ゲーム論Ｉ 第六回

上條　良夫

講義のキーワード

- 戦略集合が離散ではなく連続なケース
- クールノー競争
- “何”を最大化する人が“得”をする？

クールノー競争

- 寡占市場の分析で最も用いられているモデル
- 数量競争ともいわれる

- 企業1と企業2
- x_i は企業 i の生産量
- $X = x_1 + x_2$.
- 市場の逆需要関数は $P = a - X$
- 各企業は、一単位の生産あたり c の費用がかかる（限界費用は一定）。

- 各企業は同時に生産量を決定する。

- 企業 i の利潤
- Π i = P xi – c xi = (a - X) xi – c xi

- 当該状況は、標準形ゲーム（N、S1, S2, Π 1 , Π 2 ）と表される。
  - N＝{1, 2}
  - S1 = S2 ＝R_+

- このゲームのナッシュ均衡は、実は、ゲーム理論が生まれるずっと前にクールノーの考えたクールノー均衡と一致することが知られている。

- クールノー・ナッシュ均衡とよばれる。

- クールノー均衡とは、互いに相手の生産量を所与として、利潤の最大化をしているような状態をいう。（つまり、生産量を戦略変数として、互いに最適反応を取り合っている状態のこと）

クールノー･ナッシュ均衡の導出

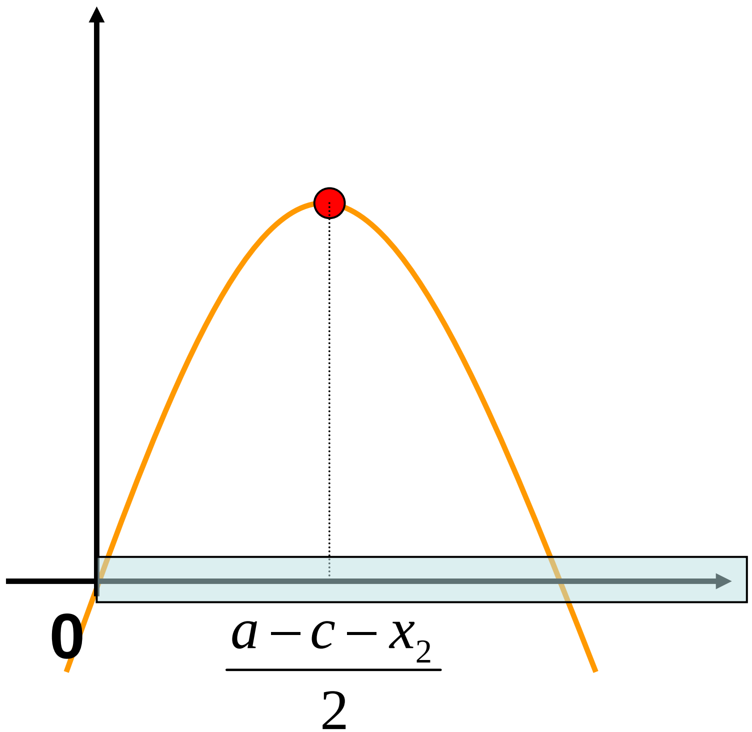
- 企業1の最適反応を導出する。

$$\pi_1(x_1, x_2) = (a - x_1 - x_2)x_1 - cx_1$$
$$= -x_1^2 + (a - c - x_2)x_1$$
$$= -\left(x_1 - \frac{a - c - x_2}{2}\right)^2 + \left(\frac{a - c - x_2}{2}\right)^2$$

