ゲーム論Ｉ 第三回

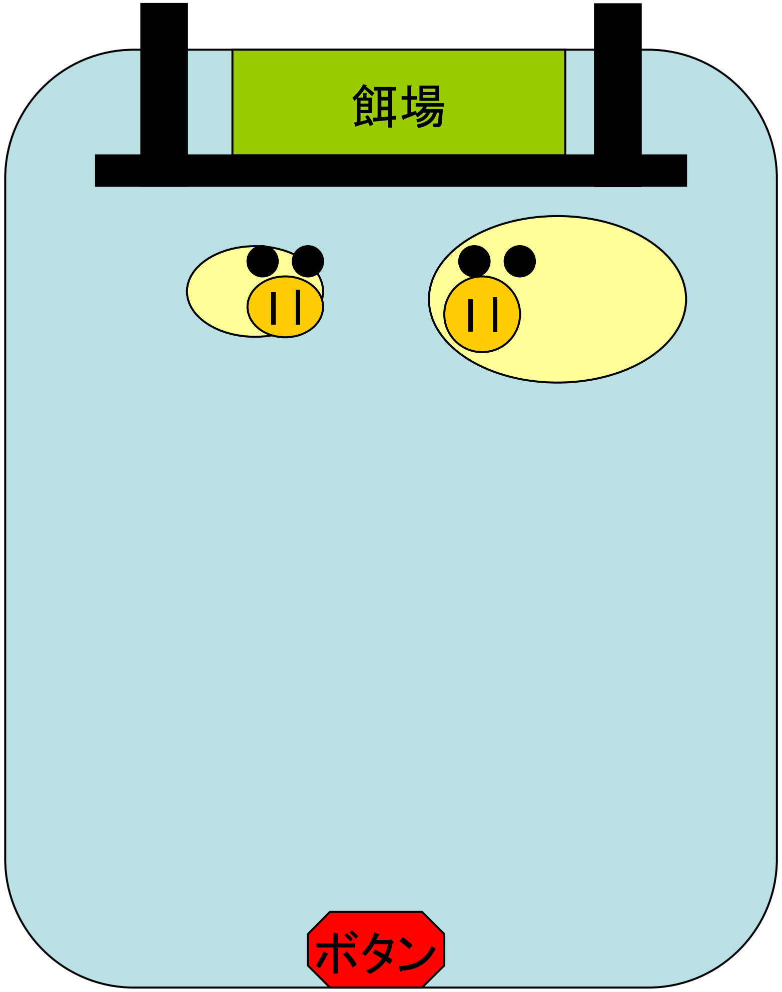
上條　良夫

講義のキーワード

- 支配戦略の繰り返し消去（復習）
- ナッシュ均衡
- 囚人のジレンマ
- 補論　標準形ゲームの数学的表現

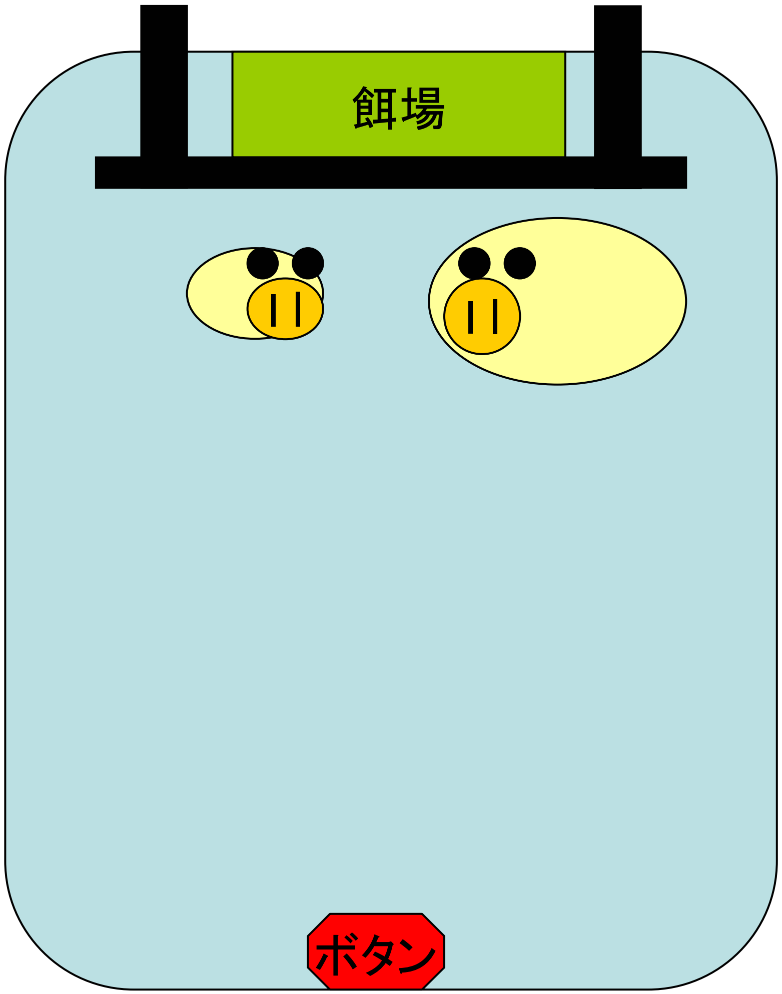
Supplementary Questions 1, 2

