ゲーム論Ｉ 第十三回

上條　良夫

講義のキーワード

- 情報不完備ゲーム（不完備情報ゲーム）
- 意思決定を順々に行うケース
- 信念
- 完全ベイジアン均衡

意思決定が順番に行われるケース

- 前回の講義では、自分や相手のタイプが完全には把握できないような状況（情報不完備）での、同時意思決定の問題を考察した。

- 本日の講義では、情報不完備下において、意思決定が順番に行われるケースを考察する。

- 展開形ゲームを標準形へと変換して分析するテクニックをそのまま応用すれば、情報不完備下で意思決定が順番に行われるケースであっても、ベイジアンナッシュ均衡の概念を用いて分析することは可能である。

- しかし、展開形ゲームを標準形に変換したゲームのナッシュ均衡には、しばしば不適当なものが含まれていた。

- これと同様に、情報不完備下で意思決定が順番に行われるケースにベイジアンナッシュ均衡を応用すると、解として不適当なものが含まれる場合がある。

- そこで、新しい均衡概念が必要となる。

- それが完全ベイジアン均衡である。

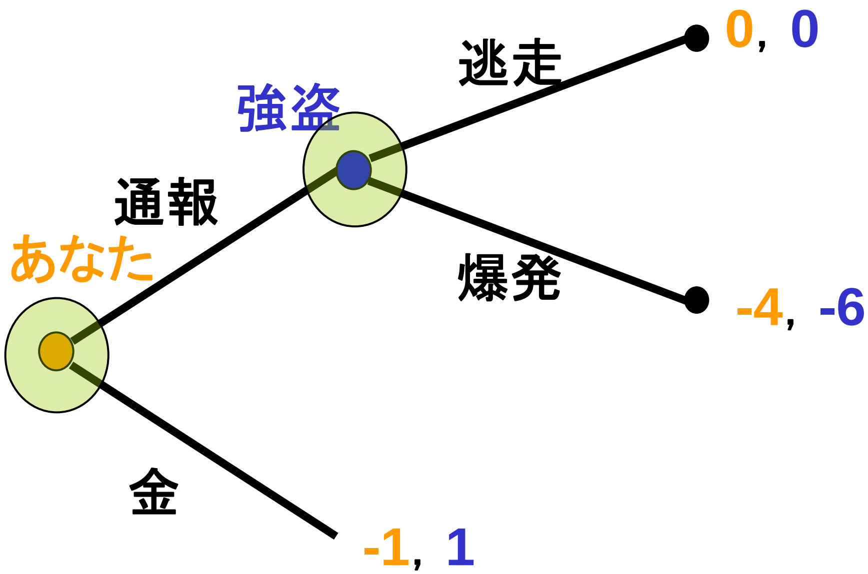
例1　強盗のハッタリ

- 第7回講義で取り扱った、「強盗のハッタリ」を少々修正した状況を考える。

- ストーリー
  - あなたのお店に強盗が侵入。
  - 強盗は爆弾を持っており、金を出せと脅す。
  - あなたは「金を払う」か払わずに「通報」するかを選択。
  - あなたが「金を払え」ば、強盗は金を受け取って逃走。
  - あなたが「通報」すると、強盗は「逃走」するか爆弾を「爆発」させるかを選択する。

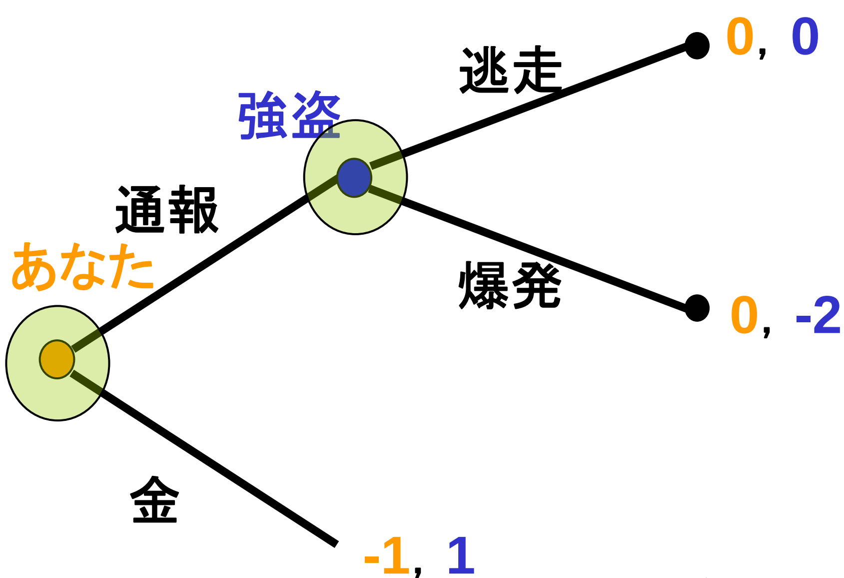
- ストーリー（追加）
  - 実はこの爆弾は、おもちゃである可能性がある。
  - 本物である確率は ½
  - おもちゃである確率は ½

  - おもちゃであるか本物であるかは強盗本人にはわかっている。
  - あなたには爆弾が本物かおもちゃかは判断できない。しかし、確率1/2 で本物で、確率1/2 でおもちゃであることは分かっている。
  - 当該状況は共有知識である。



爆弾が本物の場合 （確率1/2）

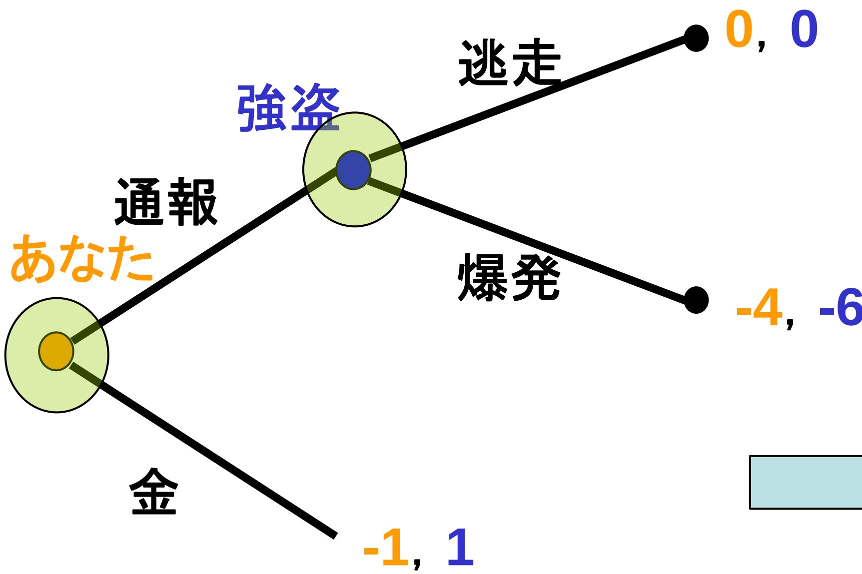
爆弾の爆発により、あなた
も強盗も -4 の利得
さらに強盗は捕まり-2 の利得



爆弾がおもちゃの場合 （確率1/2）

爆弾はおもちゃなので
あなたも強盗も爆発に
よる利得は0
しかし、まごまごしている
うちに強盗は捕まり-2の利得

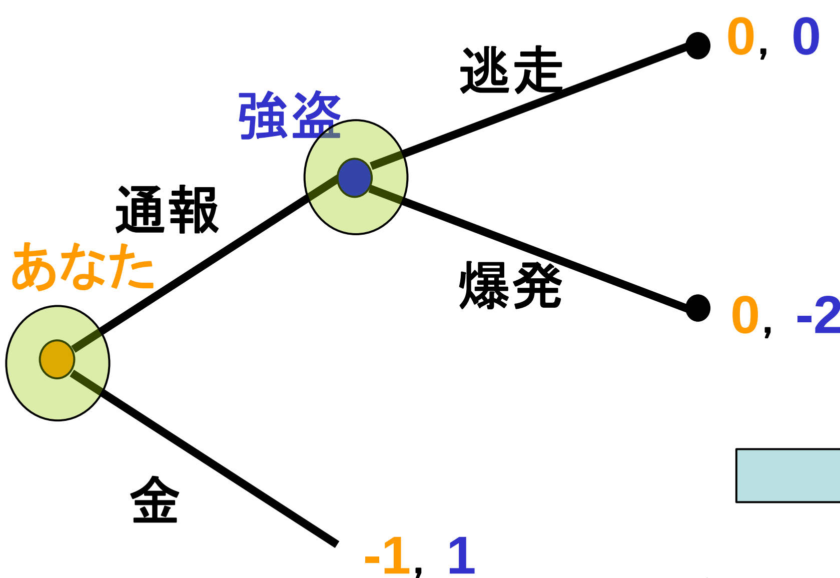
爆弾が本物の場合（確率1/2）



強盗
タイプ1

あなた	逃走	爆発
通報	0, 0	-4, -6
金	-1, 1	-1, 1

爆弾がおもちゃの場合（確率1/2）



強盗
タイプ2

あなた	逃走	爆発
通報	0, 0	0, -2
金	-1, 1	-1, 1

強盗
タイプ1

		逃走	爆発
あなた	通報	0, 0	-4, -6
	金	-1, 1	-1, 1

	逃逃	逃爆	爆逃	爆爆
通	0, (0, 0)	0, (0, -2)	-2, (-6, 0)	-2, (-6, -2)
金	-1, (1, 1)	-1, (1, 1)	-1, (1, 1)	-1, (1, 1)

強盗
タイプ2

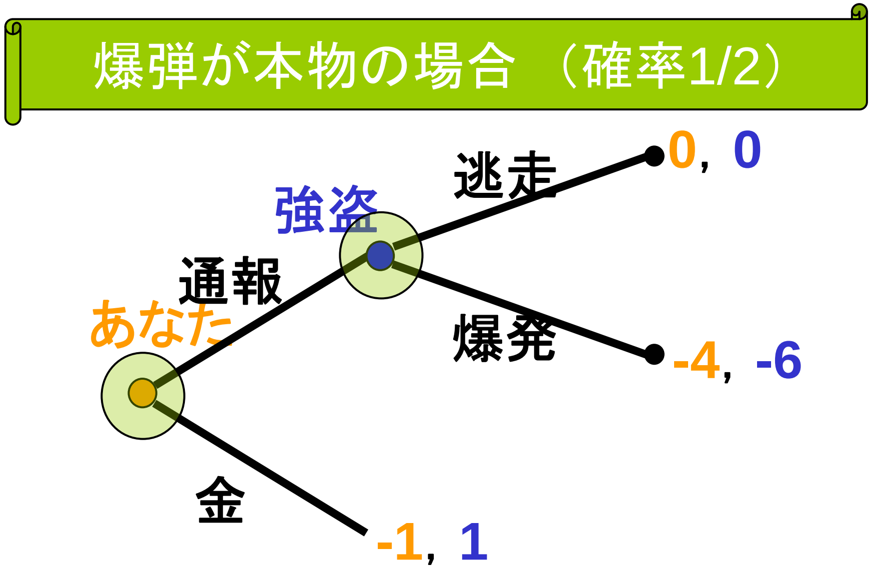
		逃走	爆発
あなた	通報	0, 0	0, -2
	金	-1, 1	-1, 1

