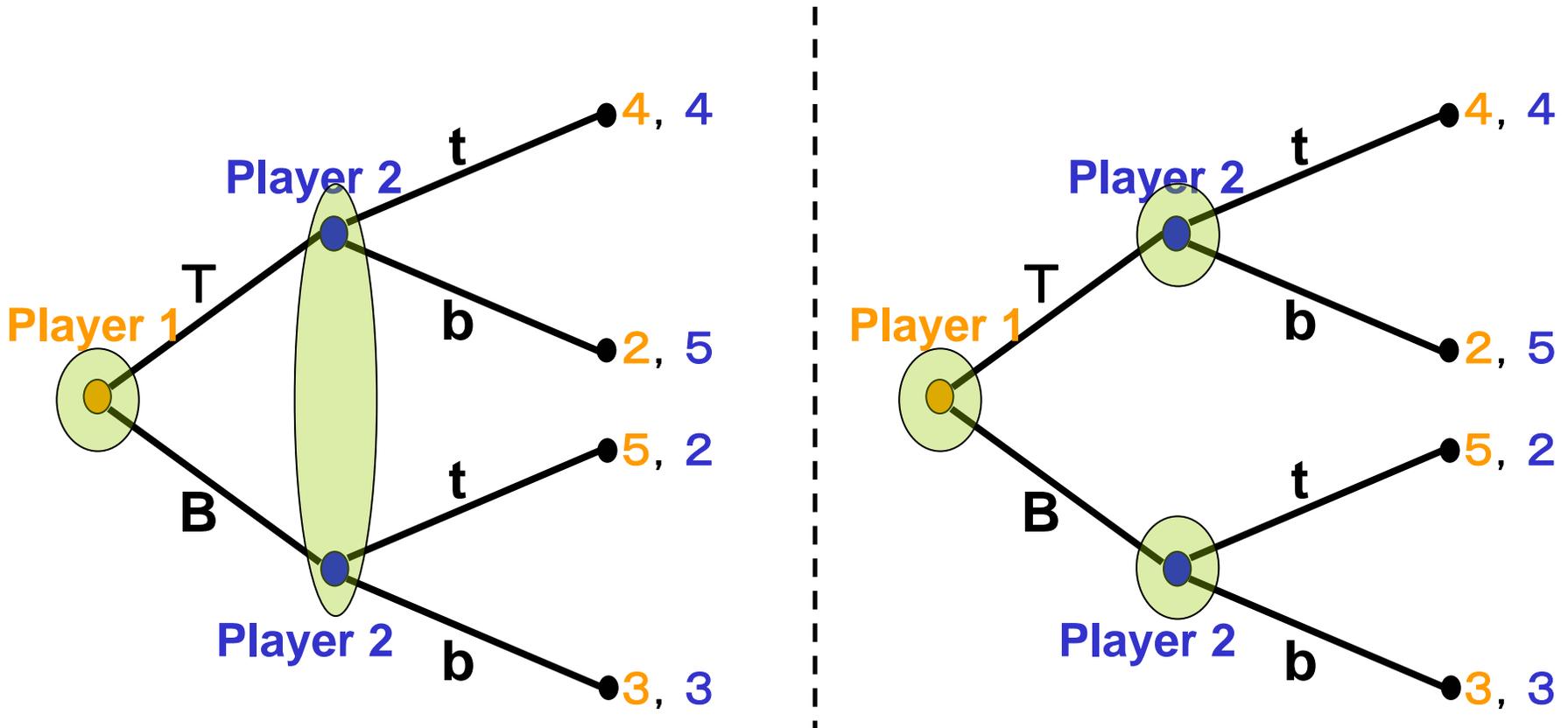


# 展開形ゲームの戦略と標準形表現

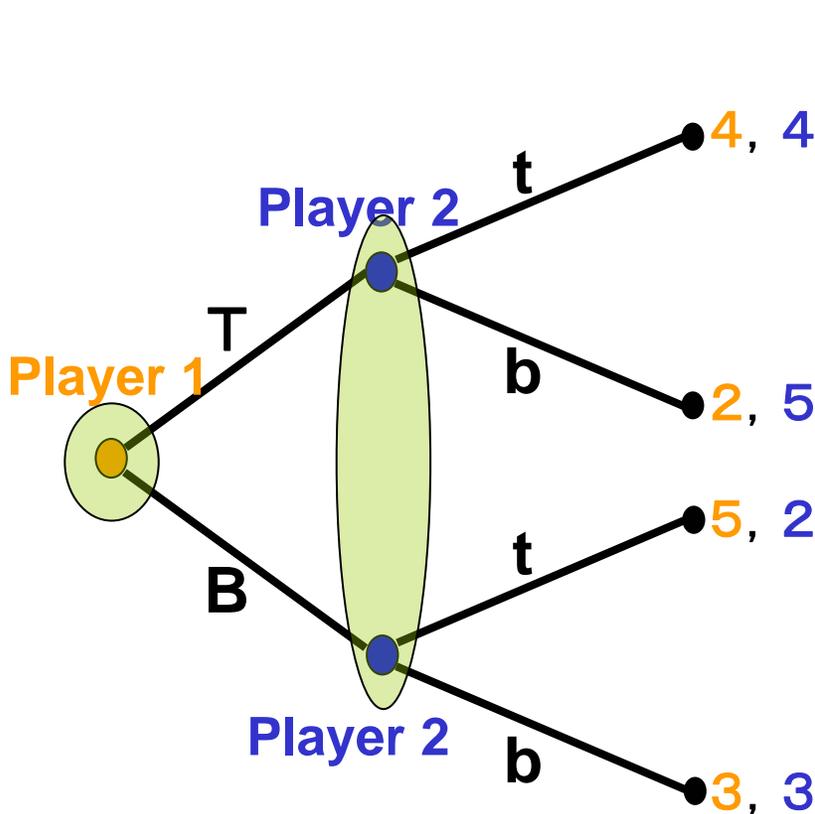
- 展開形ゲームにおいて、各プレイヤーが自分の手番で選ぶ選択肢のことを**行動**とよぶ。
- では、展開形ゲームにおけるプレイヤーの**戦略**とはなんだろうか？
- それは、ゲームを開始する前に決めておく、プレイヤーの**行動計画**である。

- 左図と右図を比べると

- 左図・・・Player 2 は、Player 1 の選択内容を知らない状態  
で、自身の行動を決定しなければならない
- 右図・・・Player 2 は、Player 1 の選択内容を知った状態  
で、自身の行動を決定することができる。



- 左図におけるプレイヤーの行動計画を考えよう。
  - プレイヤー1は、自分の番(情報集合)で T か B か、を決定する。
  - プレイヤー2は、自分の番(情報集合)で t か b か、を決定する。