合理的な豚



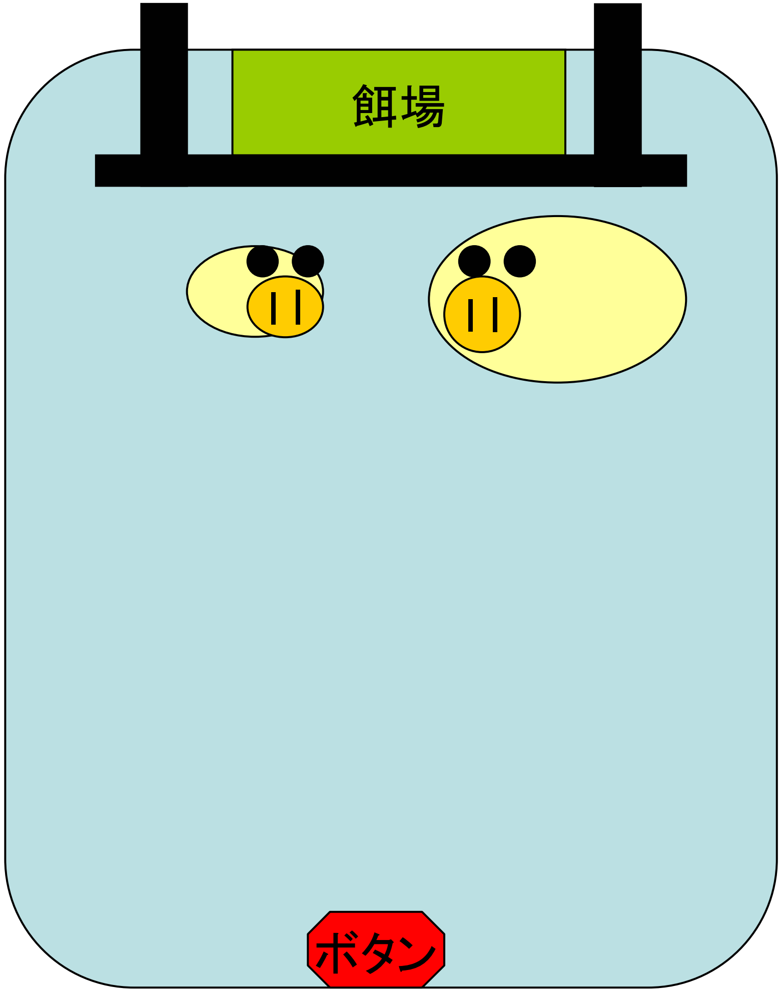
- 大豚と子豚が檻で囲まれた餌場の前にいる。
- どちらかの豚が餌場の反対側にあるボタンを押すと檻が外され餌場のえさを食べることができるようになる。
- 大豚は子豚に比べて走るのも早ければ、食べるのも早い。
- 二匹の豚は、「餌場の前で待つ」か「ボタンを押しにいく」か、決めなければならない。