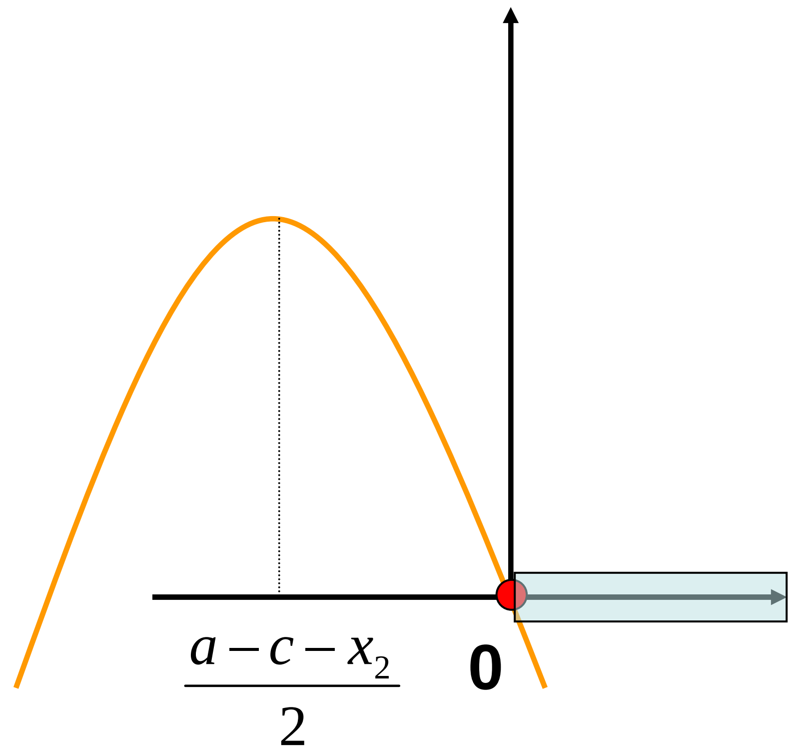
- 企業1の利潤は、x1 に関して上に凸な放物線であり、最大値は、

$$x_1 = \frac{a - c - x_2}{2}$$

$$a - c - x_2 \geq 0$$

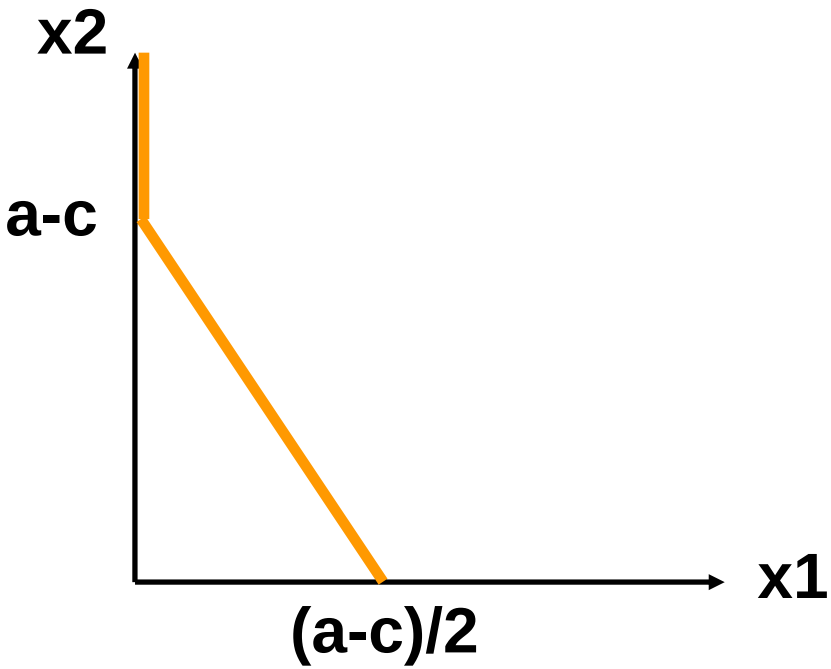


$$a - c - x_2 < 0$$