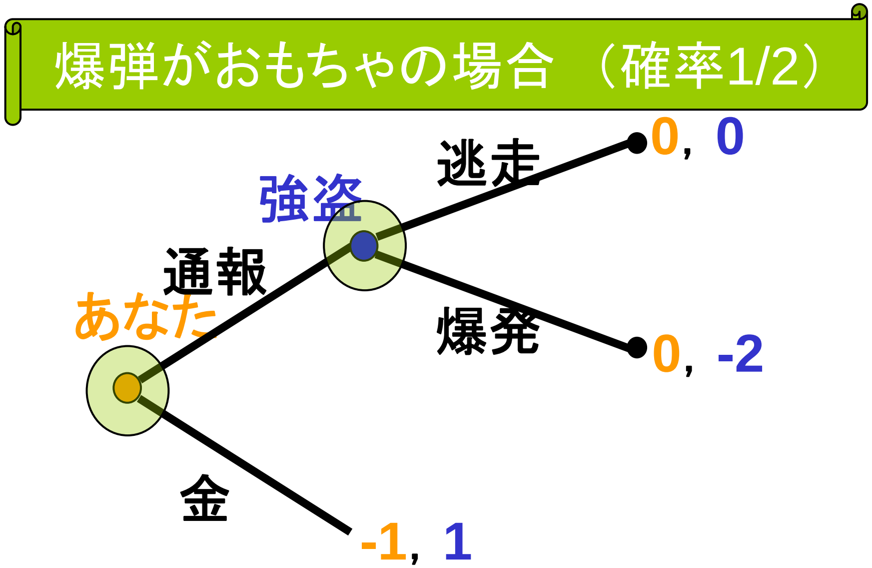
① まず、あなたの最適反応をチェックしていく。
② 強盗 タイプ1の最適反応をチェックしていく。
③ 強盗 タイプ2の最適反応をチェックしていく。
④ 全員（と全タイプ）が最適反応となっているところがベイジアンナッシュ均衡

	逃逃	逃爆	爆逃	爆爆
通	0, (0, 0)	0, (0, -2)	-2, (-6, 0)	-2, (-6, -2)
金	-1, (1, 1)	-1, (1, 1)	-1, (1, 1)	-1, (1, 1)

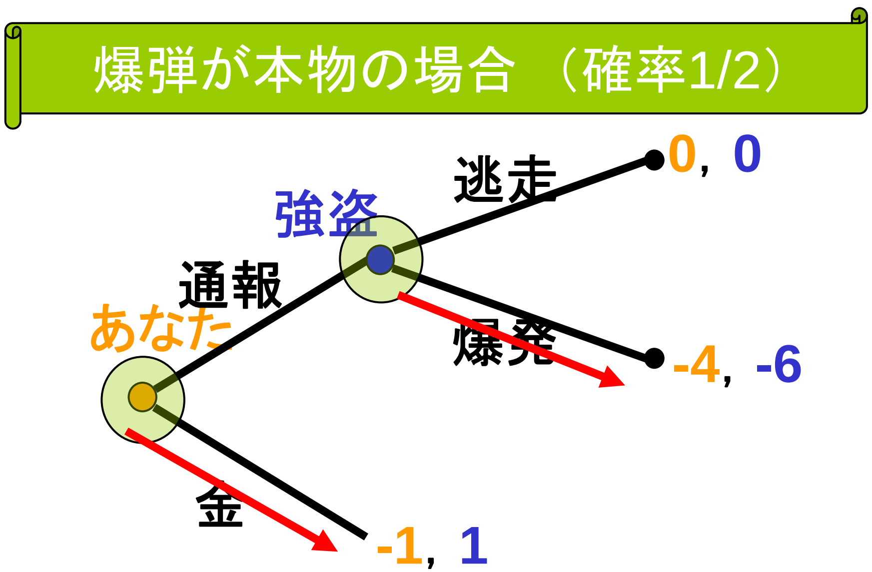
ベイジアンナッシュ均衡は
（通、逃逃）、（金、爆逃）、（金、爆爆）

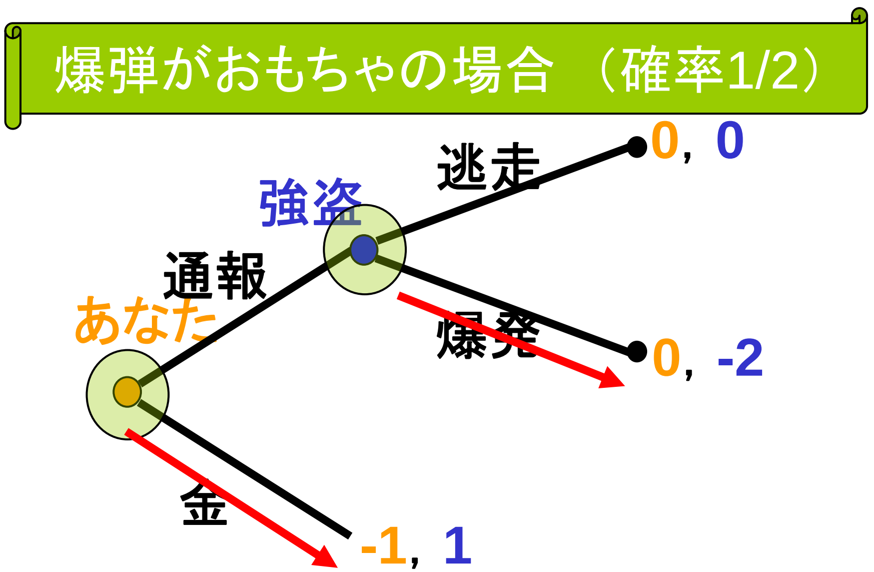
- よって、ベイジアンナッシュ均衡には、
  - あなたが通報するもの（通、逃逃）と、
  - あなたが金を支払うもの（金、爆逃）、（金、爆爆）
- の二種類が存在している。
- しかし、金を支払うタイプの均衡は本当に説得的なのだろうか？



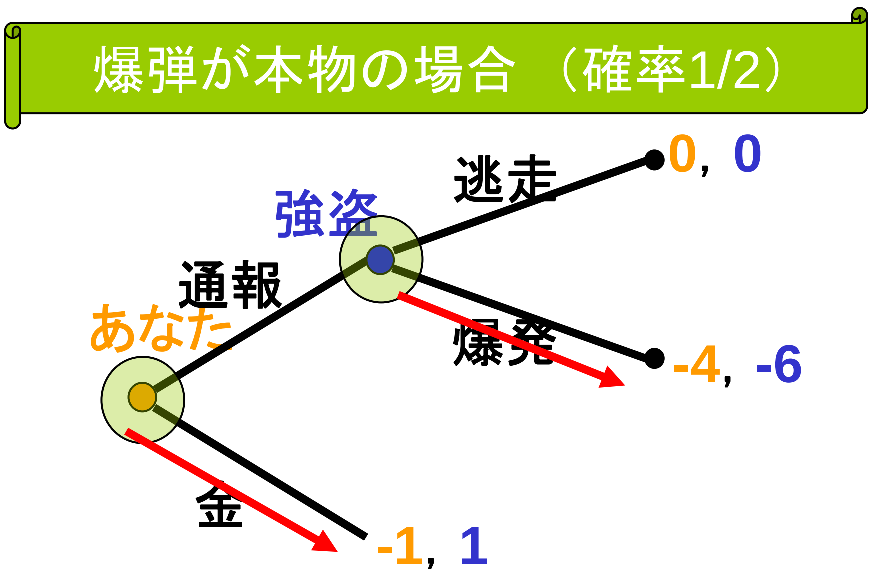


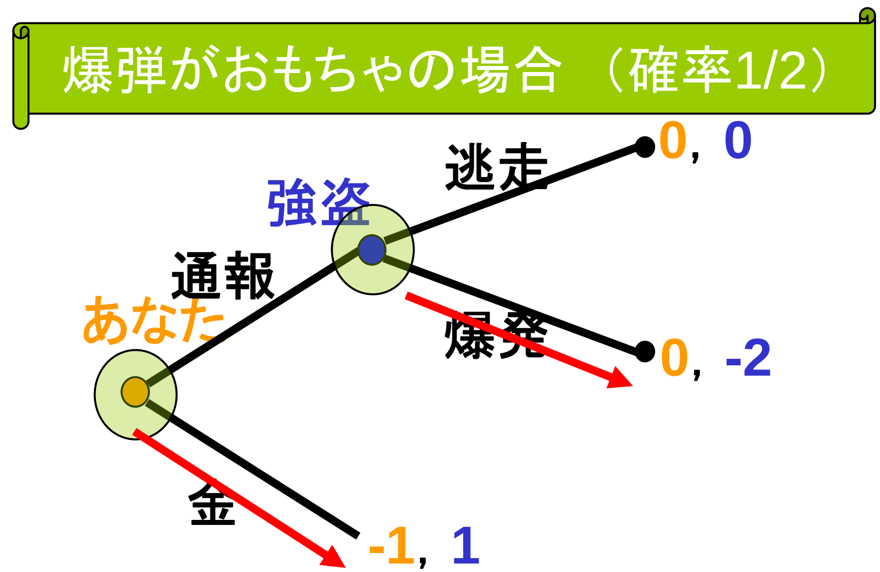
- 例えば、（金、爆爆）について考えてみよう。
- あなたは、爆弾が本物かおもちゃかが分からないため、強盗が戦略「爆爆」を選んでいるときに「通報」したときの期待利得を
  - (1/2) ×(-4) + (1/2) × 0 = -2
- と評価する。
- それに対して、金を払った場合の利得は -1 なので、あなたが金を払うを選択することは一見すると合理的。





- しかしながら、爆弾が本物であろうとおもちゃであろうと、あなたが仮に「通報」を選んだら、強盗にとって「逃走」するのが望ましいことは明らかである。
- つまり、ベイジアンナッシュ均衡（金、爆爆）において、強盗が爆発を選ぶというのは信憑性のない脅しである。（ベイジアンナッシュ均衡（金、爆逃）についても同様）
- つまり、ベイジアンナッシュ均衡は、信憑性のない脅しによって成立しているような説得的ではない均衡を含んでしまっているのである。