合理的な豚



- 二匹とも「待つ」を選ぶと、二匹ともえさを食べることができない。
  - （子豚の利得、大豚の利得）＝（0．0）
- 大豚が「ボタンを押す」を選び、子豚が「待つ」を選ぶと、半分は子豚が食べもう半分は大豚が食べる。
  - （5，4）
- 大豚が「待つ」を選び、子豚が「ボタンを押す」を選ぶと、すべてのえさを大豚が食べてしまう。
  - （－1、10）
- 二匹とも「ボタンを押す」を選ぶと、大部分は大豚が食べる。
  - （1，7）

合理的な豚



- 合理的な豚たちは何を選択するだろうか？
- 子豚にとって、「待つ」が支配戦略。
- かしこい大豚は、子豚が「待つ」を選択することを予想して、自分で「ボタン」を押しに行く。
- つまり、一見大豚のほうが有利な状況であるが、状況的に不利な子豚のほうが戦略上は有利なのである。

一見不利な状況に思えるが、戦略的には不利ではない例

- 合理的な豚
- 電気屋の価格競争（前回講義の例2）
- 変則じゃんけん

- 支配される戦略の消去の概念は、意思決定をする際の頼もしい指針を与えるとともに、ゲーム的状況の結果を予測能力も高い。
- しかし、いつでもこれがうまくいくわけではない。
- 例えば、以下の調整ゲームを考えると、プレイヤー1も2も支配される戦略を持たないことがわかる。

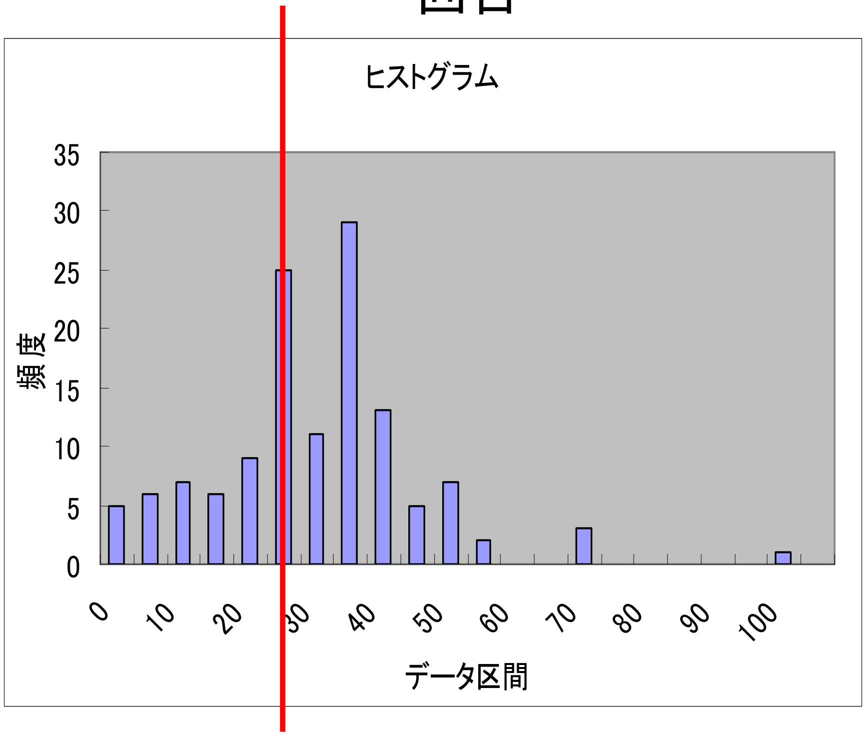
	s^2_1	s^2_2
s^1_1	4, 4	0, 0
s^1_2	0, 0	3, 3