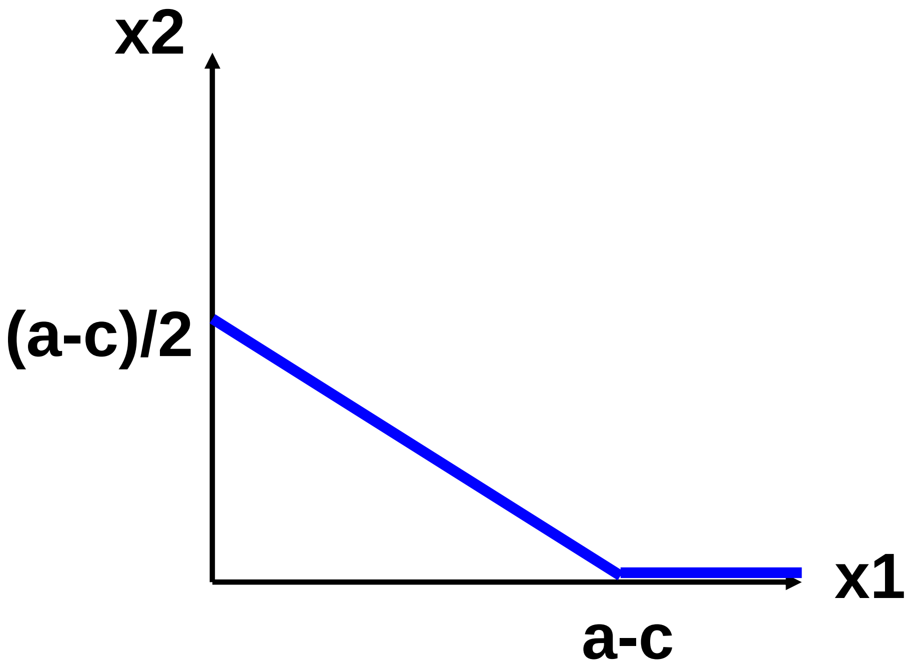
- 企業1の最適反応(反応関数)は、

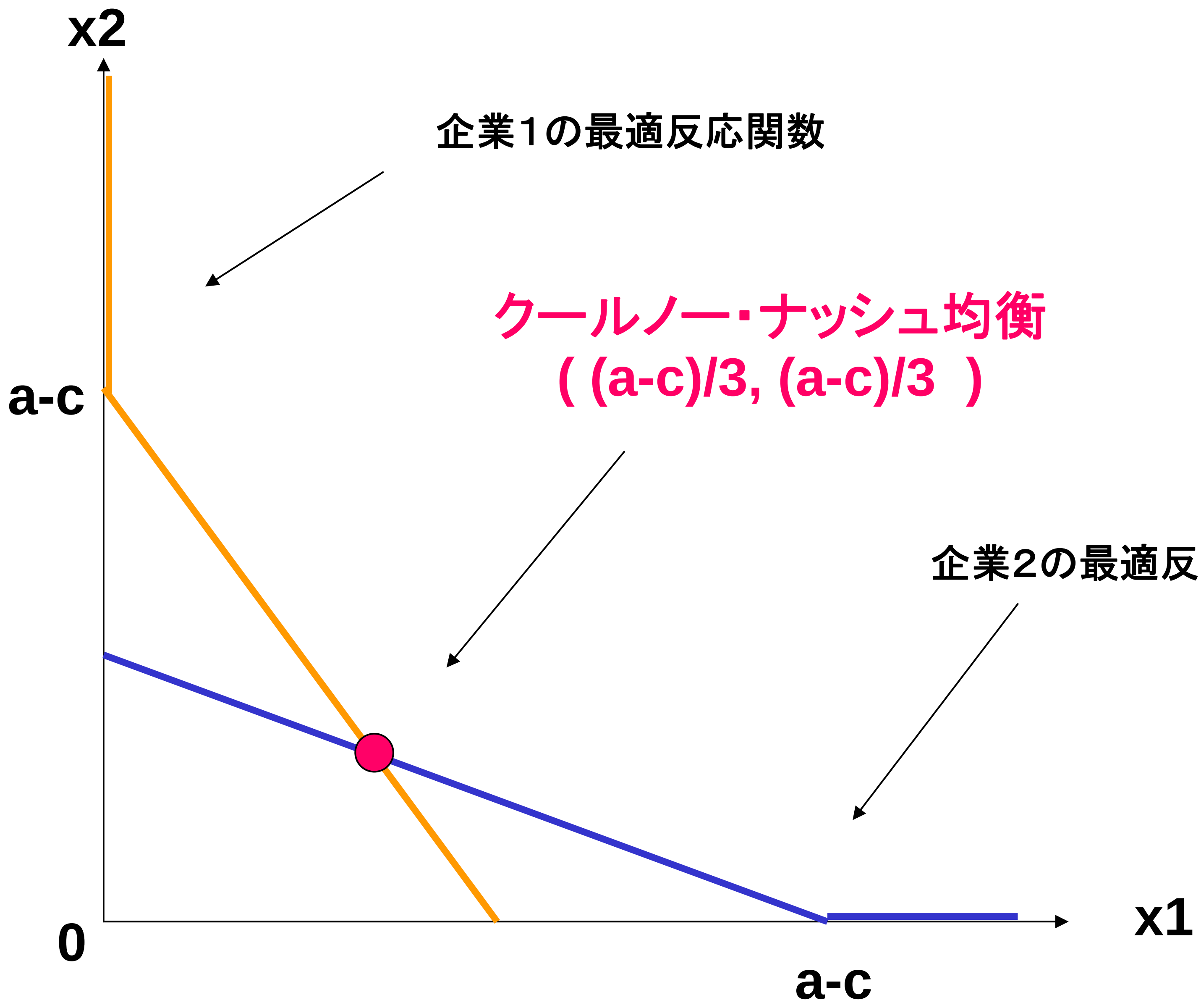
$$x_1 = \begin{cases} \dfrac{a-c-x_2}{2} & a-c \geq x_2 \\ 0 & a-c < x_2 \end{cases}$$