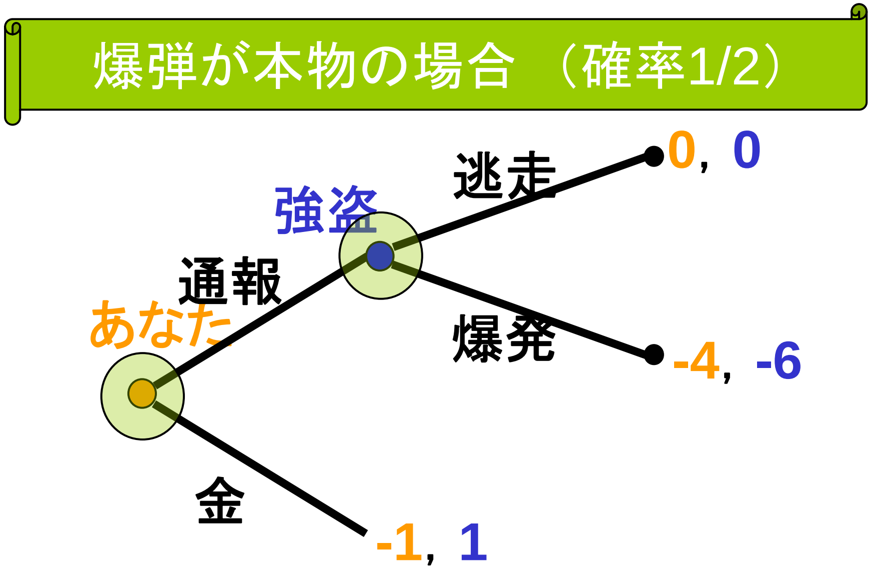


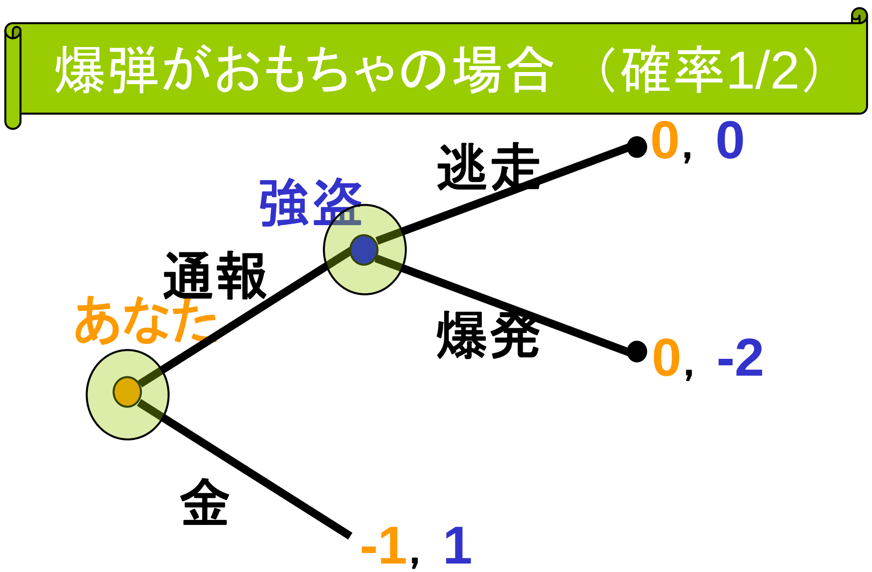
- 展開形ゲームにおける信憑性のない脅しのナッシュ均衡は、部分ゲーム完全均衡を考えることにより排除することが可能であった。

- では、情報不完備ゲームにおいて、部分ゲーム完全均衡を考えることはできるのだろうか？

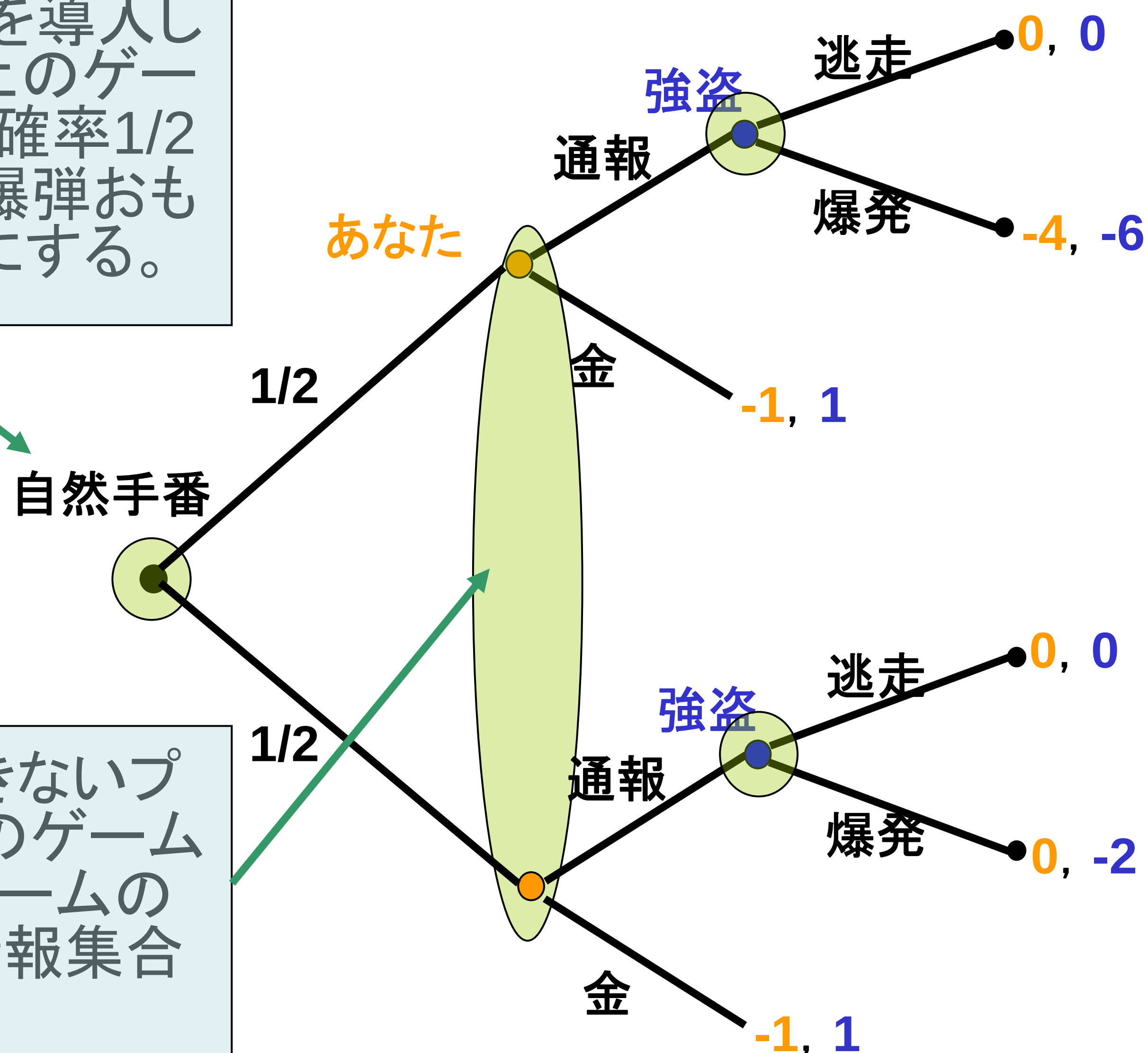
→　実は可能である。

- 我々が扱っているのは、確率1/2 で上の展開形ゲームであり、確率1/2 で下の展開形ゲームが行われていて、
- 強盗にはどちらのゲームが行われているのかがわかるが、あなたにはわからない、というような状況である。
- 展開形ゲームには、**情報集合上の複数の手番は識別できない**、というルールがあった。
- それを利用して、当該情報不完備な状況を次のように書き直してしまうのである。