- では、戦略の支配の概念にかわる、何か有益な概念はないだろうか

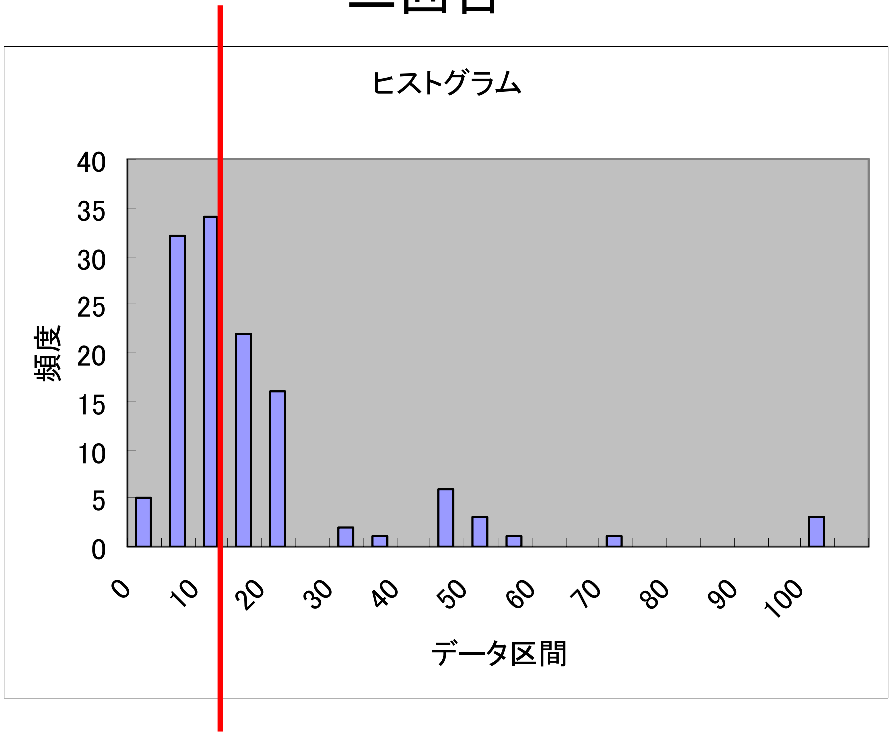
- ある。それは **Nash 均衡**である。

p-美人コンテストゲーム

一回目



二回目



平均値 28.1

勝者 18.73 (19 の人)

平均値 14.8

勝者 9.8 (10 の人)

- 一回目と二回目を比べると、二回目のほうが平均値がだいぶ低くなっている。
- なぜか。
  - 一回目の結果（平均28.1, 勝者 19）を観察したことにより、皆さんの周りの行動の予測が更新された。
  - 更新された予測に対して、**最適な反応**すると、数字は一回目よりもだいぶ低い値となる。

思考実験

- もし、3回目のp美人コンテストゲームが行われたら、平均値はどのようになるだろうか。
- 2回目よりもさらに平均値はさがるだろう。
- さらに、４回、５回、…、と続けたら、平均値はどうなっていくだろうか。
- おそらく、平均値は限りなく0へと近づいていくだろう。
- つまり、ほとんどの人が0を選択する、という状態が実現すると予想されるのだ。

- p 美人コンテストゲームにおいて、全員が 0 を選択している、というのはどのような状態なのだろうか。

- あなたが、周りがみんな 0　をとってくると予想するのであるならば、あなたは 0 をとることが最良の選択である（つまり、最適反応）。

- もちろん、あなた以外の人にとっても事情は同じである。周りが 0 をとってくると予想するのであれば、最良の選択は 0 である。

- つまり、全員が 0　を選択するという状態は、それぞれが回りに対して最適反応をしているというような常態なのである。

Nash 均衡

- Player 1 の戦略 s^1 が Player 2 の戦略 s^2 に対する最適反応であるとは、Player 2 が戦略 s^2 をとっていると仮定した下で、戦略 s^1 がプレイヤー1に最大の利得を与えることである。