- 企業2の最適反応（反応関数）は、

$$x_1 = \begin{cases} \dfrac{a-c-x_1}{2} & a-c \geq x_1 \\ 0 & a-c < x_1 \end{cases}$$




x2
企業1の最適反応関数
クールノー・ナッシュ均衡
((a-c)/3, (a-c)/3)
a-c
企業2の最適反応関数
0
x1
a-c

- クールノー・ナッシュ均衡

$$(\frac{a-c}{3}, \frac{a-c}{3})$$

- このときの各企業の利潤

$$\pi_1^* = \pi_2^* = \frac{(a-c)^2}{9}$$

“何”を目的とするのか

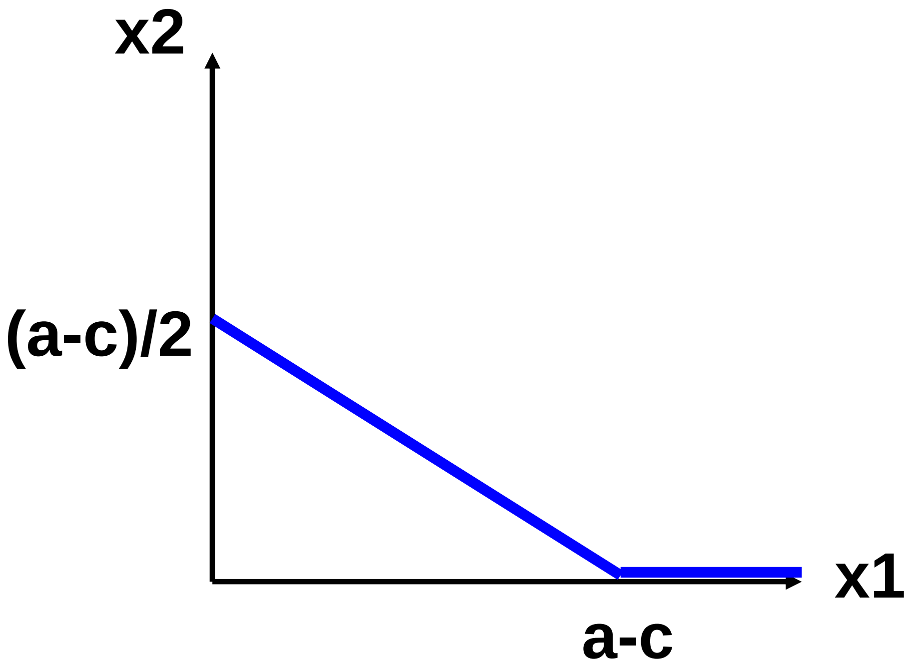
- しばしば、企業の目的は利潤ではない
- 例えば、売り上げ最大化を目指す企業が現実ではしばしば観察される。
- もし企業１が売り上げ最大化を目指すと何がおきるだろうか？

- 企業1の目的は売り上げ = P x1
- 企業2の目的は利潤 = P x2 – c x2

- 生産量を戦略として競争すると、何がおきるのだろうか？

- 企業2は利潤最大化するので、最適反応は前の例と変わらない。

$$x_2 = \begin{cases} \dfrac{a-c-x_1}{2} & a - c \geq x_1 \\ 0 & a - c < x_1 \end{cases}$$