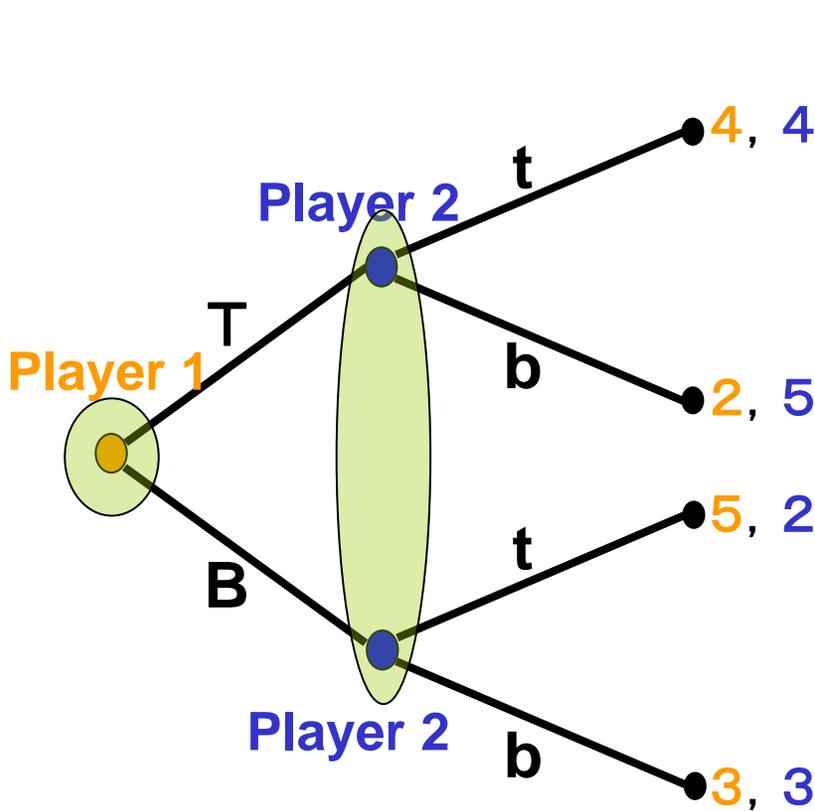
### Player 1の戦略集合 {T, B}

Player 1 は、事前に、自分の情報集合が到達したら、Tを選ぶのか、Bを選ぶのかを決定しておく。

### Player 2の戦略集合 {t, b}

Player 2 は、事前に、自分の情報集合が到達したら、tを選ぶのか、bを選ぶのかを決定しておく。

- 左図を標準形ゲームに書き換える。
  - 二人のプレイヤーが事前に同時に行動計画を立てて、その上で左図のようなゲームを計画通りに行うと考えれば、左図は標準形ゲームで表せる。



Player 2

		Player 2	
		t	b
Player 1	T	4, 4	2, 5
	B	5, 2	3, 3

Nash 均衡は (B, b)

- 右図のプレイヤーの行動計画を考えよう
  - プレイヤー1は、自分の番(情報集合)で T か B か、を決定する。
  - プレイヤー2は、**上の情報集合で t か b か、下の情報集合で t か b か、**を決定する。