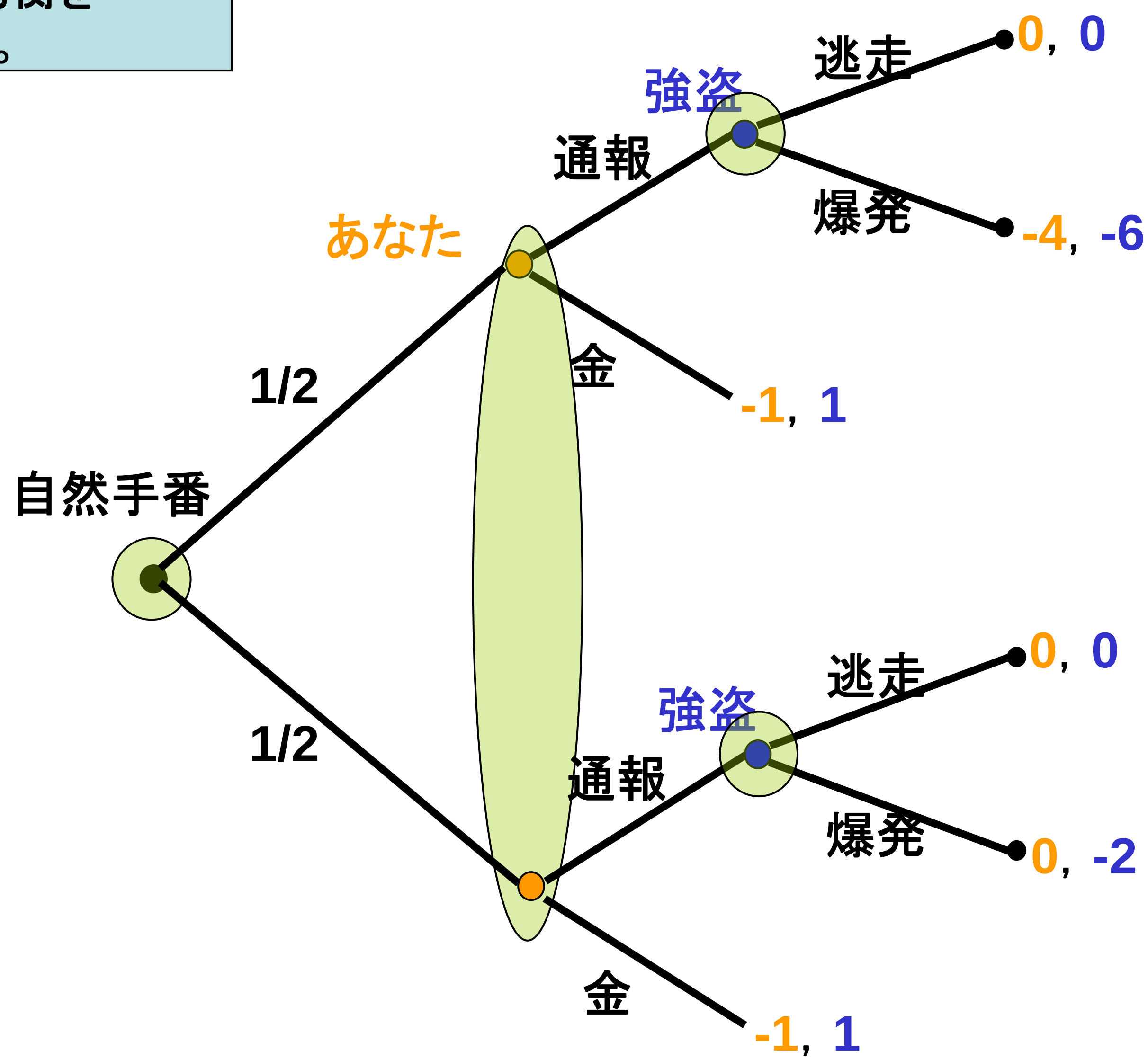


- まず、自然手番を導入して、確率1/2 で上のゲーム（爆弾本物）、確率1/2で下のゲーム（爆弾おもちゃ）にいくようにする。



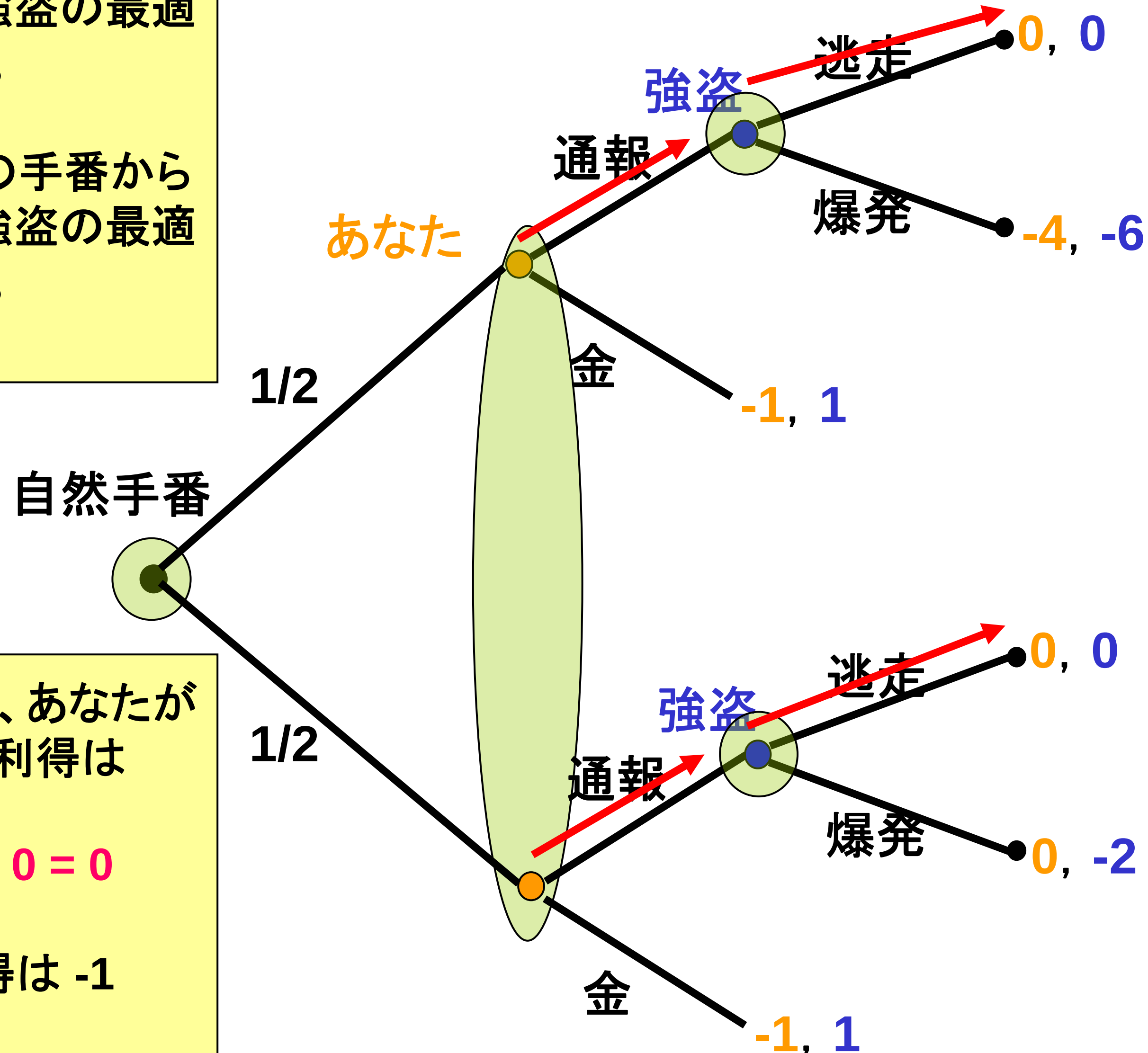
- タイプを識別できないプレイヤーは、上のゲームの手番と下のゲームの手番を同一の情報集合で囲む。

あとはこの展開形ゲームの
部分ゲーム完全均衡を
求めればよい。



① 上のゲームの、強盗の手番から始まる部分ゲームでの、強盗の最適な選択は、逃走。

② 下のゲームの、強盗の手番から始まる部分ゲームでの、強盗の最適な選択は、逃走。



③ 以上の結果を用いて、あなたが通報した場合の期待利得は

$(1/2) \times 0 + (1/2) \times 0 = 0$

一方、金を払うと利得は -1

よって通報する。

- よって部分ゲーム完全均衡は
  - （通、逃逃）
- となり、ベイジアンナッシュ均衡に含まれていた、信憑性のない均衡を排除することが出来た。

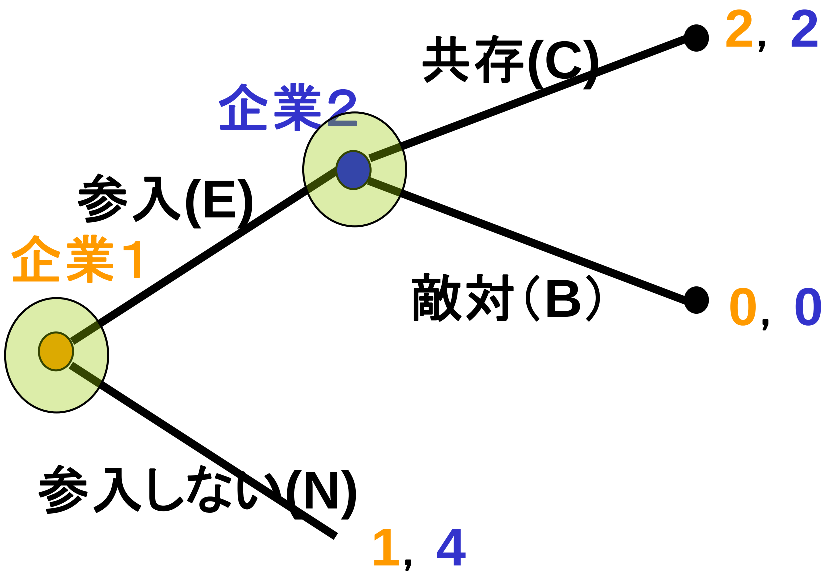
- ここでのポイントは、情報不完備ゲームを、これまで勉強してきたような情報完備な展開形ゲームへと変換して、そこに部分ゲーム完全均衡を適用したことである。

- しかしながら、いつでも部分ゲーム完全均衡を適用することによりうまくいくわけではない。次の例でそれを示す。

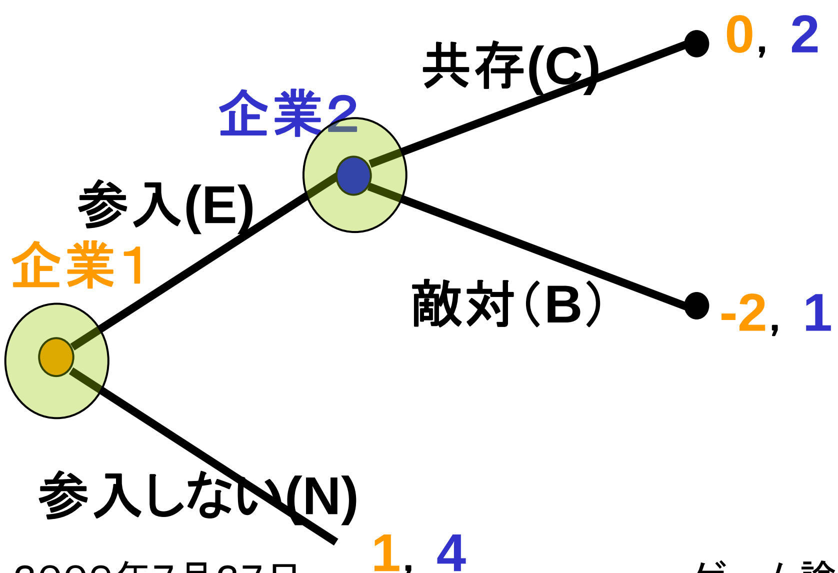
例2

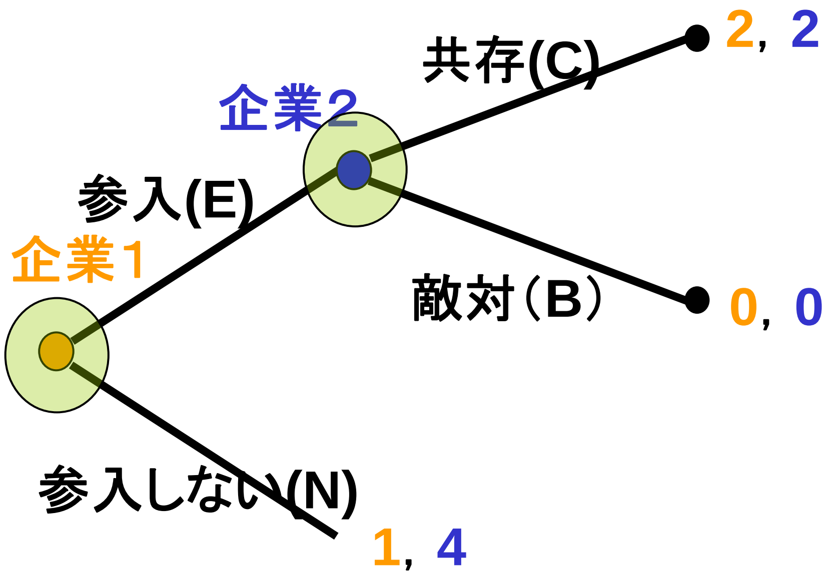
- 企業1が、企業2が現在独占している市場への参入を検討している。
- 企業1が「参入」を選択すると、企業2は企業1と「共存」をするか企業1に対して「敵対」するかを選択する。
- 参入を検討している企業1には、強いタイプと弱いタイプの二種類が存在する。
- 企業1は自分のタイプがわかるが、企業2は確率 ½ で強いタイプ、確率 ½ で弱いタイプであると見積もっている。
- 以上のことは共有知識である。