- 企業1の最適反応を導出する。

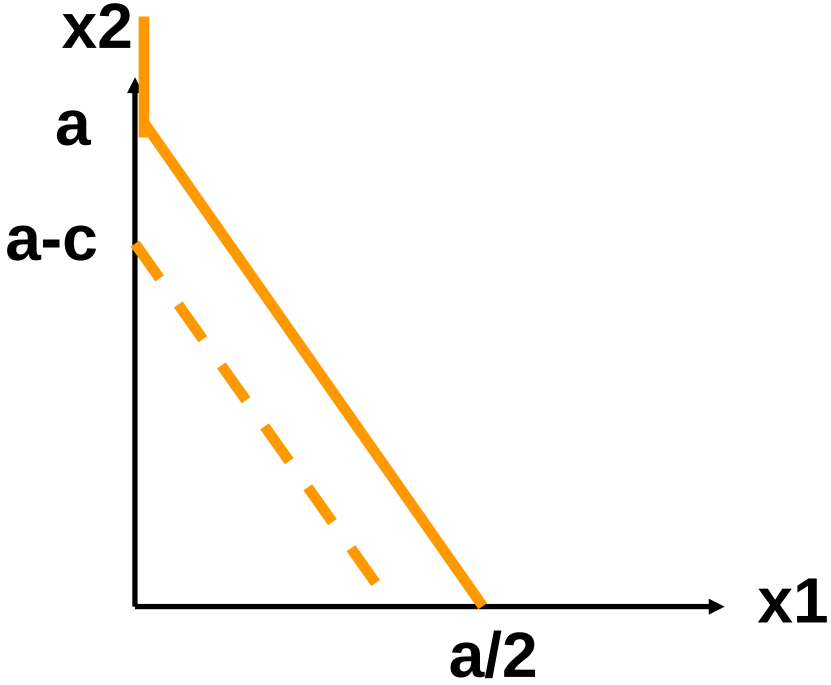
$$\begin{aligned} u_1(x_1, x_2) &= (a - x_1 - x_2)x_1 \\ &= -x_1^2 + (a - x_2)x_1 \\ &= -\left(x_1 - \frac{a - x_2}{2} \right)^2 + \left(\frac{a - x_2}{2} \right)^2 \end{aligned}$$