	s^2_1	s^2_2
s^1_1	4*, 4	0, 0
s^1_2	0, 0	3*, 3

s^2_1 に対しては、s^1_1 が最適反応

s^2_2 に対しては、s^1_2 が最適反応

Nash 均衡

- Player 2 の戦略 s^2 が Player 1 の戦略 s^1 に対する最適反応であるとは、Player 1 が戦略 s^1 をとっていると仮定した下で、戦略 s^2 がプレイヤー2に最大の利得を与えることである。

	s^2_1	s^2_2	
s^1_1	4,　$4^{\#}$	0,　0	s^1_1 に対しては、s^2_1 が最適反応
s^1_2	0,　0	3,　$3^{\#}$	s^1_2 に対しては、s^2_2 が最適反応

Nash 均衡

- 戦略の組 (s^1, s^2) は以下の条件が成り立つときナッシュ均衡である
  - Player 1 の戦略 s^1 が Player 2 の戦略 s^2 への最適反応であり、
  - Player 2 の戦略 s^2 が Player 1 の戦略 s^1 への最適反応である。

	s^2_1	s^2_2
s^1_1	4^*, $4^\#$	0, 0
s^1_2	0, 0	3^*, $3^\#$

$(s^1_1$、$s^2_1)$ と $(s^1_2$、$s^2_2)$ が Nash 均衡である。

Nash 均衡の解釈

- 一度きりのゲームで、実際に Nash 均衡に到達するかどうかは疑わしい、
- しかし、ひとたび Nash 均衡に落ち着いたならば、各 Player にはそこから戦略を変更する理由をもたない。
- ゲームを繰り返し行い、各人の他の人々への行動の予想が修正されるにつれて、Nash 均衡へと近づいていくことが期待できる。

Nash 均衡を求めてみよう

- 合理的な豚
- Supplementary Questions 1 のゲーム
- 電気屋の価格競争ゲーム（第二回講義例1）
- 電気屋の価格競争ゲーム（第二回講義例2）

重要な事実

- 支配される戦略の消去ができなくても、Nash均衡が存在する例はある。

- 支配される戦略の繰り返し消去により残された戦略は、必ず Nash 均衡である。（しかも、このときには他に Nash 均衡は存在しない。）

休憩

- John F. Nash (1928 ~)
- 1994 年に、ゼルテン、ハルサニーとともにゲーム理論に関する功績によりノーベル経済学賞を受賞
- Nash の生涯に関心のある方は、映画 Beautiful Mind をみるといいかも

囚人のジレンマ

- オリジナルのストーリー
- ある重大犯罪の犯人と疑わされている二人（AとB）が他の軽い罪で捕まった。
- 二人は別の部屋で取調べを受けている。
- 一人の刑事が A に次のような司法取引を持ちかけた
  - もしAが重大犯罪の罪について「自白」すれば、Bが「黙秘」するならば、特別にAの罪だけ軽くしてやる。このときAは懲役１年、Bは6年
  - 二人とも自白するならば、二人とも懲役４年。
  - Aが「黙秘」し、Bが「自白」すれば、Aは懲役6年、Bは１年
  - 二人とも「黙秘」するのならば、二人とも懲役２年である。

- 唯一のNash均衡は（自白、自白）
- 自白は、両者にとって支配戦略でもある。
- しかし、（自白、自白）は（黙秘、黙秘）にパレート支配されている。

	黙秘	自白
黙秘	−2, −2	−6, −1
自白	−1, −6	−4, −4

囚人のジレンマの例

- 環境問題
  - 共有地の悲劇
  - 温室効果ガスの排出
  - 水質汚染
- 軍拡競争、軍縮競争
- 広告競争
- 価格競争

皆さんの選択結果

	協力	裏切り
協力	4, 4	1, 6
裏切り	6, 1	2, 2

- 協力の選択率
  - 一回目　21%
  - 二回目　11%

次回講義

- これまで考えてきた戦略の概念では、例えばじゃんけんゲームなどの Nash 均衡を見つけることはできない。

- この問題を解決するためには、各戦略を確率的に選ぶ、という発想が必要になる。