企業1がタイプ強 （確率1/2）



企業1がタイプ弱 （確率1/2）

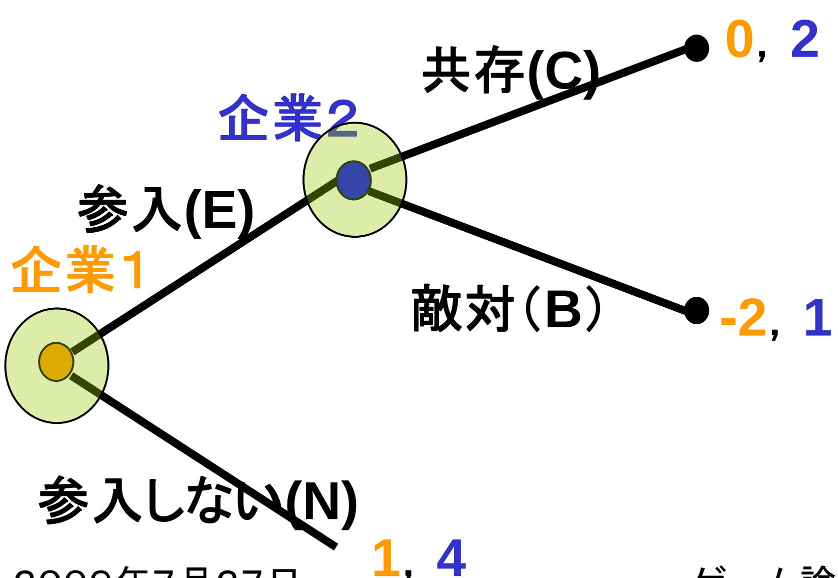




企業1がタイプ強 （確率1/2）

企業2

企業1 タイプ強	C	B
E	2, 2	0, 0
N	1, 4	1, 4



企業1がタイプ弱 （確率1/2）

企業2

企業1 タイプ弱	C	B
E	0, 2	-2, 1
N	1, 4	1, 4

	C	B
EE	(2,0), 2	(0,-2), 0.5
EN	(2,1), 3	(0,1), 2
NE	(1,0), 3	(1,-2), 2.5
NN	(1,1), 4	(1,1), 4

企業1がタイプ強　（確率1/2）

企業2

企業1 タイプ強	C	B
E	2, 2	0, 0
N	1, 4	1, 4

企業1がタイプ弱　（確率1/2）

企業2

企業1 タイプ弱	C	B
E	0, 2	-2, 1
N	1, 4	1, 4

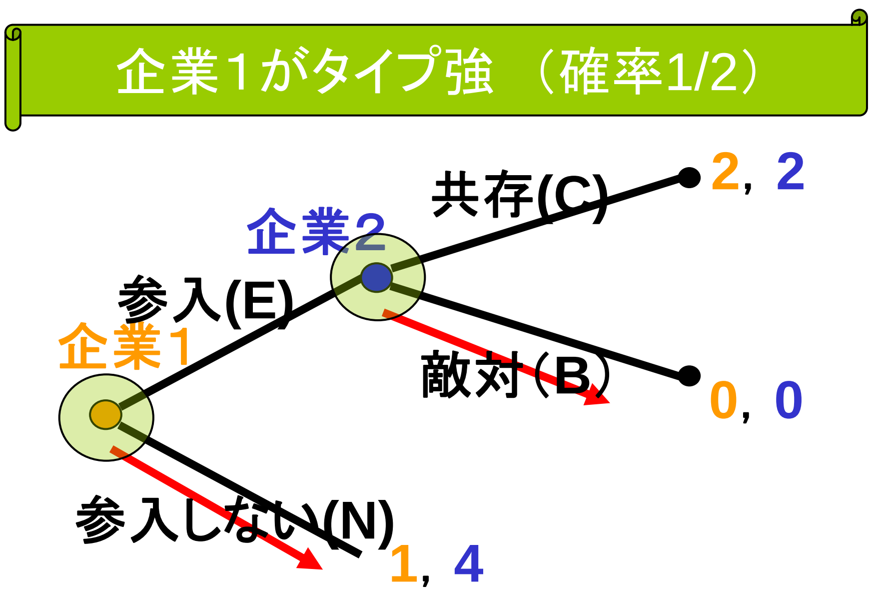
	C	B
EE	(2,0), 2	(0,-2), 0.5
EN	(2,1), 3	(0,1), 2
NE	(1,0), 3	(1,-2), 2.5
NN	(1,1), 4	(1,1), 4

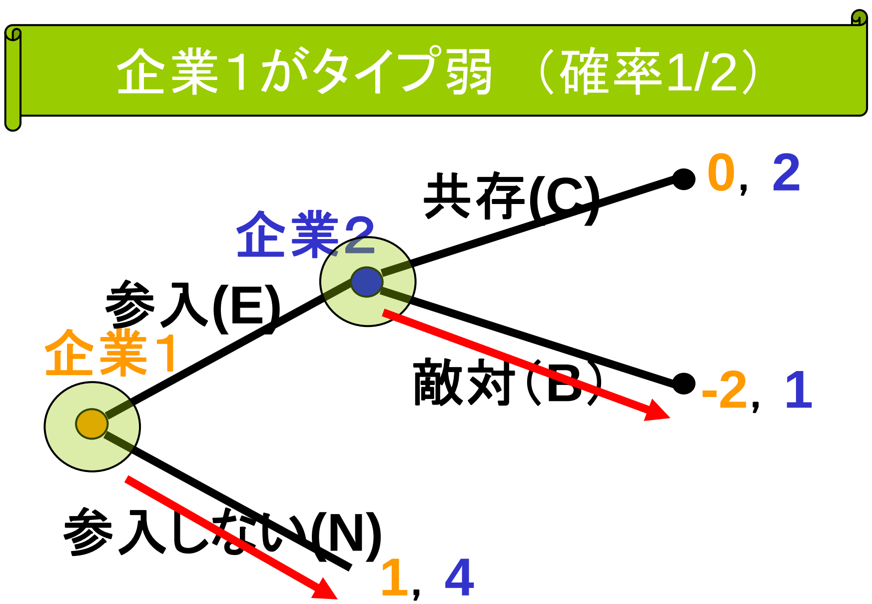
① 企業1タイプ強の最適反応チェック
② 企業1タイプ弱の最適反応チェック
③ 企業2の最適反応チェック

④ 全員（と全タイプ）が最適反応となるところがベイジアンナッシュ均衡

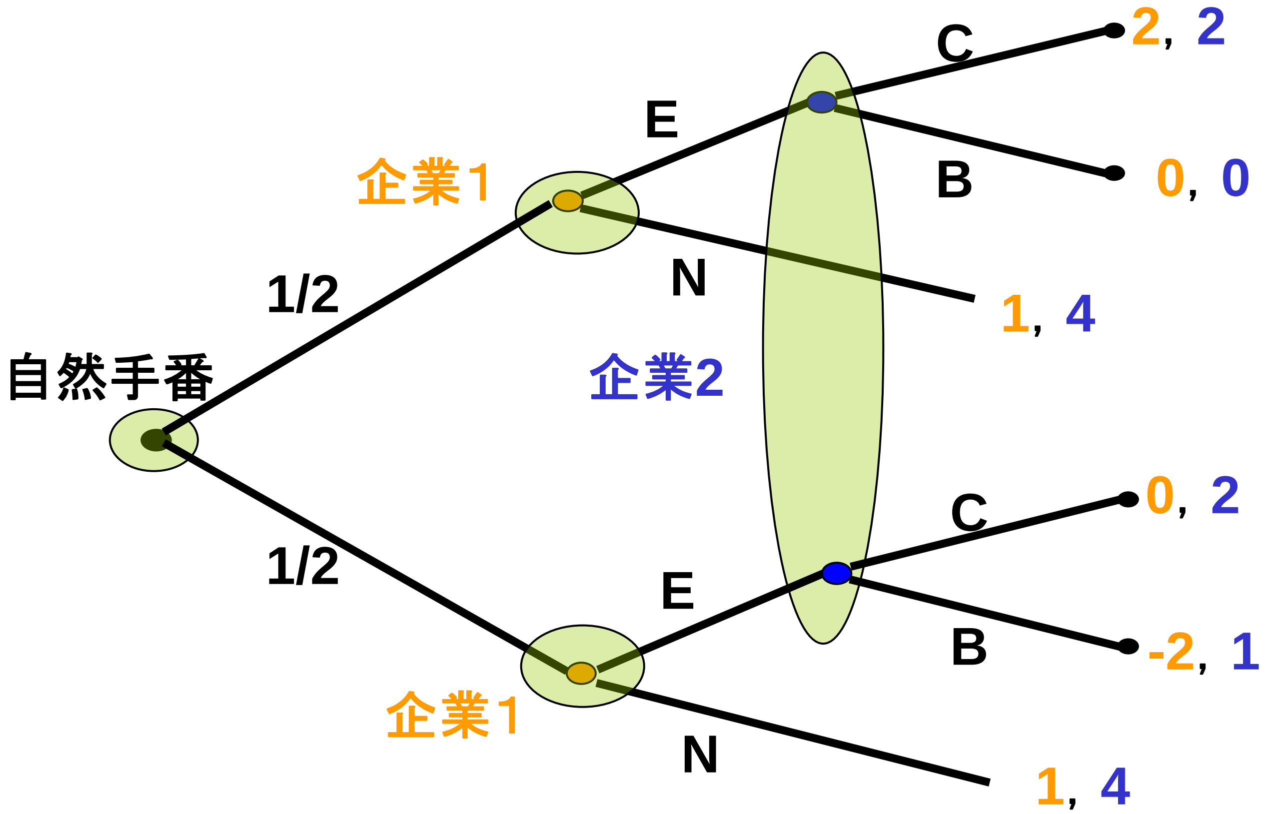
ベイジアンナッシュ均衡は
（EN、C）、（NN、B）

- ベイジアンナッシュ均衡 (NN, B) の妥当性について考えてみよう。
- 企業2は、敵対(B)を選んでいるが、これは説得的だろうか？
- 左のケース(タイプ強)でも、右のケース(タイプ強)でも企業2は共存することが望ましいはず。
- ということは、企業2の「敵対」には信憑性がないと考えられる。