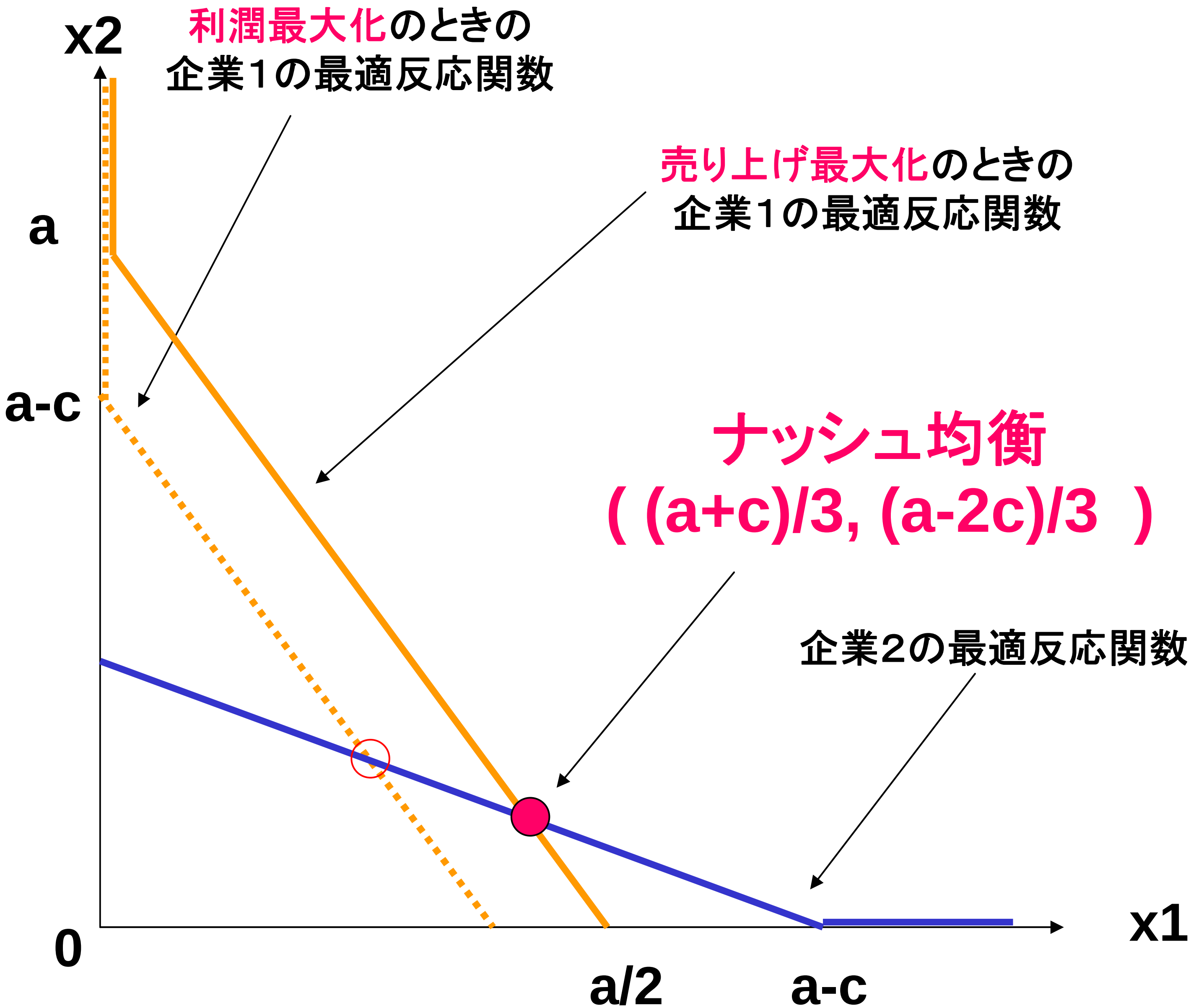
- よって、売り上げを最大化するような x1 は

$$x_1 = \frac{a - x_2}{2}$$

- 企業1の最適反応（反応関数）は、

$$x_1 = \begin{cases} \dfrac{a - x_2}{2} & a \geq x_2 \\ 0 & a < x_2 \end{cases}$$




x2
利潤最大化のときの
企業1の最適反応関数
売り上げ最大化のときの
企業1の最適反応関数
a
a-c
ナッシュ均衡
((a+c)/3, (a-2c)/3)
企業2の最適反応関数
0
a/2
a-c
x1

- ナッシュ均衡

$$\left(\frac{a+c}{3}, \frac{a-2c}{3}\right)$$

- このときの各企業の利潤
  - 企業1 $$\pi_1^* = \frac{(a+c)(a-2c)}{9}$$
  - 企業2 $$\pi_2^* = \frac{(a-2c)^2}{9}$$