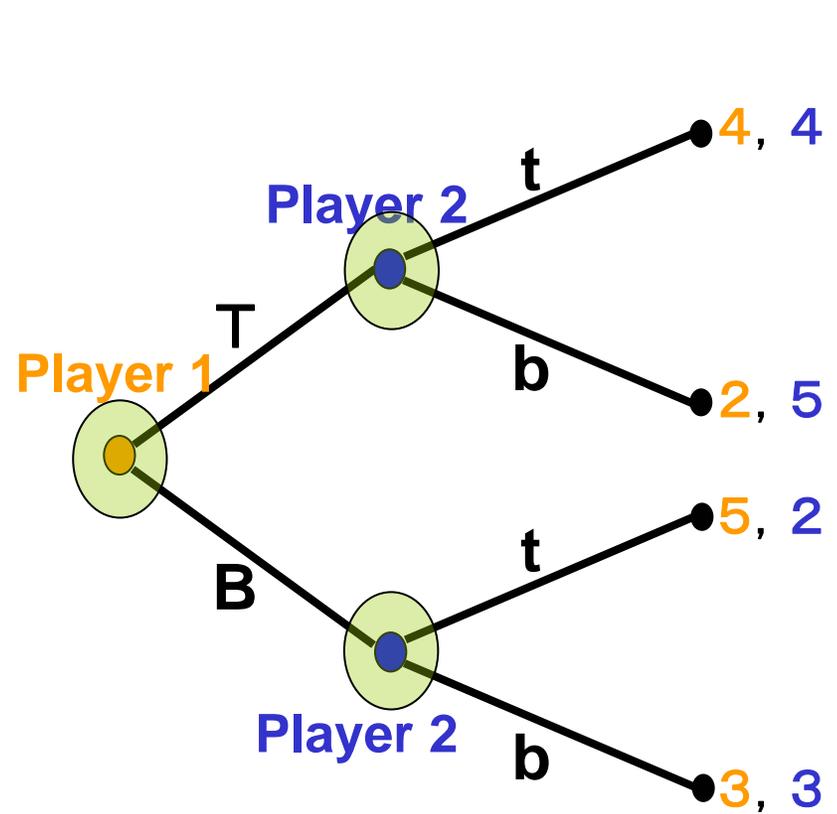
### Player 1の戦略集合 {T, B}

Player 1 は、事前に、自分の情報集合が到達したら、Tを選ぶのか、Bを選ぶのかを決定しておく。

### Player 2の戦略集合 {tt, tb, bt, bb}

Player 2 の行動計画は、  
 上の情報集合だったら t or b  
 下の情報集合だったら t or b  
 というもの

$2 \times 2 = 4$  なので、4通りの行動計画がある。  
 つまり、四種類の戦略がある。

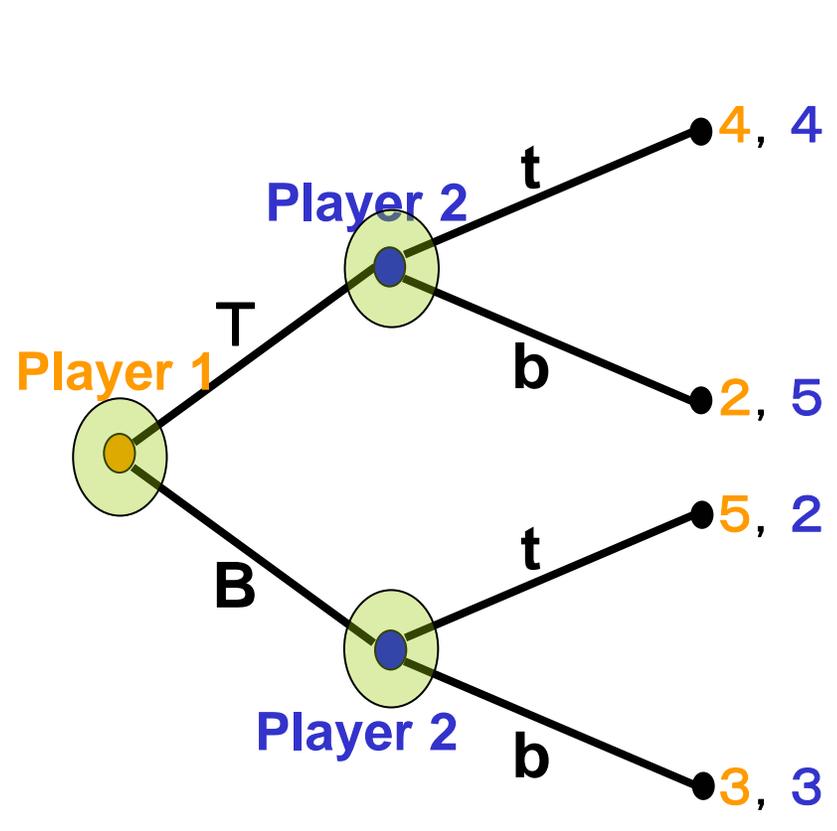


- 右図を標準形ゲームに書き換える。
  - プレイヤー2の戦略に注意。

		Player 2			
		tt	tb	bt	bb
Player 1	T	4, 4	4, 4	2, 5	2, 5
	B	5, 2	3, 3	5, 2	3, 3

Player 1

Nash 均衡は  
(B, bb)



- 展開形ゲームは、プレイヤーの戦略を行動計画と捉えることにより、プレイヤーが同時に行動計画を決定するような標準形ゲームとして分析することが可能である。
- これにより、展開形ゲームのNash均衡は、標準形に直したゲームのNash均衡として記述できる。

# 次回講義

- 展開形ゲームのNash均衡は求めることができたが、これは、プレイヤーが順々に行動するということを十分に考慮した均衡概念といえるのであろうか。
- 部分ゲーム完全均衡