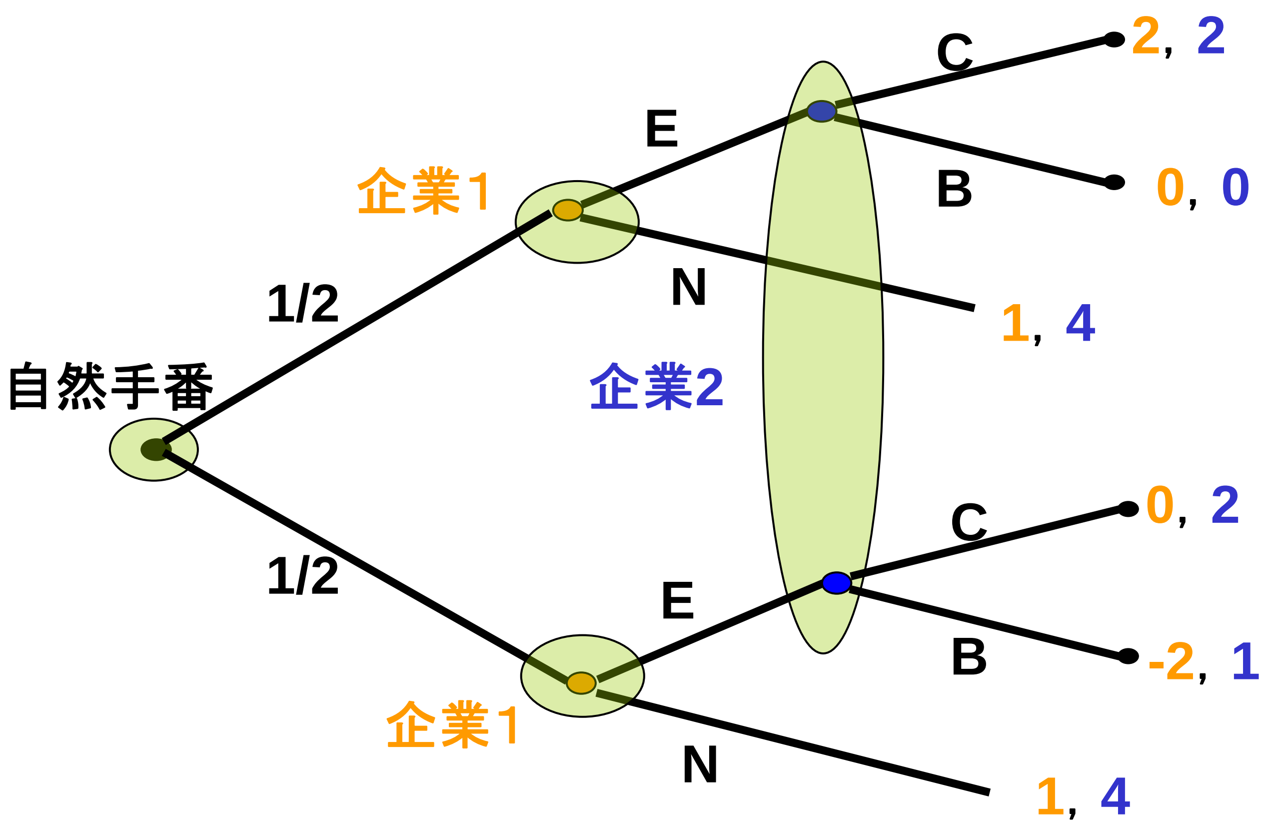




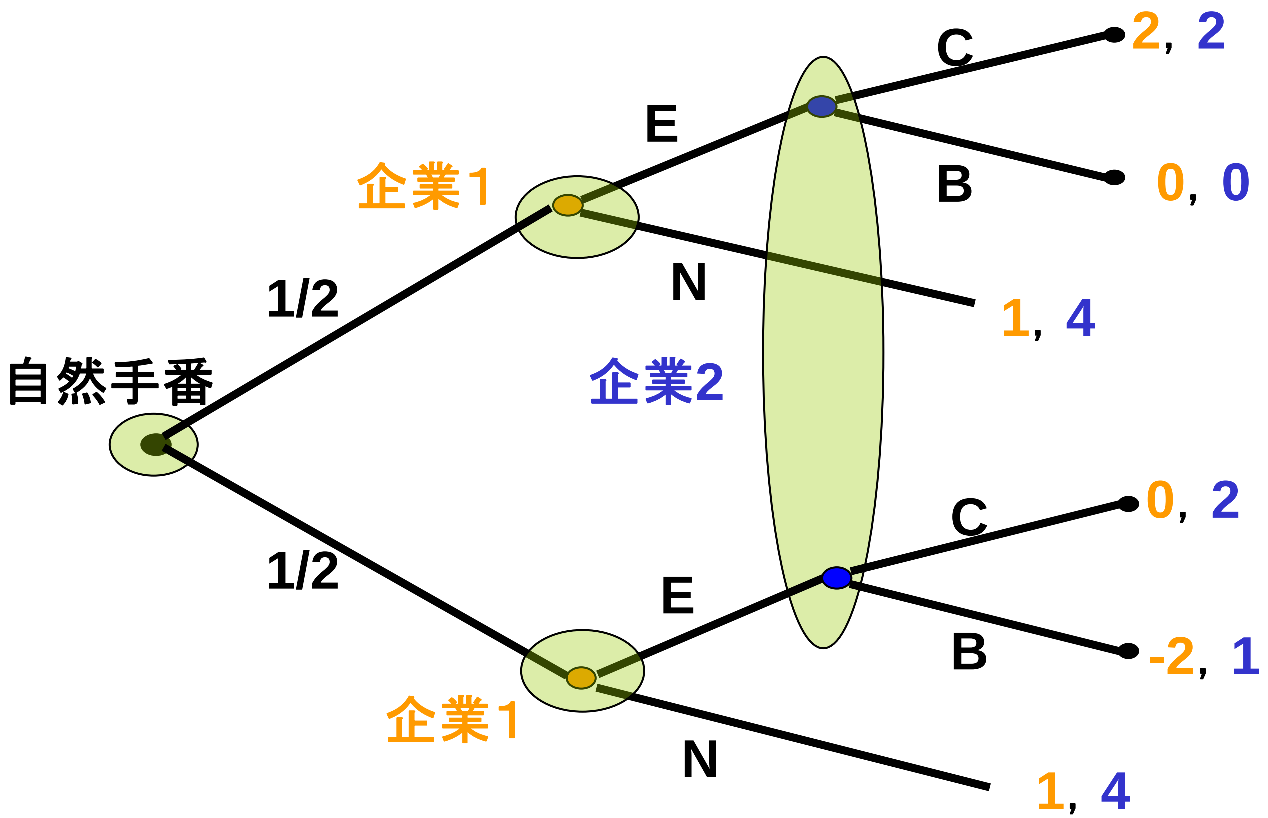
- では、この信憑性のない脅しによるベイジアンナッシュ均衡 (NN, B) が部分ゲーム完全均衡を考えることにより排除できるだろうか？
- 例１と同一の手順で情報不完備ゲームを展開形に直すと以下のようになる。



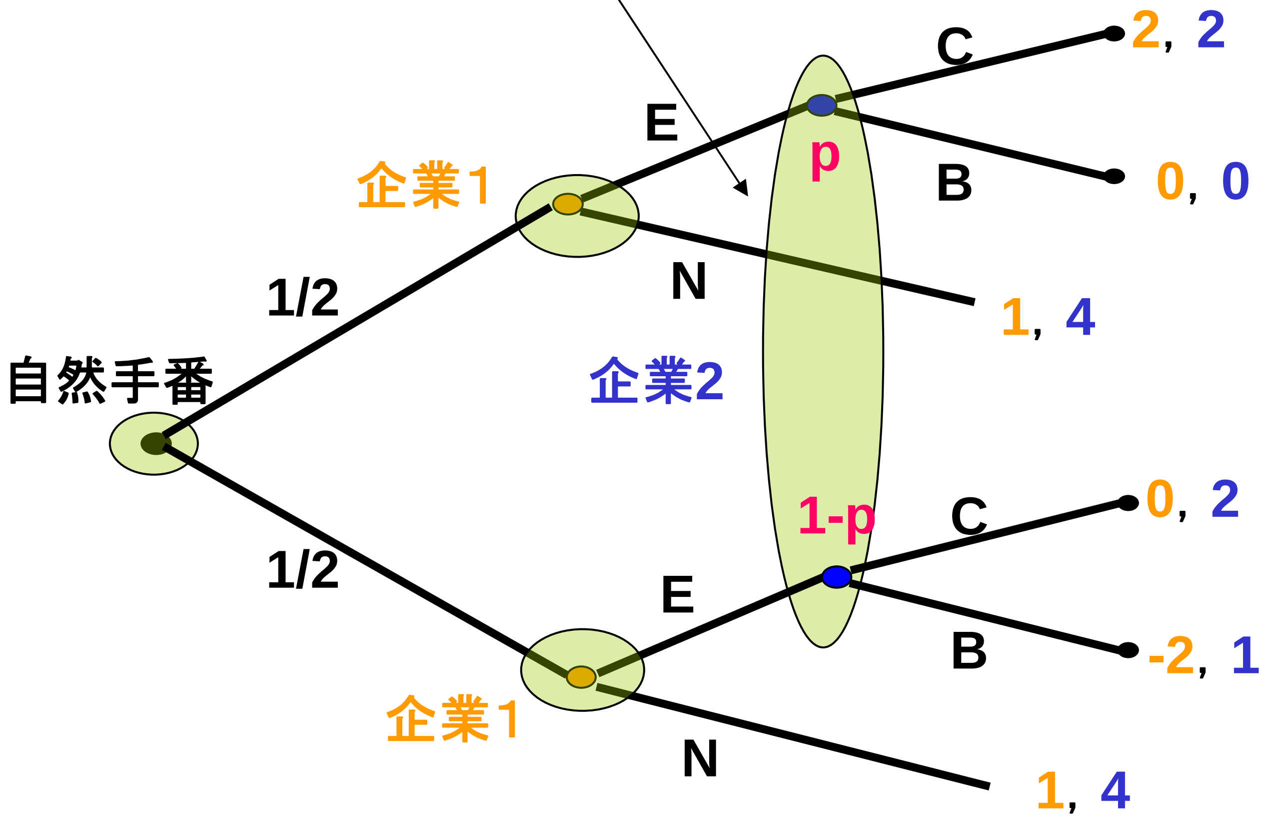
- 下の展開形ゲームには部分ゲームがいくつあるであろうか？
- 実は、部分ゲームは、全体のゲーム唯一つである。
- つまり、部分ゲーム完全均衡を考えることは、ナッシュ均衡を考えることと同義。よって、先の信憑性のない脅し均衡を排除することは期待できない。



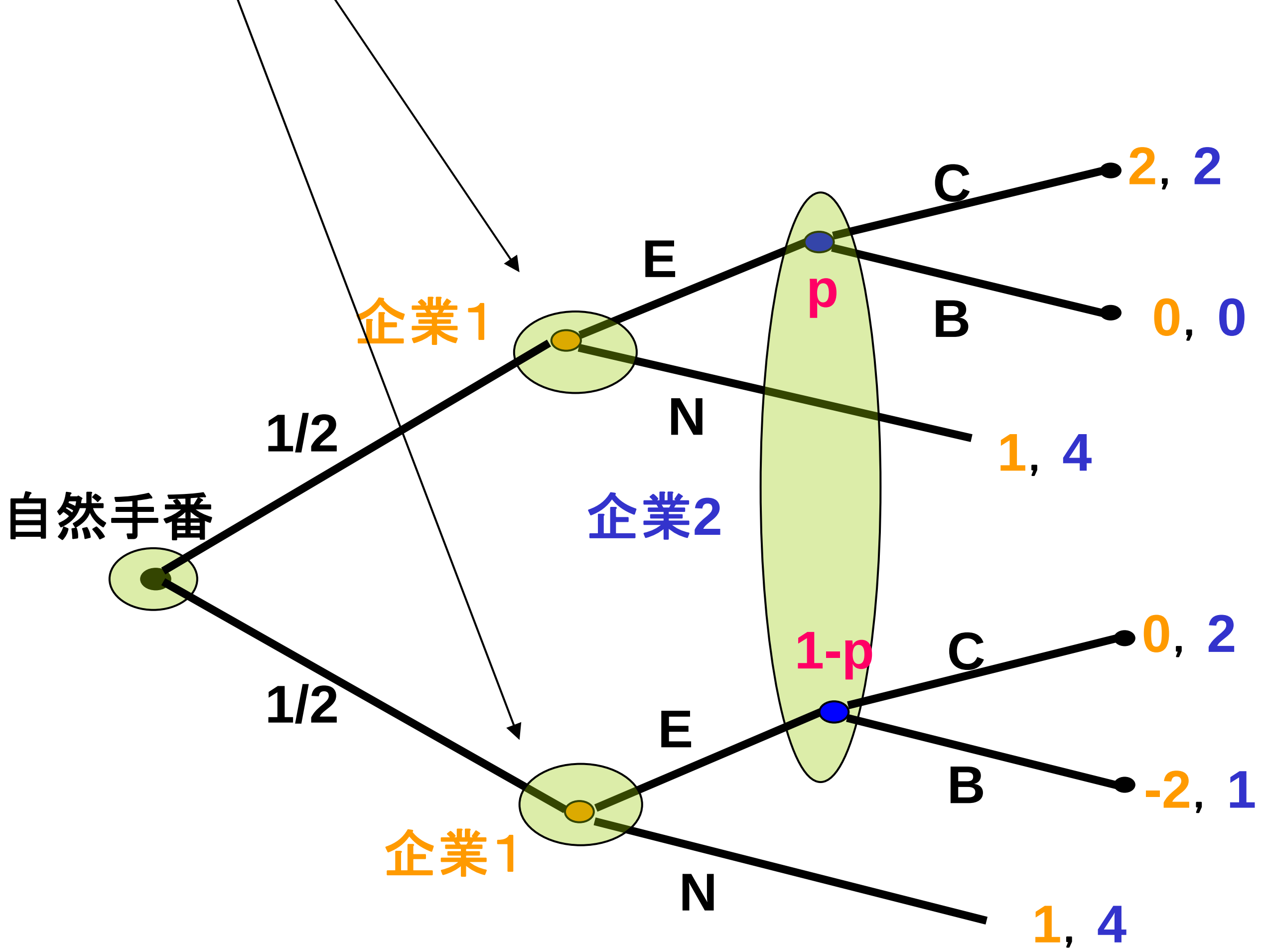
- そこで、新しい均衡概念を導入する。
- この均衡概念で新しく加わる要素は、プレイヤーの信念である。
- 信念とは、ある情報集合に到達した際の、当該情報集合のどこの手番にいるのかについてのプレイヤーの予測であって、それは情報集合の手番の割り振られる確率として表現される。