- 興味深いことに、利潤を最大化しようとする企業２よりも、利潤以外のもの（ここでは売り上げ）を最大化しようとする企業１のほうが高い利潤を獲得している。

- ゲーム的状況では、しばしば観察される現象である。

- 私達が、必ずしも自身の利益を最大化しようとしなくても、なんとなくうまくやっていけるのは、ひょっとしたらこのあたりに理由を求めることが出来るのかもしれない。

次回講義

- これまで扱ってきたのは、同時に意思決定を行うような問題
- 次の講義から数回にわたり考える問題は、意思決定が順番に行われるような問題である。

おまけ

Supplementary Questions
第二回三問目

- マックスミニ戦略の組は、支配される戦略の繰り返し消去により残される戦略である。

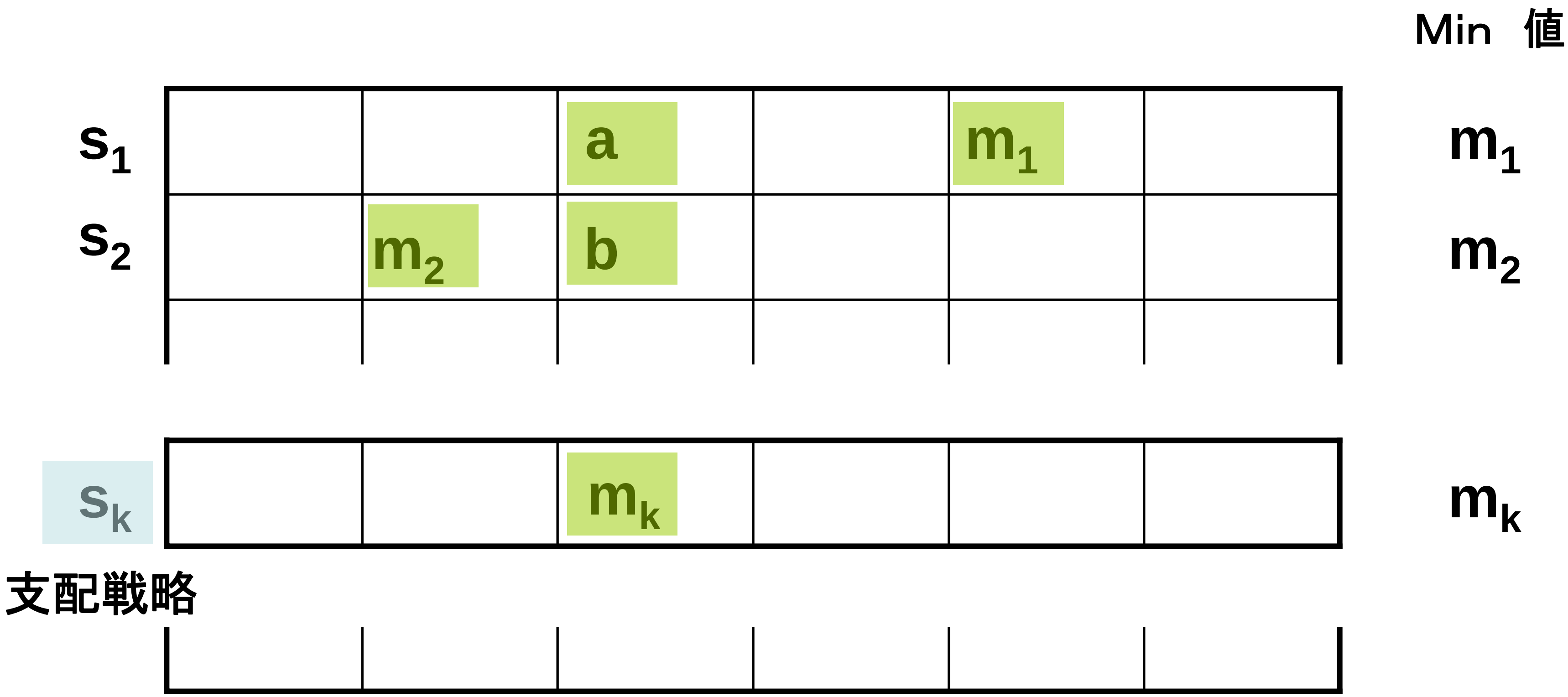
	s_1	s_2
s_1	3, 6	7, 1
s_2	5, 1	8, 2
s_3	6, 0	6, 3

マックスミニ戦略の組
（s3, s3）

	s_1	s_2
s_1	3, 6	7, 1
s_2	5, 1	8, 2
s_3	6, 0	6, 3

戦略の消去により残された戦略の組
（s2, s2）

- もし支配戦略が存在すれば、この戦略はマックスミニ戦略である。



必ず

$m_k > a >= m_1$

$m_k > b >= m_2$

- 支配される戦略の繰り返し消去を考えれば、必ず唯一つの戦略の組だけが残される。

	s^2_1	s^2_2
s^1_1	4,　4	0,　0
s^1_2	0,　0	3,　3

支配される戦略は存在しない

Supplementary Questions
第4回1問目

- 本日の講義で扱ったじゃんけんゲームにおいて，じゃんけんの勝敗による利得を，グーで勝利した場合は 5, チョキで勝利した場合は 3, パーで勝利した場合は 1 (つまり，ちょきで敗北した場合は -5, パーで敗北した場合は –3, グーで敗北した場合は -1) というように変更した場合，混合戦略を考慮した際のナッシュ均衡を求めよ.

- 混合戦略を (p, q, 1-p-q) として、
- 相手がグーのときの期待利得

$$-5q+(1-p-q)$$

- 相手がチョキのときの期待利得

$$5p-3(1-p-q)$$

- 相手がパーのときの期待利得

$$-p+3q$$

- 相手の「手」によらず期待利得が等しいとすると、p, q の値は

$$p = \frac{1}{3}$$

$$q = \frac{1}{9}$$

- よって、ナッシュ均衡では、両プレイヤーとも混合戦略

$$(\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{5}{9})$$

- をとる