- いま、企業2がここの情報集合に到達したときに、上の手番のいる確率を p, 下の手番にいる確率を 1-p として見積もっている状況を考えよう。
- これが、企業2の当該情報集合における信念である。

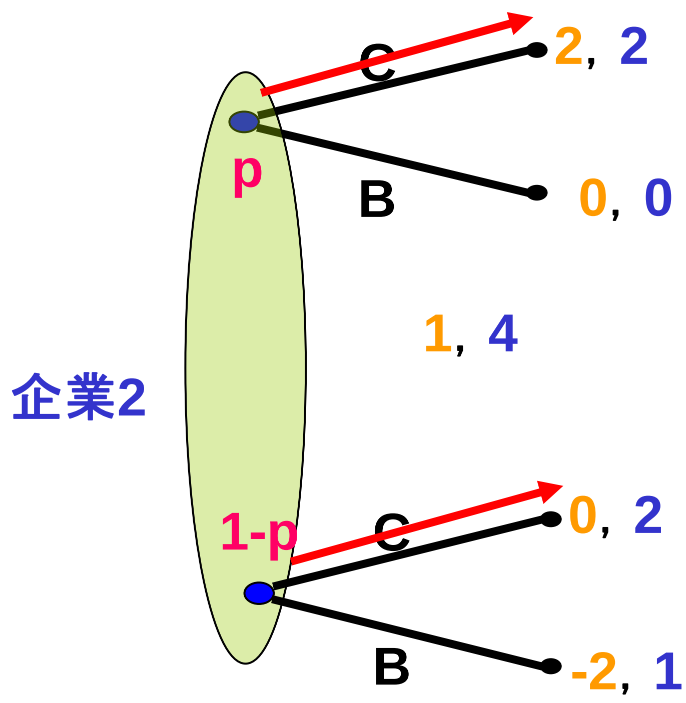


- 企業1も二つの情報集合を持っているが、各情報集合ともに一つの手番しか含んでいない。このようなときには、情報集合に到達したときには、情報集合内の唯一つの手番にいることは明らかなので、確率1が割り振られていると考えることが出来る。

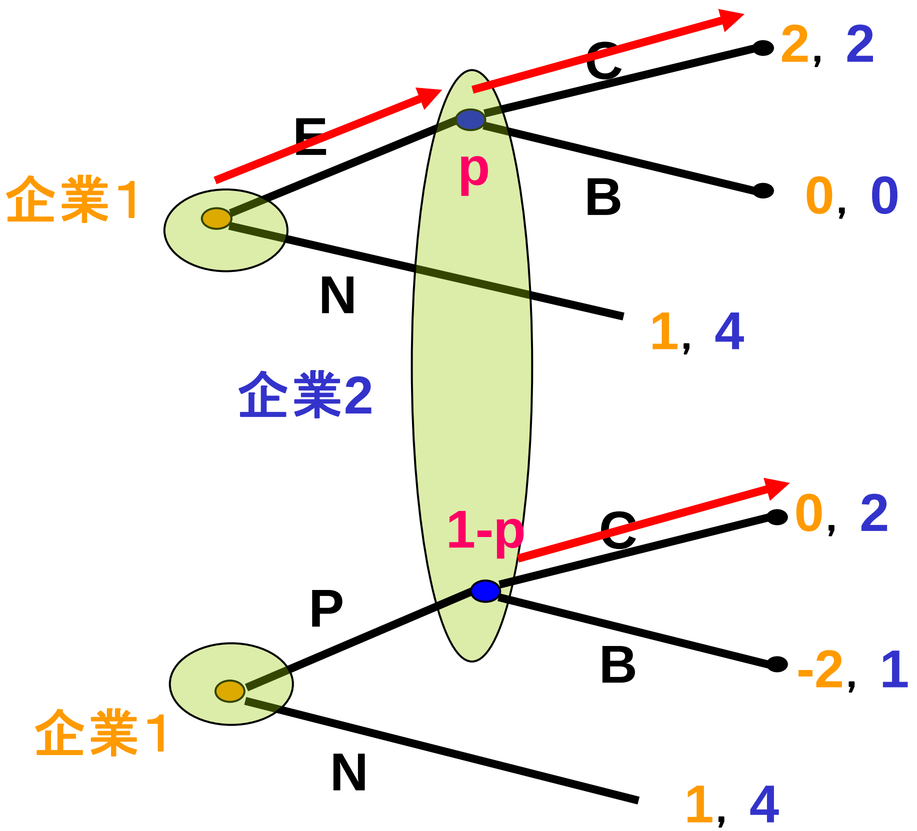


- 以上、信念を導入することにより、新しい均衡概念では以下のことが要求される。この均衡概念を、ベイジアン完全均衡とよぶ。
  - すべてのプレイヤーが、各情報集合において、他のプレイヤーの行動を所与として、信念を前提にして、期待利得を最大にするような行動が取られる。（情報集合ごとの期待利得最大化）
  - 信念それ自体が、各プレイヤーが実際に選択する行動とつじつまがあっていること。（信念の整合性）

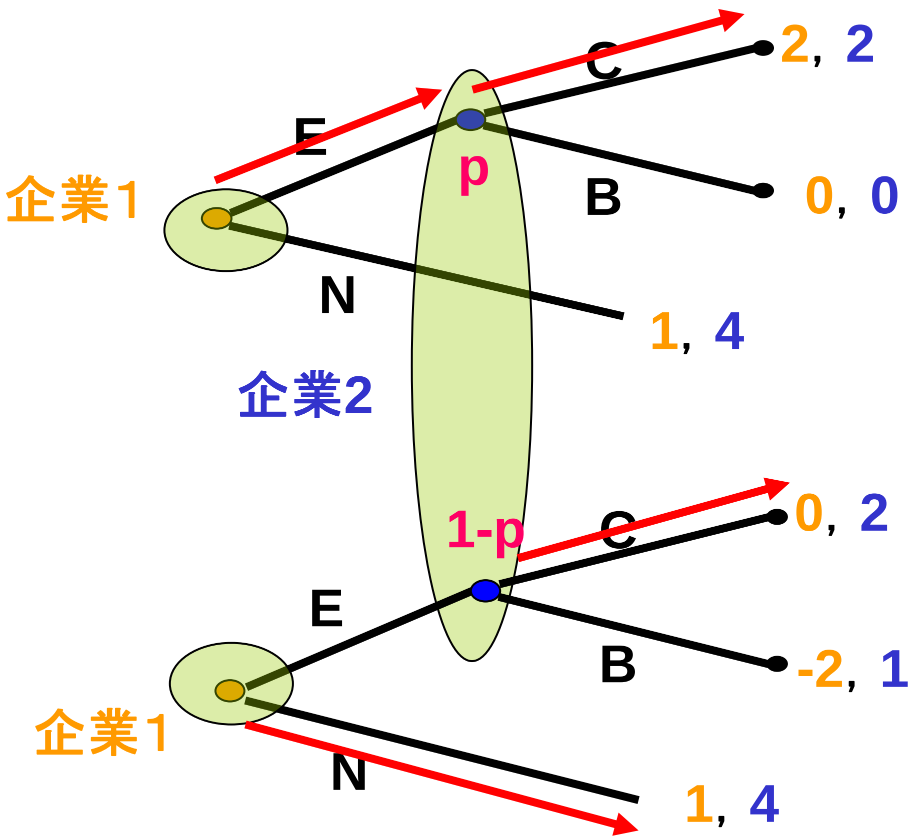
- 情報集合U3における企業2の行動を考えよう。信念をもとに、各行動の期待利得を計算すると、
  - C のときの期待利得　$2p + 2(1-p) = 2$
  - B のときの期待利得　$0 \times p + (1-p) = 1- p$
- つまり、企業2がいかなる信念を持っていようとも、C を選ぶことが最適である。



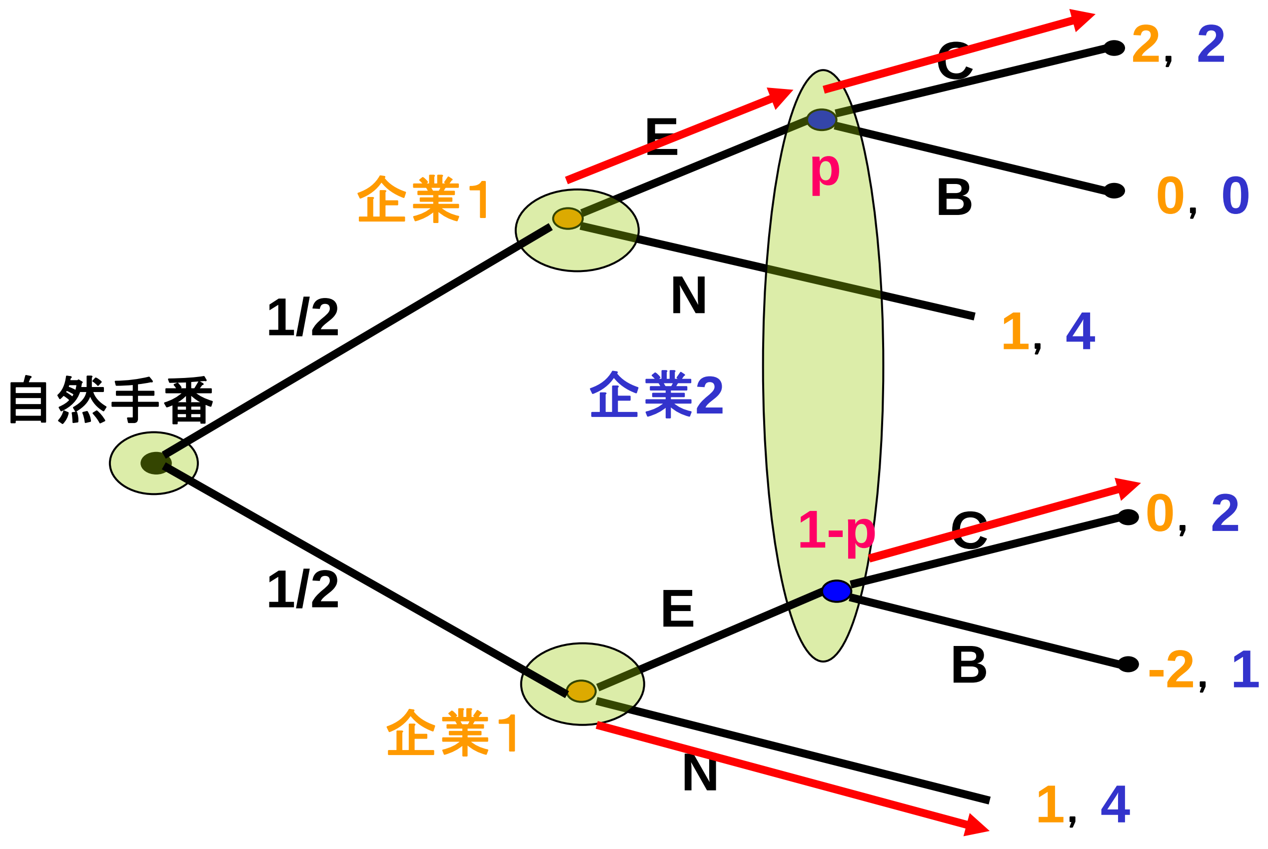
- 企業1の情報集合 U1 での行動を考えよう。企業1が情報集合 U3 で C をとってくることを前提とすれば、企業1は情報集合 U1 では P をとることが最適。



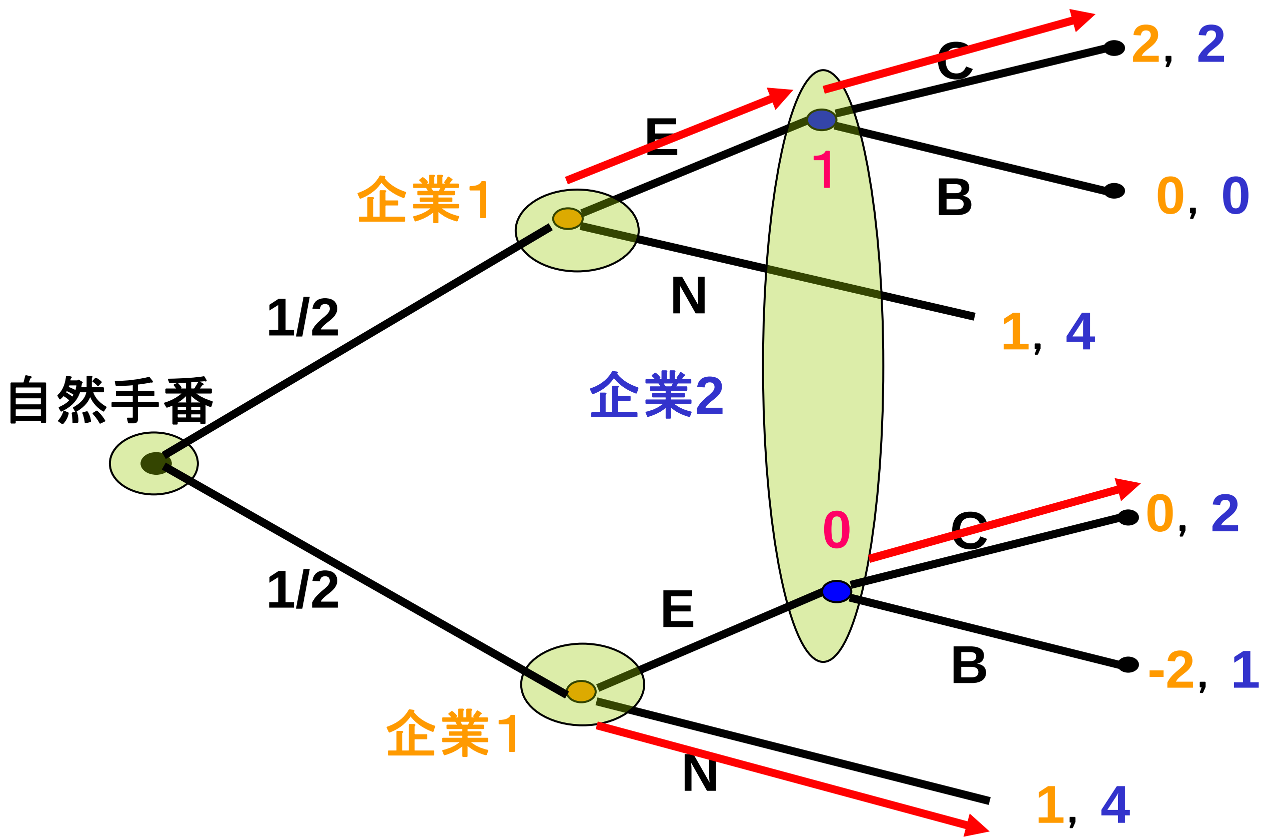
- 企業1の情報集合 U2 での行動を考えよう。企業1が情報集合 U3 で C をとってくることを前提とすれば、企業1は情報集合 U2 では N をとることが最適。



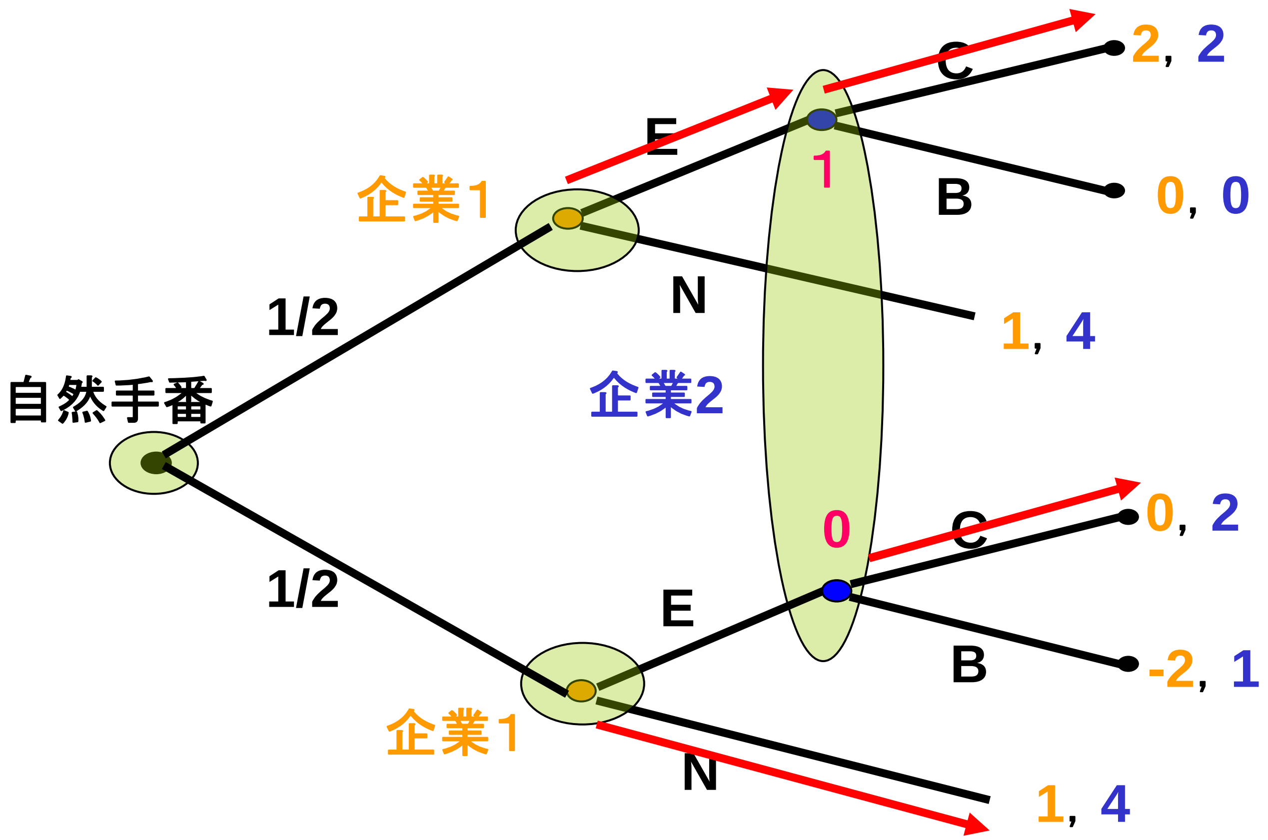
- 各プレイヤーの行動についてはこれでOK。
- 最後に、自然手番を考えて、実際に各手番に到達する確率を計算し、整合的な信念を求める。



- この場合、情報集合 U3 の上の手番に到達する確率は ½ で、下の手番に到達する確率は 0 である。
- 信念は手番に到達することを前提とした確率(条件付確率)
- 情報集合U3に到達した条件の下では、上の手番にいる確率は1、下の手番にいる確率は 0 である。よって、p=1 となる。



- 以上より、完全ベイジアン均衡は、
  – 戦略の組 (EN, C)
  – 情報集合U3 での信念 (1, 0)
- の組である。



- 以上が、完全ベイジアン均衡の考え方である。

- 本講義では、時間の制約のため、完全ベイジアン均衡と情報不完備ゲームについてはこれ以上扱わない。

- 最後に、これまで出てきた均衡概念について理論的な注意点と、情報不完備ゲームの応用例と文献について言及しておく。

- 情報不完備ゲームのベイジアンナッシュ均衡と、情報不完備ゲームをまず展開形に直したゲームのナッシュ均衡の関係について
  - 実は両者は常に一致している。
  - つまり、ベイジアンナッシュ均衡はナッシュ均衡である。

- 情報不完備ゲームを展開形に表現しなおしたゲームのナッシュ均衡 (NE)、部分ゲーム完全均衡 (SPE)、完全ベイジアン均衡(PBE)の関係について
  - SPE ならば、それはNE
  - ある信念のもと PBE となるような戦略の組は SPE でもある。

- 完全ベイジアン均衡は、情報不完備ゲームに特有の均衡概念ではない。いかなる展開形ゲームに適用可能。その際の、NE, SPE との関係は上記のとおり。

- 不完備情報ゲームの応用例

- アカロフの中古車市場（逆選択）
  - 武藤滋夫「ゲーム理論入門」 p131~

- シグナリングゲーム
  - 労働市場の分析。梶井厚志・松井彰彦「ミクロ経済学　戦略的アプローチ」第五章
  - 広告、参入阻止、など。神戸伸輔「入門　ゲーム理論と情報の経済学」 第17章